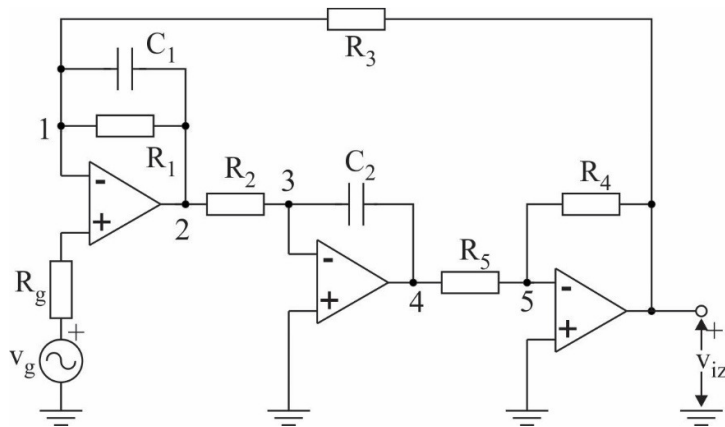


1) Za kolo aktivnog filtra sa slike odrediti prenosnu funkciju. $T(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)}$



$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} + \frac{V_1 - V_{iz}}{R_3} + s \cdot C_1 \cdot (V_1 - V_2) = 0$$

$$\frac{V_3 - V_2}{R_2} + (V_3 - V_4) \cdot s \cdot C_2 = 0$$

$$\frac{V_5 - V_4}{R_5} + \frac{V_5 - V_{iz}}{R_4} = 0$$

$$V_1 = V_g$$

$$V_3 = 0$$

$$V_5 = 0$$

$$\frac{V_g - V_2}{R_1} + \frac{V_g - V_{iz}}{R_3} + s \cdot C_1 \cdot (V_g - V_2) = 0$$

$$-\frac{V_2}{R_2} - V_4 \cdot s \cdot C_2 = 0$$

$$-\frac{V_4}{R_5} - \frac{V_{iz}}{R_4} = 0$$

$$V_4 = -\frac{R_5}{R_4} \cdot V_{iz}$$

$$V_2 = -s \cdot C_2 \cdot R_2 \cdot V_4 = \frac{R_5}{R_4} \cdot s \cdot C_2 \cdot R_2 \cdot V_{iz}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + s \cdot C_1\right) \cdot V_g - V_2 \left(\frac{1}{R_1} + s \cdot C_1\right) = \frac{V_{iz}}{R_3}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + s \cdot C_1\right) \cdot V_g - \left(\frac{1}{R_1} + s \cdot C_1\right) \cdot \left(\frac{R_5}{R_4} \cdot s \cdot C_2 \cdot R_2\right) \cdot V_{iz} = \frac{V_{iz}}{R_3}$$

$$\frac{V_{iz}}{V_g} = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + s \cdot C_1}{\frac{1}{R_3} + \left(\frac{1}{R_1} + s \cdot C_1\right) \cdot \left(\frac{R_5}{R_4} \cdot s \cdot C_2 \cdot R_2\right)}$$

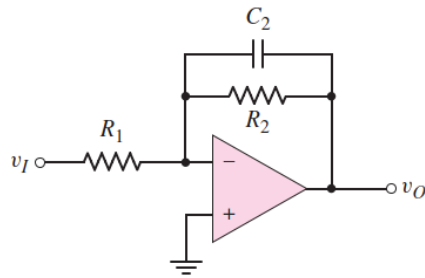
$$\frac{V_{iz}}{V_g} = \frac{\frac{R_3}{R_1} + 1 + s \cdot C_1 \cdot R_3}{1 + s \cdot C_2 \cdot \frac{R_3 \cdot R_5 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_4} + s^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot \frac{R_5 \cdot R_3 \cdot R_2}{R_4}}$$

Prenosna karakteristika se iz praktičnih razloga obično prikazuje u takvom obliku da slobodni član (sabirak koji nije uz s) u brojiocu i slobodni član u imeniocu budu jednaki jedan.

$$T(s) = \frac{V_{iz}(s)}{V_g(s)} = \frac{R_1 + R_3}{R_1} \cdot \frac{1 + s \cdot C_1 \cdot \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}}{1 + s \cdot C_2 \cdot \frac{R_3 \cdot R_5 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_4} + s^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot \frac{R_5 \cdot R_3 \cdot R_2}{R_4}}$$

FREKVENCIJSKA ANALIZA

- 1) Za kolo aktivnog filtra sa slike odrediti:
 - a) prenosnu funkciju $T(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)}$ i tip filtra
 - b) Odrediti elementa kola tako da ulazna otpornost iznosi $R_{in} = 20 \text{ k}\Omega$, jednosmerno pojačanje -15, granična frekvencija 5 KHz.



Rešenje:

$$\frac{v_1 - v_I}{R_1} + \frac{v_1 - v_o}{R_2} + s \cdot C \cdot (v_1 - v_o) = 0$$
$$v_1 = 0$$

$$T(s) = \frac{v_o}{v_I} = \frac{-R_2}{R_1 + s \cdot C \cdot R_1 \cdot R_2}$$
$$T(s) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot C \cdot R_2}$$

Ovaj filter je **propusnik niskih frekvencija** jer kada frekvencija teži nuli pojačanje teži konačnoj vrednosti, a kada frekvencija teži beskonačnosti pojačanje teži nuli. Za propusnik niskih frekvencija nominalno pojačanje, T_o , se dobija za $s=0$.

$$T(s) = T_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

Nominalno pojačanje je $T_o = -\frac{R_2}{R_1}$

Frekvencija pola $\omega_p = \frac{1}{C \cdot R_2}$

Ulazna otpornost kola jednaka je otpornosti R_1 .

$$R_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = R_1 = 20 \text{ k}\Omega$$

Iz uslova da nominalno pojačanje iznosi -15 dobija se R_2 .

$$T_o = -\frac{R_2}{R_1} = -15$$

$$R_2 = -R_1 \cdot T_o = 300 \text{ k}\Omega$$

Amplitudska karakteristika se dobija kao moduo prenosne funkcije kola:

$$|T(j\omega)| = \left| T_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{j \cdot \omega}{\omega_p}} \right| = |T_o| \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}$$

Granična frekvencija, ω_{3dB} , je frekvencija na kojoj je moduo pojačanje manji $\frac{1}{\sqrt{2}}$ puta u odnosu na nominalno pojačanje.

$$\begin{aligned} |T(j\omega_{3dB})| &= |T_o| \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \omega_{3dB} = \omega_p &= \frac{1}{C \cdot R_2} \\ C &= \frac{1}{\omega_{3dB} \cdot R_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^5} \end{aligned}$$

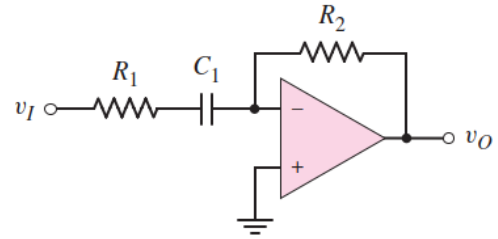
$$C = 106 \text{ pF}$$

2) Za kolo aktivnog filtra sa slike odrediti:

a) prenosnu funkciju $T(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)}$ i tip filtra

b) Graničnu frekvenciju kola i nominalnu vrednost pojačanja ukoliko je

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega; R_2 = 5 \text{ k}\Omega; C_1 = 16 \text{ nF}.$$



Rešenje:

$$\frac{v_1 - v_I}{R_1 + \frac{1}{s \cdot C}} + \frac{v_1 - v_o}{R_2} = 0$$

$$v_1 = 0$$

$$\frac{-v_I}{R_1 + \frac{1}{s \cdot C}} - \frac{v_o}{R_2} = 0$$

$$v_o = -\frac{v_I \cdot R_2}{R_1 + \frac{1}{s \cdot C}}$$

$$v_o = -\frac{v_I \cdot R_2 \cdot s \cdot C}{s \cdot C \cdot R_1 + 1}$$

$$T(s) = \frac{v_o}{v_I} = -\frac{s \cdot C \cdot R_2}{1 + s \cdot C \cdot R_1}$$

$$T(s) = \frac{v_o}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s \cdot C \cdot R_1}{1 + s \cdot C \cdot R_1}$$

Ovaj filter je **propusnik visokih frekvencija** jer kada frekvencija teži nuli pojačanje teži nuli, a kada frekvencija teži beskonačnosti pojačanje teži konačnoj vrednosti. Za propusnik visokih frekvencija nominalno pojačanje, T_0 , dobija se za $s \rightarrow \infty$.

$$T(s) = T_o \cdot \frac{s \cdot C \cdot R_1}{1 + s \cdot C \cdot R_1}$$

$$T(s) = T_o \cdot \frac{\frac{s}{\omega_p}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

$$\omega_p = \frac{1}{C \cdot R_1} \quad T_o = -\frac{R_2}{R_1} = -15$$

$$|T(j\omega)| = |T_o| \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_p}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}$$

Granična frekvencija, ω_{3dB} , je frekvencija na kojoj je moduo pojačanje manji $\frac{1}{\sqrt{2}}$ puta u odnosu na nominalno pojačanje, T_o .

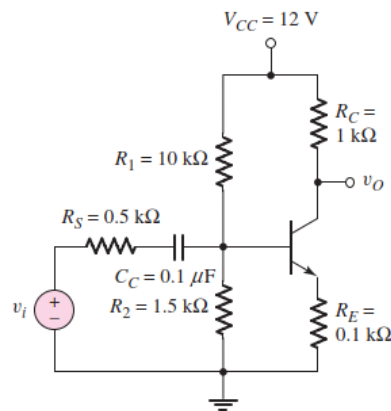
$$|T(j\omega_{3dB})| = \frac{|T_o|}{\sqrt{2}}$$

$$\omega_{3dB} = \omega_p = 6,28 \cdot 10^4 \frac{rad}{s}$$

$$f_{3dB} = \frac{\omega_{3dB}}{2 \cdot \pi} = 10 \text{ kHz}$$

3) Kolo na slici predstavlja jednostepeni pojačavač sa bipolarnim tranzistorom. Parametri tranzistora su: $V_{BE}=0,6$ V; $h_{21E}=\beta=100$; $h_{22E}=0$ S. Odrediti:

- Donju graničnu frekvenciju ω_d ;
- Frekvencijsku zavisnost pojačanja pojačavača;
- Skicirati asimptotsku aproksimaciju amplitudske karakteristike.



Rešenje:

a)

$$V_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{CC} = 1,56 \text{ V}$$

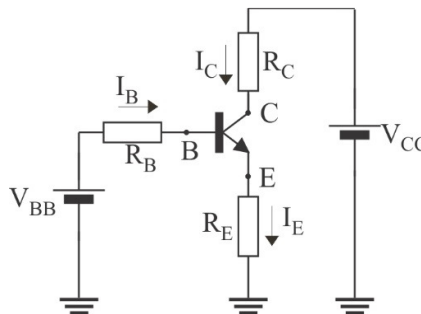
$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 1,3 \text{ k}\Omega$$

$$-V_{BB} + R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot (1 + \beta) \cdot I_B = 0$$

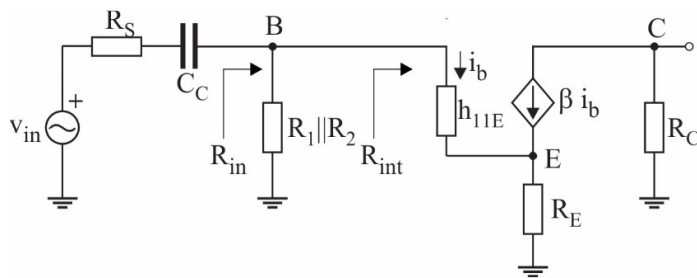
$$I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_B + R_E \cdot (1 + \beta)} = 76 \mu\text{A}$$

$$h_{11E} = r_\pi = \frac{V_T}{I_B} = \frac{26 \text{ mV}}{20 \mu\text{A}} = 3,4 \text{ k}\Omega$$

$$h_{21E} = \beta$$



Električna šeme kola za naizmenični režim



S obzirom da kolo sadrži jedan kondenzator u rednoj grani, prenosna funkcija kola $A_n(s)$ će imati isti oblik kao prenosna funkcija RC kola propusnika visokih frekvencija:

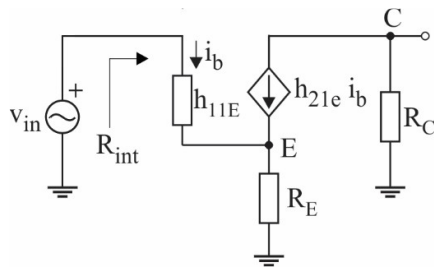
$$A_n(s) = A_{no} \cdot \frac{s \cdot \tau}{1 + s \cdot \tau}$$

Gde je: A_{no} pojačanje na srednjim frekvencijama (kada frekvencija teži beskonačnosti, odnosno kada je kondenzator kratkospojen, τ je vremenska konstanta RC kola koja se određuje kao proizvod kapacitivnosti kondenzatora i otpornosti koju kondenzator vidi sa svojih krajeva.

U ovom slučaju vremenska konstanta će biti jednaka:

$$\tau = C \cdot (R_S + R_{in})$$

Da bi odredili vremensku konstantu RC kola propusnika visokih frekvencija potrebno je sračunati ulaznu otpornost.



$$(E) \quad \frac{v_e}{R_E} - i_b - h_{21e} \cdot i_b = 0$$

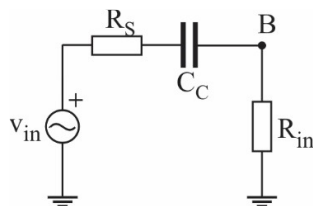
$$i_b = \frac{v_b - v_e}{h_{11E}}$$

$$v_e = R_E \cdot i_b \cdot (1 + h_{21E})$$

$$i_b = \frac{v_b}{h_{11E} + R_E \cdot (1 + h_{21E})}$$

$$R'_{in} = \frac{v_b}{i_b} = h_{11E} + R_E \cdot (1 + h_{21E}) = 13,5 \text{ k}\Omega$$

$$R_{in} = R'_{in} \parallel R_B = 1,2 \text{ k}\Omega$$



$$\tau = C_c \cdot (R_{in} + R_S) = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

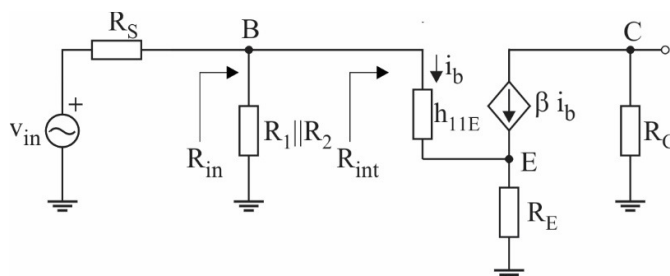
$$A_n(s) = \frac{s \cdot \tau}{1 + s \cdot \tau} \cdot A_{no}$$

Granična frekvencija ovog kola jednaka je recipročnoj vrednosti vremenske konstante:

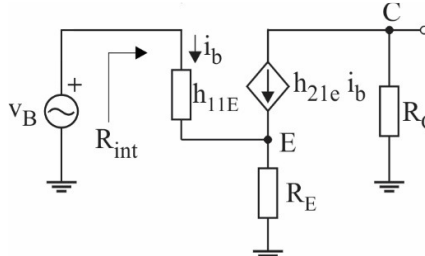
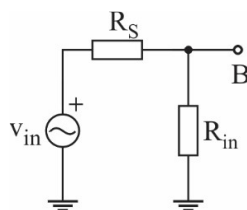
$$\omega_d = \frac{1}{\tau} = 5,88 \cdot 10^3 \frac{rad}{s}$$

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = 930 \text{ Hz}$$

b) Pri srednjim frekvencijama smatramo da je admitansa kondenzatora jednaka nuli. Na donjoj slici je prikazana električna šema kola na srednjim frekvencijama.



Naponsko pojačanje određujemo primenom teoreme o kompenzaciji.



$$v_b = \frac{R_{in}}{R_S + R_{in}} \cdot v_{in}$$

$$i_b = \frac{v_b}{R_{int}}$$

$$v_o = -h_{21E} \cdot i_b \cdot R_C = -h_{21E} \cdot \frac{v_b}{R_{int}} \cdot R_C$$

$$\frac{v_o}{v_b} = -h_{21E} \cdot \frac{R_C}{R_{int}}$$

$$A_{no} = \frac{v_o}{v_{in}} = \frac{v_o}{v_b} \cdot \frac{v_b}{v_{in}} = -h_{21E} \cdot \frac{R_C}{R_{int}} \cdot \frac{R_{in}}{R_S + R_{in}} = 5,22$$

$$A_n(s) = A_{no} \cdot \frac{s \cdot \tau}{1 + s \cdot \tau}$$

$$A_n(s) = A_{no} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_p}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

$$\omega_d = 5,88 \cdot 10^3 \frac{rad}{s} \quad A_n = 5,22$$

c)

Prilikom skiciranja asimptotske aproksimacije naponskog pojačanja

$$A_n(s) = A_{no} \cdot \frac{s \cdot \tau}{1 + s \cdot \tau}$$

Treba da iscrtamo frekvencijsku zavisnost svakog od tri činilaca u prenosnoj funkciji posebno a zatim da saberemo te tri zavisnosti.

$$A_n(s) = H_1 \cdot \frac{H_2(s)}{H_3(s)}$$

$$H_1 = A_{no} \quad H_2 = s \cdot \tau \quad H_3 = 1 + s \cdot \tau$$

