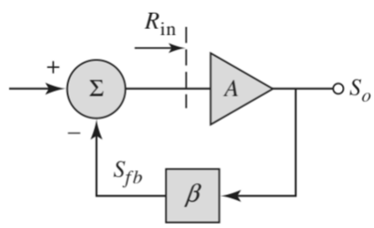
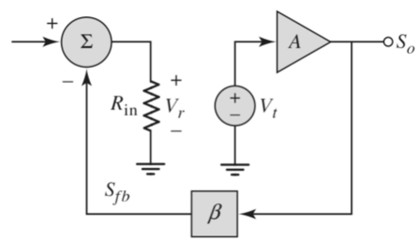
OSCILATORI

Postoje dva načina za analizu oscilatora.
1) Izjednačavnje izraza za kružno pojačanje sa 1
Najpre je potrebno izraziti kružno pojačanje preko parametara kola i frekvencije. Da bi se dobio izraz za kružno pojačanje raskida se kolo povratne sprege u određenoj tački i na mestu prekida se priključuje testni generator, *Vt*. Otpornost koja se vidi sa krajeva testnog generatora, Rin, doda na drugoj strani preseka u odnosu na testni generator. Kružno pojačanje predstavlja odnos vraćenog signala Vr i signala testnog generatora, Vt. $A \cdot B = \frac{v_r}{v_t}$





Iz uslova $A(j\omega_o) \cdot B(j\omega_o) = 1$ dobijaju se sledeće dve jednačine:

$Re\{A(j\omega_o) \cdot B(j\omega_o)\} = 1$ $\quad$ $Im\{A(j\omega_o) \cdot B(j\omega_o)\} = 0$

2) Izjednačavanje determinante matrice sistema jednačina sa nulom

Naponi i struje u kolu mogu se odrediti primenom Kramerovih pravila ukoliko se sistem jednačina koji opisuje kolo izrazi u matričnom obliku. Kada se formira sistem jednačina po metodu potencijala čvorova nepoznate su potencijali čvorova, v1,… vn. Ono što je specifično za kolo oscilatora je da nema pobude, tako da slobodni vektor sadrži samo nule.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0}$$

$$v_i \neq \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \det(\mathbf{Y}) = 0 + j \cdot 0$$

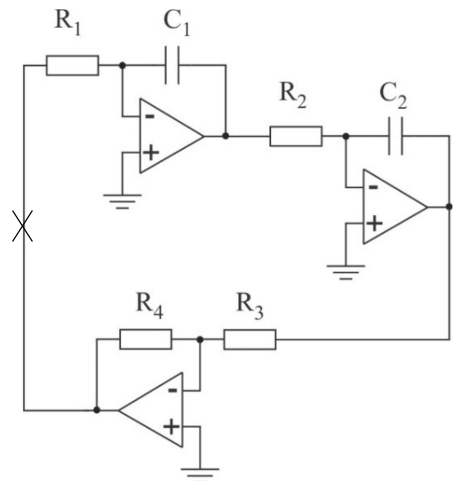
Da bi nastupile oscilacije i realni i imaginarni deo determinante matrice sistema jednačina oscilatora moraju biti jednaki nuli na frekvenciji oscilacija ωo

$\boxed{\mathrm{Re}\{\det(\mathbf{Y})\} = 0}$ $\quad$ $\boxed{\mathrm{Im}\{\det(\mathbf{Y})\} = 0}$

Izjednačavanjem realnog dela determinante matrice sistema jednačina sa nulom dobija se uslov oscilovanja.

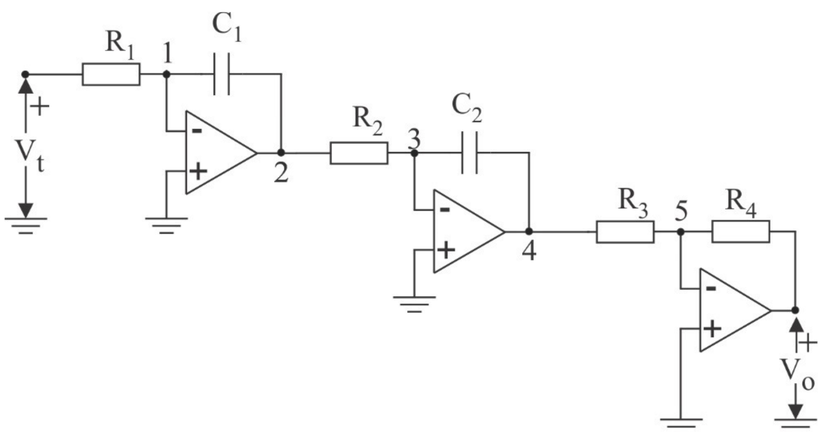
Izjednačavanjem imaginarnog dela determinante matrice sistema jednačina sa nulom dobija se frekvencija oscilovanja.

1) Na slici prikazano je kolo oscilatora prostoperiodičnih oscilacija. Odrediti učestanost oscilovanja ako je $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10\ \mathrm{k\Omega}$; $C_1 = C_2 = 1{,}6\ \mu\mathrm{F}$. Smatrati da su operacioni pojačavači idealni.



Rešenje:

U slučaju kada se analizira oscilator sa operacionim pojačavačima najpogodnije je da se kolo povratne sprege prekine na izlazu ili ulazu jednog od operacionih pojačavača.



$$\frac{1}{R_1}(V_1 - V_t) + s \cdot C_1(V_1 - V_2) = 0$$

$$\frac{1}{R_2}(V_3 - V_2) + s \cdot C_2(V_3 - V_4) = 0$$

$$\frac{1}{R_3}(V_5 - V_4) + \frac{1}{R_4}(V_5 - V_o) = 0$$

$$V_1 = V_3 = V_5 = 0$$

$$V_2 = \frac{-1}{s \cdot C_1 \cdot R_1} \cdot V_t$$

$$V_4 = \frac{-1}{s \cdot C_2 \cdot R_2} \cdot V_2$$

$$V_o = \frac{-R_4}{R_3} \cdot V_4$$

$$V_4 = \frac{1}{s^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2} \cdot V_t$$

$$V_o = \frac{-R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{s^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2} \cdot V_t$$

$$A \cdot B = \frac{V_o}{V_t} = \frac{-R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{s^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2} \qquad s^2 = (j \cdot \omega)^2 = -\omega^2$$

Da bi nastupile oscilacije potrebno je da kružno pojačanje na frekvenciji oscilovanja ω_o iznosi 1.

$$A \cdot B(j\omega_o) = \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{\omega^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2} = 1$$

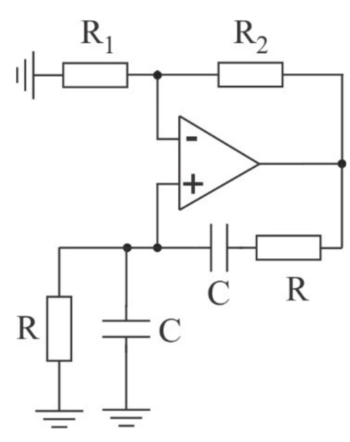
$$\omega_o = \sqrt{\frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2}}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R \qquad C_1 = C_2 = C$$

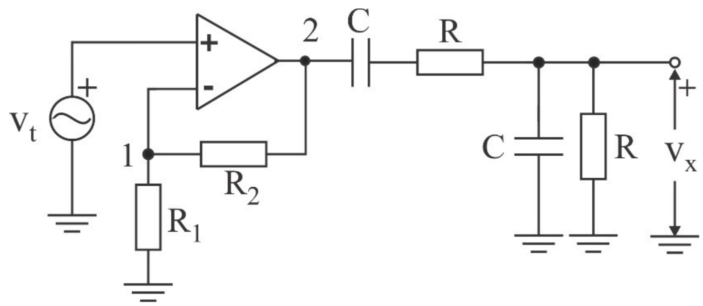
$$\omega_o = \frac{1}{R \cdot C} = \frac{1}{10^4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-6}} \frac{rad}{s} = 62{,}5 \ \frac{rad}{s}$$

$$f_o = \frac{\omega_o}{2 \cdot \pi} = 10 \ Hz$$

2) Za Vinov oscilator sa slike odrediti uslov i frekvenciju oscilovanja. Elementi kola su: $R = R_1 = 10\ k\Omega$; $C = 1{,}6\ nF$.



Rešenje:



$$\frac{V_x}{R} + s \cdot C \cdot V_x + \frac{1}{R + \frac{1}{s \cdot C}} (V_x - V_2) = 0$$

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \cdot (V_1 - V_2) = 0$$

$$V_1 = V_t$$

$$V_x \cdot \left(\frac{1}{R} + s \cdot C + \frac{s \cdot C}{R \cdot s \cdot C \ + 1}\right) = V_2 \cdot \frac{s \cdot C}{R \cdot s \cdot C \ + 1}$$

$$V_x = V_2 \cdot \frac{s \cdot C}{\left(\frac{1}{R} + s \cdot C\right)(R \cdot s \cdot C \ + 1) + s \cdot C}$$

$$V_x = V_2 \cdot \frac{s \cdot C \cdot R}{(1 + s \cdot C \cdot R)(R \cdot s \cdot C \ + 1) + s \cdot C \cdot R}$$

$$V_x = V_2 \cdot \frac{s \cdot C \cdot R}{1 + 3 \cdot s \cdot C \cdot R + (s \cdot C \cdot R)^2}$$

$$V_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot V_t$$

$$V_x = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{s \cdot C \cdot R}{1 + 3 \cdot s \cdot C \cdot R + (s \cdot C \cdot R)^2} \cdot V_t$$

$$A \cdot B = \frac{V_x}{V_t} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{s \cdot C \cdot R}{1 + 3 \cdot s \cdot C \cdot R + (s \cdot C \cdot R)^2}$$

$$A \cdot B(j\omega) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{j \cdot \omega \cdot C \cdot R}{1 + 3 \cdot j \cdot \omega \cdot C \cdot R - \omega^2 \cdot (C \cdot R)^2}$$

Prema Barkhauzenovom uslovu oscilovanja neophodan uslov da nastupe oscilacije je da kružno pojačanje iznosi 1.

$A \cdot B(j\omega) = 1$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{j \cdot \omega \cdot C \cdot R}{1 + 3 \cdot j \cdot \omega \cdot C \cdot R - \omega^2 \cdot (C \cdot R)^2} = 1$$

$$1 + 3 \cdot j \cdot \omega \cdot C \cdot R - \omega^2 (C \cdot R)^2 - \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) \cdot j \cdot \omega \cdot C \cdot R = 0$$

Da bi ova jednačina bila ispunjena neophodno neophodno je da zbir realnih sabiraka bude jednak nuli i da zbir imaginarnih sabiraka bude jedank nuli. Odavde se dobijaju dve jednačine. Iz jedne od njih dobijamo uslov oscilovanja a iz druge frekvenciju oscilovanja.

$1 - \omega^2 (C \cdot R)^2 = 0$ $\qquad$ $3 \cdot j \cdot \omega \cdot C \cdot R - \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) \cdot j \cdot \omega \cdot C \cdot R = 0$

$\omega_o = \frac{1}{R \cdot C}$ $\qquad$ $\frac{R_2}{R_1} = 2$

Frekvencija oscilovanja $\qquad$ Uslov oscilovanja

$\omega_o = \frac{10^5}{1{,}6} = 6{,}25 \cdot 10^4$ $\qquad$ $R_2 = 20\ k\Omega$

$f_o = 10\ kHz$

3. Zadatak

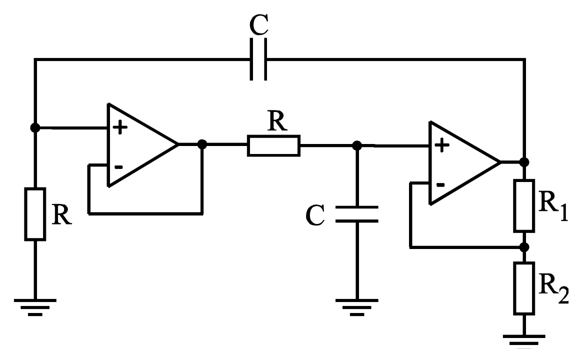
Za oscilator prostoperiodičnih oscilacija prikazan na Sl. 2 odrediti:

a) Analitički izraz kružnog pojačanja;

b) Vrednost otpornika R_2 pri kojoj je ispunjen uslov oscilovanja;

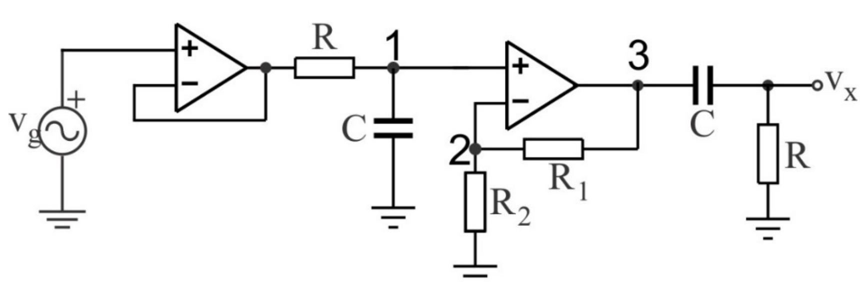
c) Frekvenciju oscilovanja.

Poznato je: C=1 nF; R=8 kΩ; R_1=1 kΩ. Operacioni pojačavači su idealni.



Sl. 2

Rešenje:



$$v_1 \cdot s \cdot C + (v_1 - v_g) \cdot \frac{1}{R} = 0$$

$$v_2 \cdot \frac{1}{R_2} + (v_2 - v_3) \cdot \frac{1}{R_1} = 0$$

$$v_x \cdot \frac{1}{R} + (v_x - v_3) \cdot s \cdot C = 0$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = \frac{1}{1 + sCR} \cdot v_g$$

$$v_3 = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

$$v_x = \frac{sCR}{1 + SCR} \cdot v_3$$

$$AB = \frac{v_x}{v_0} = \frac{sCR\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}{1 + 2sCR + s^2C^2R^2} = 1 + j \cdot 0$$

b)

Iz uslova AB=1+j 0 sledi:

$$1 + 2sCR + s^2C^2R^2 - sCR\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = 0$$

Imaginarni deo jednačine:

$$sCR\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) - 2sCR = 0$$

$$R_2 = R_1 = 1\ k\Omega$$

Realni deo jednačine:

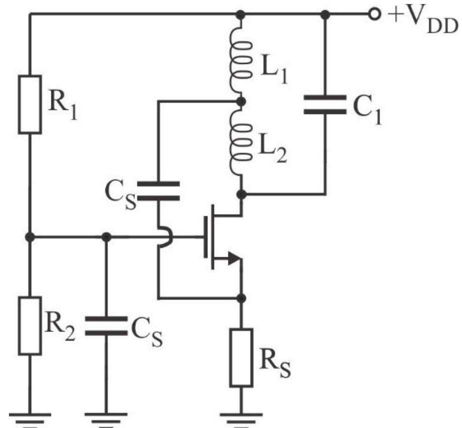
$$1 - \omega^2C^2R^2 = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{C \cdot R} = 1{,}25 \cdot 10^5\ \frac{rad}{s}$$

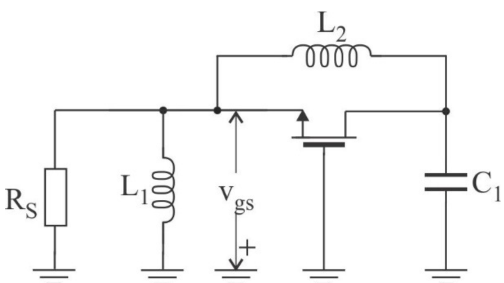
4) U kolu oscilatora prikazanog na slici poznato je:
$L_1 = 50\ \mu H \quad L_2 = 10\ \mu H\ C_1 = 5\ nF$
$R_s = 1\ k\Omega\ V_{DD} = 12\ V\ C_S \to \infty.$
Parametri MOSFET-a su:
$A = 2{,}5 \frac{mA}{V^2}\ V_t = 2{,}5\ V\ \ \lambda = 0.$ Odrediti:

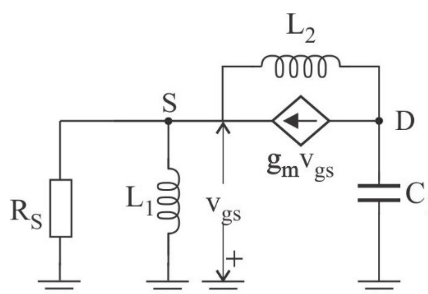
a. Frekvenciju oscilacija.

b. Odnos otpornika R_1 i R_2 pri kome nastaju oscilacije.



Rešenje:





$$v_s \cdot \frac{1}{R_s} + v_s \cdot \frac{1}{s \cdot L_1} + \frac{1}{s \cdot L_2}(v_s - v_D) - g_m \cdot V_{gs} = 0$$

$$\frac{1}{s \cdot L_2}(v_D - v_s) + v_D \cdot s \cdot C_1 + g_m \cdot v_{gs} = 0$$

$$v_{gs} = -v_s$$

$$v_s \cdot \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{s \cdot L_1} + \frac{1}{s \cdot L_2} + g_m\right) - v_D \frac{1}{s \cdot L_2} = 0$$

$$v_s \cdot \left(-\frac{1}{s \cdot L_2} - g_m\right) + v_D \left(\frac{1}{s \cdot L_2} + s \cdot C_1\right) = 0$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{s \cdot L_1} + \frac{1}{s \cdot L_2} + g_m & -\frac{1}{s \cdot L_2} \\ -\frac{1}{s \cdot L_2} - g_m & \frac{1}{s \cdot L_2} + s \cdot C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ v_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matrica sistema jednačina koji opusuje kolo je:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{s \cdot L_1} + \frac{1}{s \cdot L_2} + g_m & -\frac{1}{s \cdot L_2} \\ -\frac{1}{s \cdot L_2} - g_m & \frac{1}{s \cdot L_2} + s \cdot C_1 \end{bmatrix}$$

Uslvo da kolo osciluje je da determinanta matrices sitema jednačina Y bude jednaka nuli.

$$\det(\mathbf{Y}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{s \cdot L_1} + \frac{1}{s \cdot L_2} + g_m & -\frac{1}{s \cdot L_2} \\ -\frac{1}{s \cdot L_2} - g_m & \frac{1}{s \cdot L_2} + s \cdot C_1 \end{vmatrix} = 0$$

Da bi pojednostavili određivanje determinante prvoj vrsti pridodajemo drugu vrstu.

$$\det(\mathbf{Y}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{s \cdot L_1} & s \cdot C_1 \\ -\frac{1}{s \cdot L_2} - g_m & \frac{1}{s \cdot L_2} + s \cdot C_1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbf{Y}) = \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{s \cdot L_1}\right)\left(\frac{1}{s \cdot L_2} + s \cdot C_1\right) + s \cdot C_1 \cdot \left(\frac{1}{s \cdot L_2} + g_m\right)$$

$$\det(\mathbf{Y}) = \frac{1}{R_s}\frac{1}{s \cdot L_2} + \frac{1}{R_s} s \cdot C_1 + \frac{1}{s \cdot L_1}\frac{1}{s \cdot L_2} + \frac{C_1}{L_1} + \frac{C_1}{L_2} + s \cdot C_1 \cdot g_m$$

$$\det(\mathbf{Y}) = \frac{1}{R_s}\frac{1}{s \cdot L_2} + \frac{1}{R_s} s \cdot C_1 + \frac{1}{s \cdot L_1}\frac{1}{s \cdot L_2} + \frac{C_1}{L_1} + \frac{C_1}{L_2} + s \cdot C_1 \cdot g_m = 0$$

Pomnožimo ceo izraz sa $sL_1 \cdot sL_2 \cdot R_s$ da bi mogli jednostavnije da sredimo izraz.

$$s \cdot L_1 + s^3 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot L_2 + R_s + s^2 \cdot C_1 \cdot L_2 \cdot R_s + s^2 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot R_s + s^3 \cdot C_1 \cdot g_m \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot R_S = 0$$

$$j\omega \cdot L_1 - j\omega^3 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot L_2 + R_s - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_2 \cdot R_s - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot R_s - j\omega^3 \cdot C_1 \cdot g_m \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot R_S = 0$$

Iz gorenje jednačine kreiramo dve jednačine. Jedna jednačina nastaje tako što zbir realinih sabiraka izjednačino sa nulom, a druga jednačina tako što zbir imaginarnih sabiraka izjednačimo sa nulom.

$$j\omega \cdot L_1 - j\omega^3 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot L_2 + R_s - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_2 \cdot R_s - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot R_s - j\omega^3 \cdot C_1 \cdot g_m \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot R_S = 0$$

$$R_s - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_2 \cdot R_s - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot R_s = 0$$

$$j\omega \cdot L_1 - j\omega^3 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot L_2 - j\omega^3 \cdot C_1 \cdot g_m \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot R_S = 0$$

$$R_s - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_2 \cdot R_s - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot R_s = 0$$

$$\boxed{\omega_o^2 = \frac{1}{(L_1 + L_2) \cdot C_1}}$$

Frekvencija oscilacija je:

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2) \cdot C_1}} = 1{,}82\ \ 10^6 \frac{rad}{s}$$

$$f_o = \frac{\omega_o}{2 \cdot \pi} = 290\ kHz$$

$j\omega \cdot\ L_1 - j\omega^3 \cdot C_1 \cdot L_1 \cdot L_2 - j\omega^3 \cdot C_1 \cdot g_m \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot R_S\ = 0\ \ / : (j \cdot \omega \cdot L_1)$

Jednačina je podeljenja sa $j \cdot \omega \cdot L_1$ da bi se pojednostavilo rešavanje.

$1 - \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_2 - \omega^2 \cdot C_1 \cdot g_m \cdot L_2 \cdot R_S\ = 0$

$1 = \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_2 + \omega^2 \cdot C_1 \cdot g_m \cdot L_2 \cdot R_S$

$1 = \omega^2 \cdot C_1 \cdot L_2 + \omega^2 \cdot C_1 \cdot g_m \cdot L_2 \cdot R_S$

$1 = (1 + g_m \cdot R_s) \cdot \omega_o^2 \cdot C_1 \cdot L_2$

Frekvencija oscilacija ω_o se izrazi u funkciji od elmenata kola

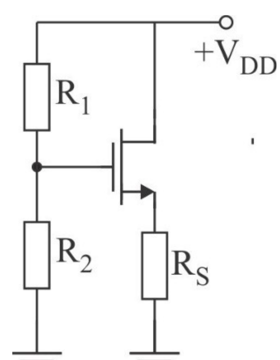
$1 = (1 + g_m \cdot R_s) \cdot C_1 \cdot L_2\ \dfrac{1}{(L_1 + L_2) \cdot C_1}$

$1 + g_m \cdot R_s = 1 + \dfrac{L_1}{L_2}$

Uslov oscilovanja je da transkonduktansa tranzistora iznosi:

$$\boxed{g_m = \frac{L_1}{R_s \cdot L_2} = 5\ mS}$$

Potrebno je polarizovati tranzistor na takav način da transkonduktansa ima potrebnu vrednost od 5 mS.



$g_m = 2 \cdot \sqrt{A \cdot I_D}$

$I_D = \left(\dfrac{g_m}{2}\right)^2 \cdot \dfrac{1}{A} = 2{,}5\ mA$

$I_D = A \cdot (V_{GS} - V_t)^2$

$V_{GS} = V_t + \sqrt{\dfrac{I_D}{A}} = 3{,}5\ V$

$V_G = V_{GS} + R_S \cdot I_D = 6\ V$

$V_G = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} = 6\ V$

Uslov oscilovanja je: $\quad R_1 = R_2$