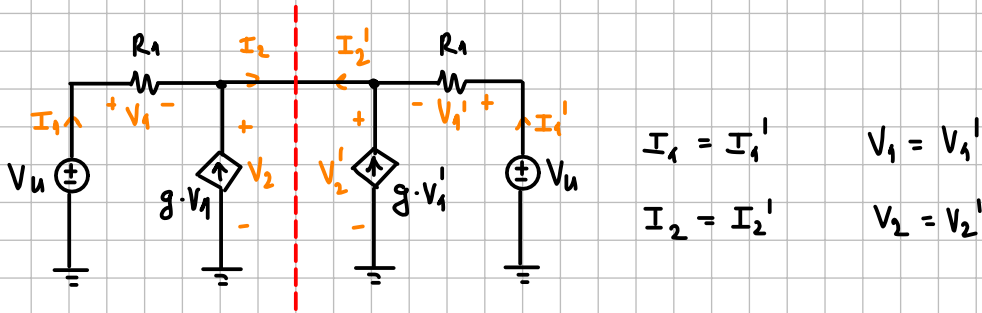


Диференцијални појачавачи

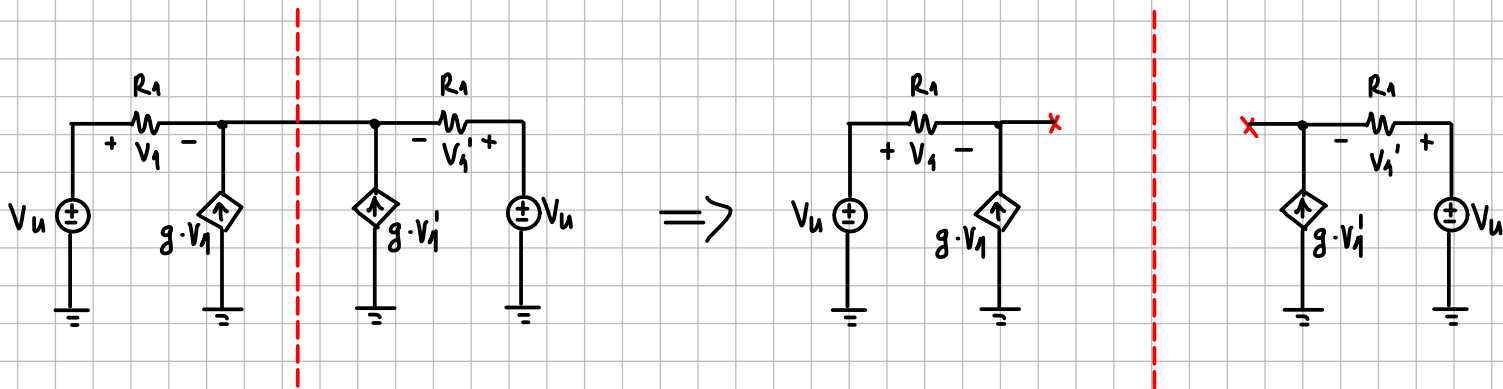
Симетрија и антисиметрија:

Идеја 1: Ако је коло симетрично, напони и струје одговарајућих елемената са обе стране осе симетрије су једнаки.



Може се приметити да за струје I_2 и I_2' важи $I_2 = I_2'$ због симетрије, а истовремено важи и $I_2 = -I_2'$ због тога што те струје теку кроз исту грану и супротних су смерова. Због тога важи и $I_2 = I_2' = 0$ што нас доводи до следећег битног закључка:

Идеја 2: Струје кроз гране које пресеца оса симетрије су једнаке нули, односно те гране се могу прекинути. На тај начин се коло може раздвојити на две идентичне половине и довољно је анализирати само једну половину.



$$I_1 = -g \cdot V_1 = -g \cdot R_1 \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = 0$$

$$I_2 = 0$$

$$V_1 = R_1 \cdot I_1 = 0$$

$$V_2 = V_u - V_1 = V_u$$

$$\Rightarrow$$

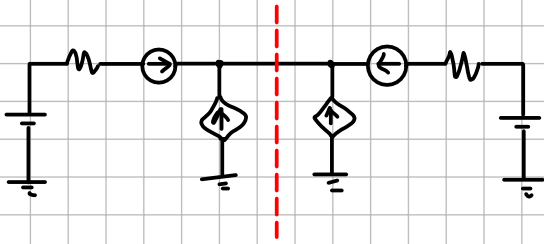
$$I_1' = I_1 = 0$$

$$I_2' = I_2 = 0$$

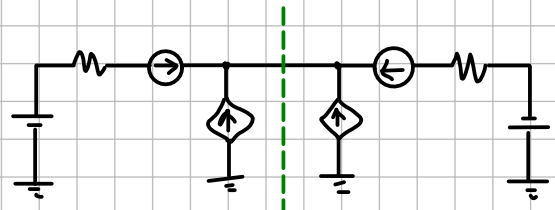
$$V_1' = V_1 = 0$$

$$V_2' = V_2 = V_u$$

Код антисиметричних кола такође важи симетричан распоред елемената, с тим што сваки независни генератор са једне стране осе има супротан смер од њему одговарајућег независног генератора са друге стране осе:

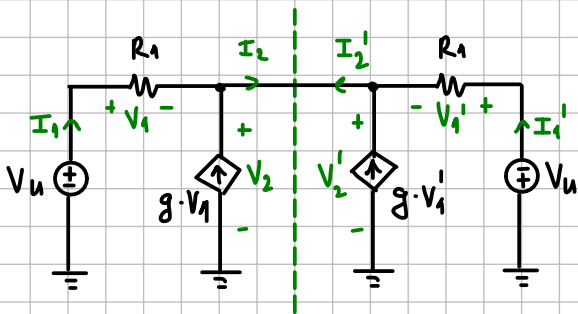


симетрично коло



антисиметрично коло

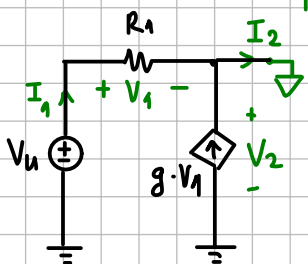
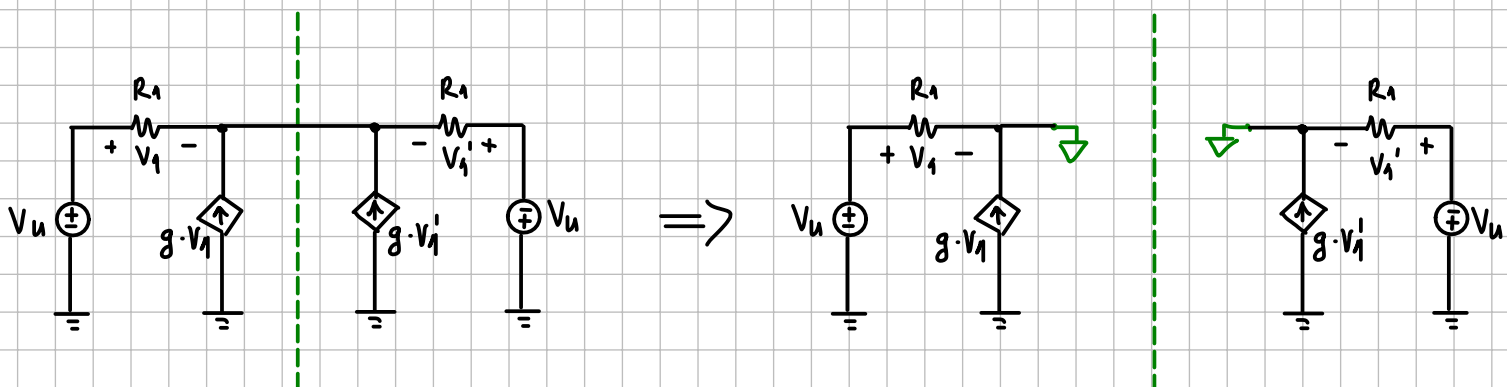
Идеја 3: Ако је коло антисиметрично, напони и струје одговарајућих елемената са обе стране осе антисиметрије су супротни по знаку.



$$\begin{aligned} I_1 &= -I_1' & V_1 &= -V_1' \\ I_2 &= -I_2' & V_2 &= -V_2' \end{aligned}$$

Може се приметити да за напоне V_2 и V_2' важи $V_2 = -V_2'$ због антисиметрије, али важи и $V_2 = V_2'$ због тога што су то напони истог чвора - "+" крај оба напона је на чвору ког пресеца оса антисиметрије, а "-" крај је на маси. То значи да је $V_2 = V_2' = 0$ што нас доводи до следећег битног закључка:

Идеја 4: Напони свих чворова које пресеца оса антисиметрије су једнаки нули, односно те чворове можемо узети за тзв. виртуелну масу. На тај начин се коло може раздвојити на две идентичне половине. Довољно је анализирати само једну половину, пошто се струје и напони у другој половини исте по вредности али супротног знака.



$$V_2 = 0 - 0 = 0$$

$$V_1 = V_u - 0 = V_u$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_u}{R_1}$$

$$I_2 = I_1 + gV_1 = \left(\frac{1}{R_1} + g \right) V_u$$

$$V_2' = -V_2 = 0$$

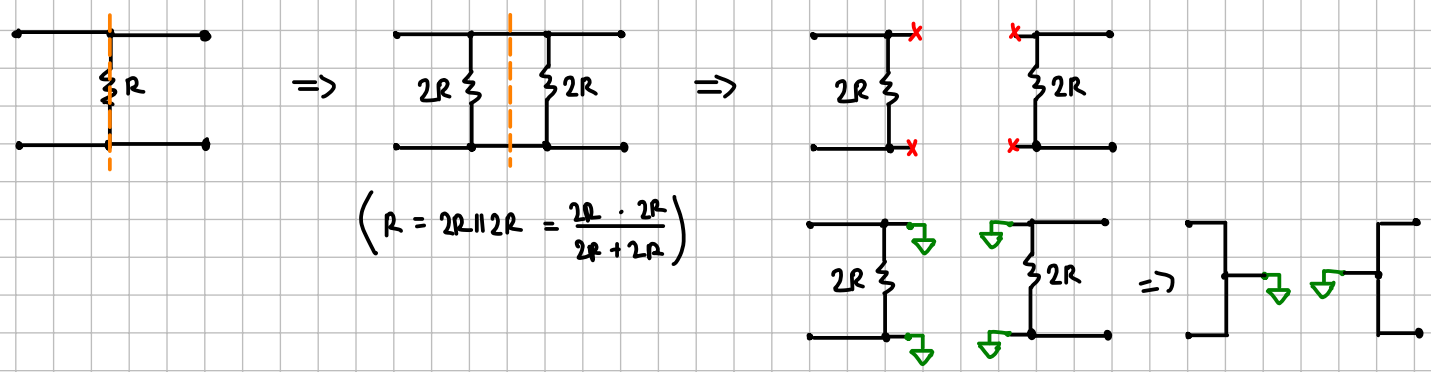
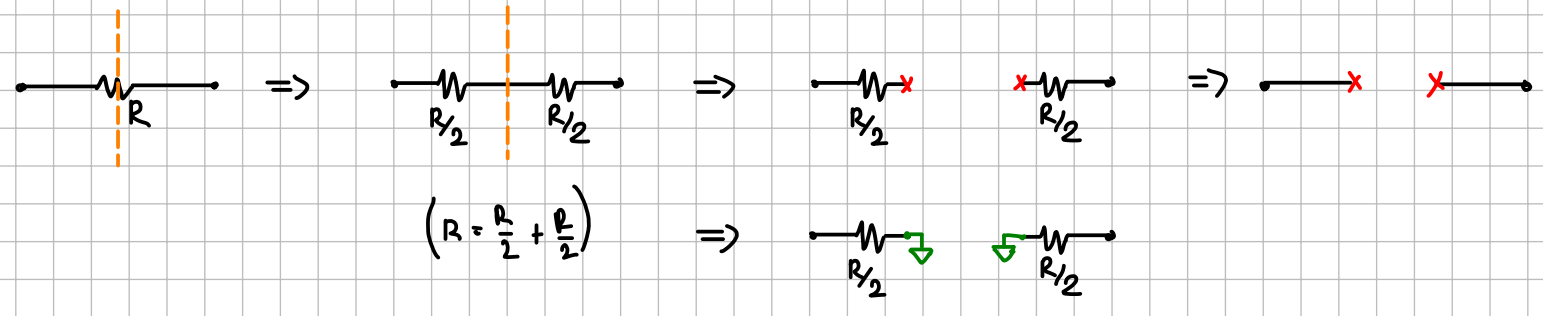
$$V_1' = -V_1 = -V_u$$

$$I_1' = -I_1 = -\frac{V_u}{R_1}$$

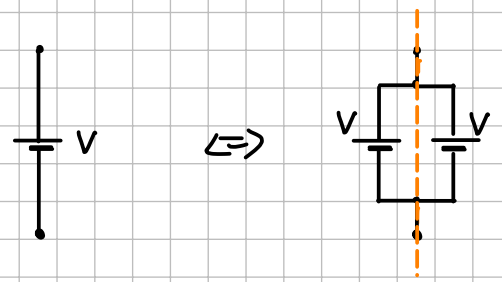
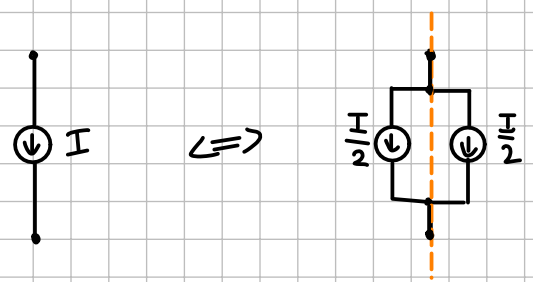
$$I_2' = -I_2 = -\left(\frac{1}{R_1} + g \right) V_u$$

Виртуелна маса - чвор који је физички одвојен од масе, а чији је напон једнак нули.

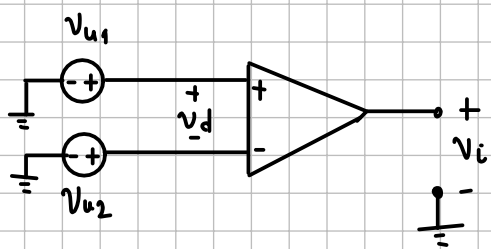
Ако се неки елемент нађе на оси симетрије/антисиметрије, тај елемент можемо представити погодним еквивалентним везама које олакшавају симетричну/антисиметричну анализу.



Ако се ради о симетрији, може се применити и следеће:



Анализа диференцијалних појачавача:



$$v_d = v_{u1} - v_{u2} \text{ - диференцијални сигнал}$$

$$v_{cm} = \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \text{ - заједнички (common-mode) сигнал}$$

Карактеристике диференцијалног појачавача:

$$A_d = \frac{v_i}{v_d} \text{ - диференцијално појачање}$$

$$A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}} \text{ - појачање заједничког сигнала}$$

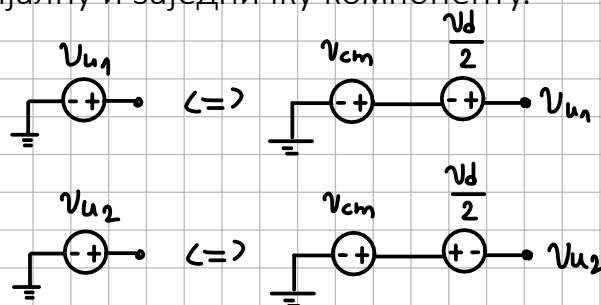
$$\rho = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right| \text{ - фактор потискивања заједничког сигнала (CMRR- Common-Mode Rejection Ratio)}$$

$$\rho [dB] = 20 \log \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right|$$

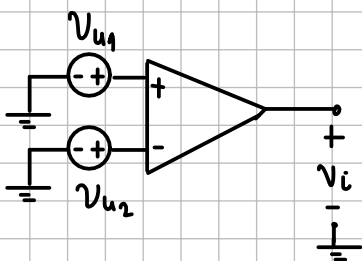
Улазни сигнали се могу раздвојити на диференцијалну и заједничку компоненту.

$$\left. \begin{aligned} v_{u1} - v_{u2} &= v_d \\ \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} &= v_{cm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

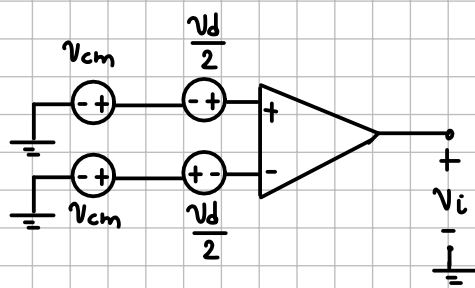
$$\left. \begin{aligned} v_{u1} &= v_{cm} + \frac{v_d}{2} \\ v_{u2} &= v_{cm} - \frac{v_d}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$



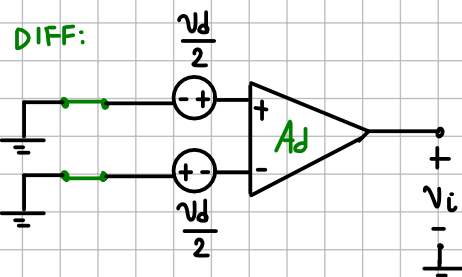
Овакав начин представљања је погодан зато што се тада потпуно могу искористити симетрија и антисиметрија кола:



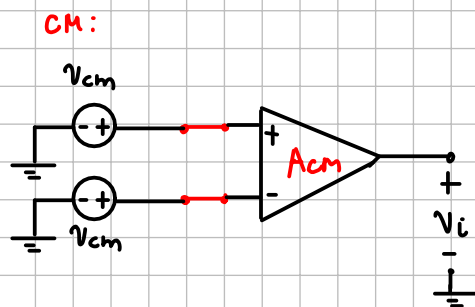
Радимо анализу за мале сигнале



Улазни сигнали се раздвоје на диференцијалну и заједничку компоненту

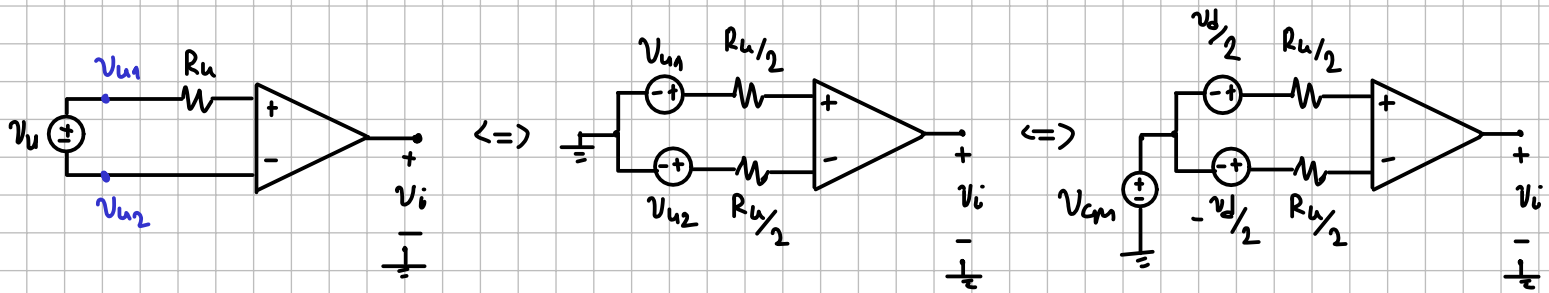


DIFF:
Диференцијално појачање: искључује се заједнички сигнал и ради се антисиметрична анализа



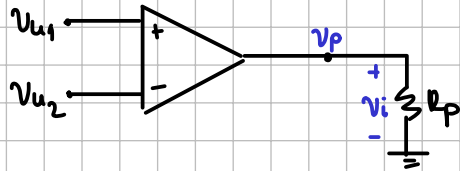
CM:
Појачање заједничког сигнала: искључује се диференцијални сигнал и ради се симетрична анализа

Ако је улазни напон представљен помоћу једног генератора, онда се може представити на овакав начин како би се омогућила симетрична/антисиметрична анализа:



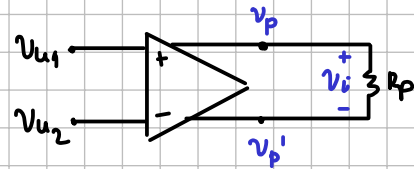
$$v_{u1} - v_{u2} = v_u = v_d$$

Диференцијални појачавач са једноструким излазом:



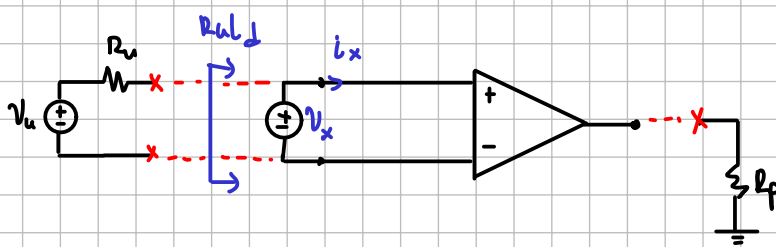
$$v_i = v_p$$

Диференцијални појачавач са двоструким излазом:



$$v_i = v_p - v_{p'}$$

Диференцијална улазна отпорност:



$$R_{ul_d} = \frac{v_x}{i_x}$$

1. За диференцијални појачавач са слике, одредити:

- a) параметре модела за мале сигнале транзистора
- б) Диференцијално појачање
- в) Појачање заједничког сигнала
- г) Фактор потискавања заједничког сигнала
- д) Диференцијалну улазну отпорност

Важи:

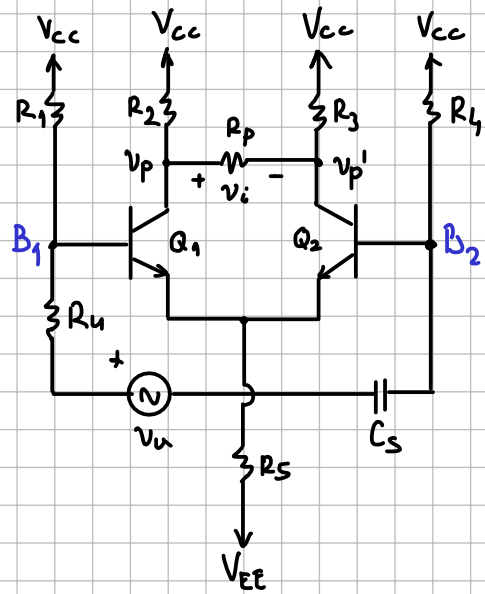
$$R_1 = R_4$$

$$R_2 = R_3$$

$$\beta_1 = \beta_2$$

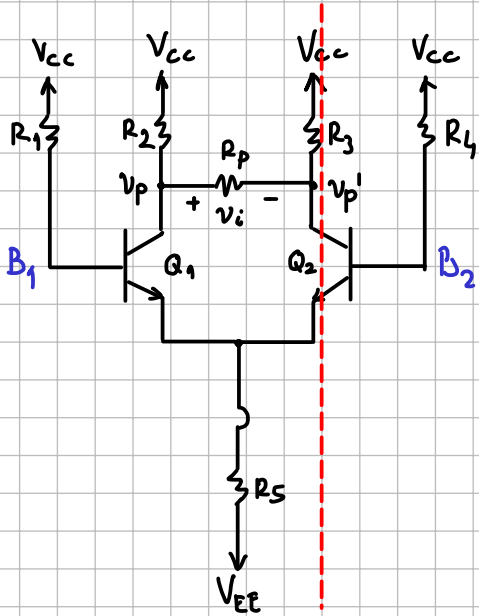
$$V_{A1} = V_{A2} \rightarrow \infty$$

$$C_S \rightarrow \infty$$

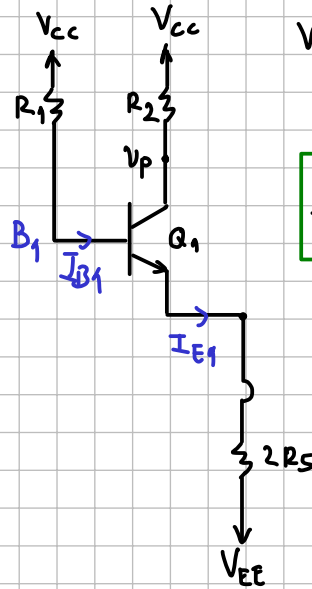


a) $g_{m1}, g_{m2}, r_{\pi 1}, r_{\pi 2}, r_{o1}, r_{o2} = ?$

DC:



=>



$$V_{CC} - V_{EE} = R_1 \cdot I_{B1} + V_{BE} + 2R_S \cdot I_{E1}$$

...

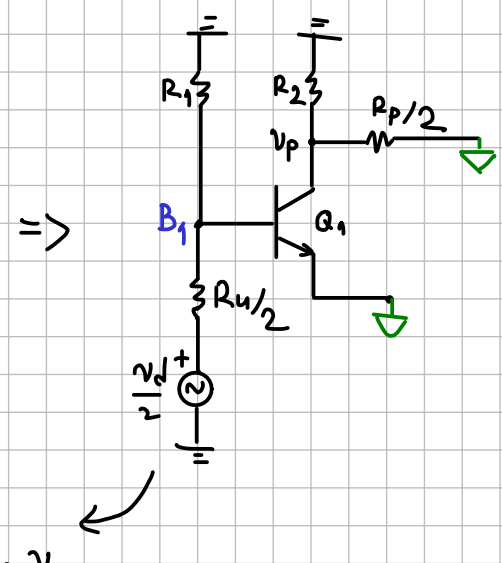
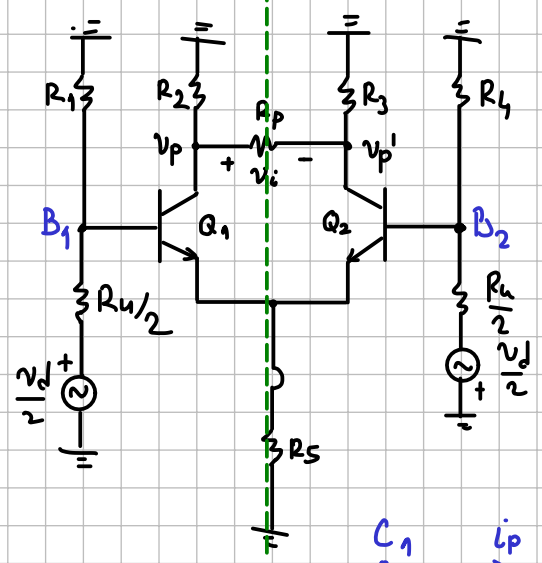
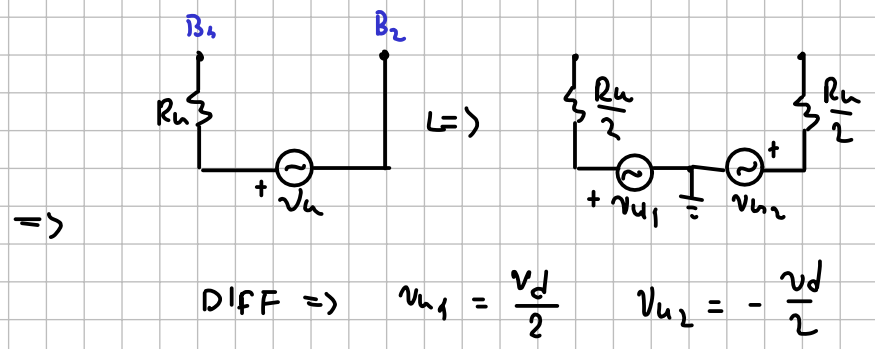
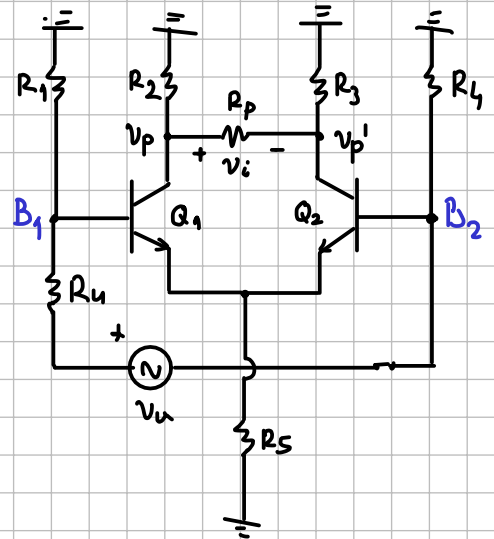
$$I_{B1} = \frac{V_{CC} - V_{EE} - V_{BE}}{R_1 + (\beta_1 + 1) \cdot 2R_S} = \dots$$

$$r_{\pi 1} = r_{\pi 2} = \frac{V_T}{I_{B1}} = \dots$$

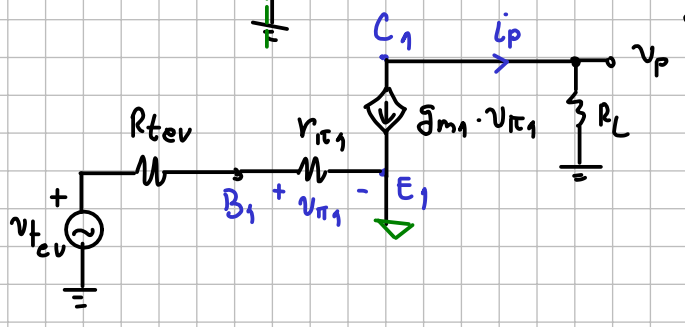
$$g_{m1} = g_{m2} = \frac{I_{C1}}{V_T} = \frac{\beta_1 I_{B1}}{V_T} = \dots$$

$$r_{o1} = r_{o2} = \infty$$

8) DIFF:



$\frac{v_p}{v_d} = ?$ $-\frac{v_{p'}}{v_d} = ?$



$$v_{tev} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_u}{2}} \cdot \frac{v_d}{2}$$

$$R_{tev} = R_1 \parallel \frac{R_u}{2}$$

$$R_L = \frac{R_P}{2} \parallel R_2$$

$$v_p = R_L \cdot i_p$$

$$i_p = -g_{m1} \cdot v_{\pi 1}$$

$$v_{\pi 1} = \frac{r_{\pi 1}}{R_{tev} + r_{\pi 1}} \cdot v_{tev}$$

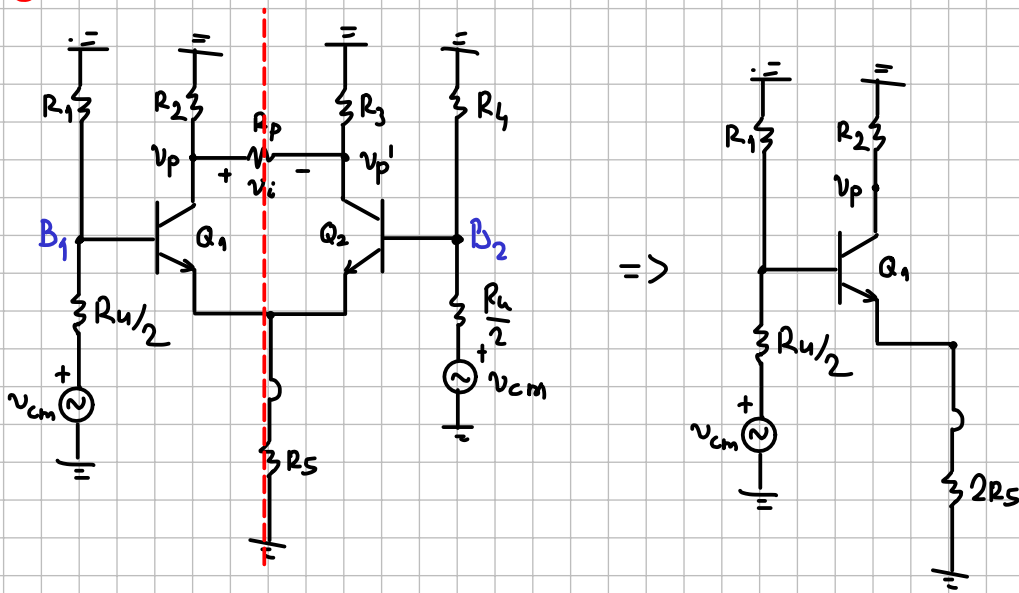
$$\frac{v_p}{\frac{v_d}{2}} = \frac{v_p}{i_p} \cdot \frac{i_p}{v_{\pi 1}} \cdot \frac{v_{\pi 1}}{v_{tev}} \cdot \frac{v_{tev}}{\frac{v_d}{2}} = R_L \cdot (-g_{m1}) \cdot \frac{r_{\pi 1}}{R_{tev} + r_{\pi 1}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_u}{2}}$$

$$v_p = A_p \cdot \frac{v_d}{2} \quad v_{p'} = -A_p \cdot \frac{v_d}{2}$$

$$v_i = v_p - v_{p'} = A_p \cdot v_d$$

$$A_d = \frac{v_i}{v_d} = A_p = R_L \cdot (-g_{m1}) \cdot \frac{r_{\pi 1}}{R_{tev} + r_{\pi 1}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_u}{2}}$$

b) CM:

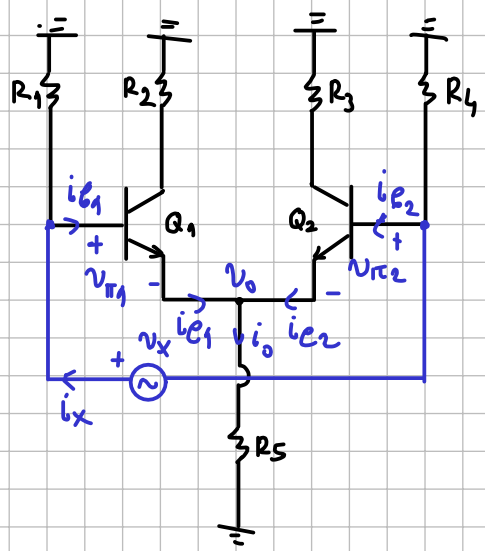


$$v_{p1} = v_p \Rightarrow v_i = 0 \Rightarrow A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}} = 0$$

c)

$$CMRR = \rho = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right|_{A_{cm}=0} = \infty \leftarrow$$

g)



$$\begin{aligned} R_{uld} &= \frac{v_x}{i_x} \\ v_x &= v_{\pi 1} - v_{\pi 2} \\ &= r_{\pi 1} \cdot i_{b1} - r_{\pi 2} \cdot i_{e2} \\ &= r_{\pi 1} (i_{b1} - i_{e2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_x &= i_{b1} + \frac{v_o + v_{\pi 1}}{R_1} = -i_{e2} - \frac{v_o + v_{\pi 2}}{R_4} \\ \Rightarrow i_{b1} + i_{e2} &= -\frac{v_o + v_{\pi 1}}{R_1} - \frac{v_o + v_{\pi 2}}{R_4} \end{aligned}$$

$$R_1 = R_4 \Rightarrow i_{b1} + i_{e2} = -\frac{2v_o + v_{\pi 1} + v_{\pi 2}}{R_1}$$

$$r_{\pi 1} = r_{\pi 2} \Rightarrow i_{b1} + i_{e2} = -\frac{2v_o + r_{\pi 1} (i_{e1} + i_{e2})}{R_1} \quad | \cdot R_1$$

$$R_1 (i_{b1} + i_{e2}) = -2v_o - r_{\pi 1} (i_{e1} + i_{e2})$$

$$\Rightarrow i_{b1} + i_{e2} = \frac{-2v_o}{R_1 + r_{\pi 1}}$$

$$\begin{aligned}
i_0 &= i_{e1} + i_{e2} \\
&= (\beta_1 + 1) \cdot i_{b1} + (\beta_2 + 1) \cdot i_{b2} \\
&= (\beta_1 + 1) \cdot (i_{b1} + i_{b2}) \\
&= (\beta_1 + 1) \cdot \frac{-2v_0}{R_1 + r_{\pi 1}}
\end{aligned}$$

$$i_0 = \frac{v_0}{R_5} \Rightarrow \frac{v_0}{R_5} = - \frac{2(\beta_1 + 1)}{R_1 + r_{\pi 1}} \cdot v_0 \Rightarrow v_0 = 0$$

$$\Rightarrow i_{b1} + i_{b2} = 0 \Rightarrow i_{b2} = -i_{b1}$$

$$v_x = r_{\pi 1} (i_{b1} - i_{b2}) = 2r_{\pi 1} \cdot i_{b1}$$

$$i_x = i_{b1} + \frac{v_0 + v_{\pi 1}}{R_1} = i_{b1} + \frac{r_{\pi 1} \cdot i_{b1}}{R_1} = \left(1 + \frac{r_{\pi 1}}{R_1}\right) \cdot i_{b1}$$

$$R_{u,d} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{v_x}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{i_x} = 2r_{\pi 1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{r_{\pi 1}}{R_1}} = 2(R_1 \parallel r_{\pi 1})$$

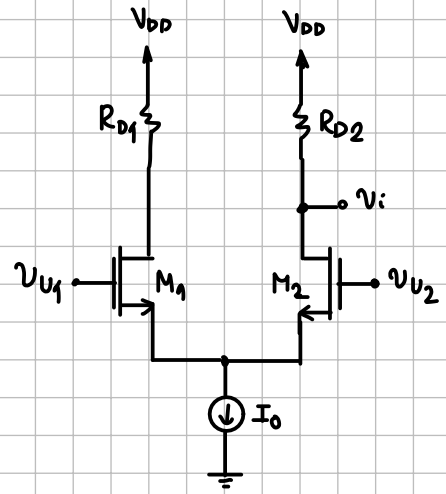
2. За диференцијални појачавач са слике, одредити:

- а) Параметре модела за мале сигнале
- б) Диференцијално појачање
- в) Појачање заједничког сигнала
- г) Фактор потискавања заједничког сигнала

Важи: $A_1 = A_2$ $V_{A1} = V_{A2} < \infty$

$V_{TH1} = V_{TH2}$ $R_{D1} = R_{D2}$

$V_{U1} = V_{U2}$ (DC)



Струјни извор има унутрашњу отпорност R_0 за мале сигнале.

а) $g_{m1} = g_{m2} = g_m = ?$
 $r_{o1} = r_{o2} = r_o = ?$ $\Rightarrow \bar{I}_{D1} = I_{D2} = ?$

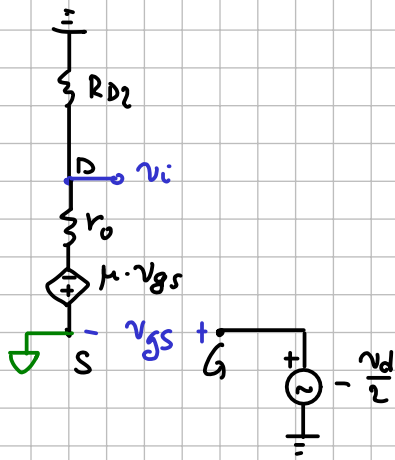
$I_{D1} = I_{D2} = \frac{I_0}{2}$

 \Rightarrow

$g_m = 2 \sqrt{\frac{\mu \cdot I_0}{2}} = \dots$
 $r_o = \frac{V_A}{\frac{I_0}{2}} = \frac{2V_A}{I_0} = \dots$

д) DIFF:

$\mu = g_m \cdot r_o$

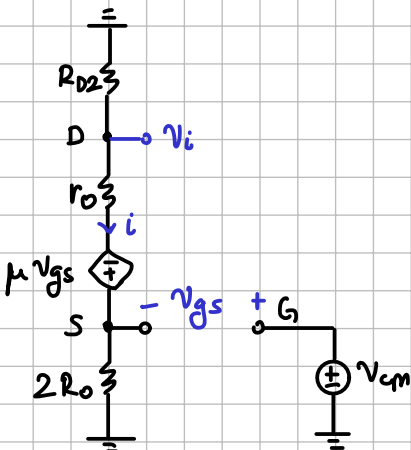


$v_i = \frac{R_{D2}}{r_o + R_{D2}} \cdot (-\mu v_{gs})$
 $v_{gs} = -\frac{v_d}{2}$

$A_d = \frac{v_i}{v_d} = \frac{v_i}{v_{gs}} \cdot \frac{v_{gs}}{v_d} = \frac{\mu}{2} \cdot \frac{R_{D2}}{r_o + R_{D2}}$
 $A_d = \frac{g_m \cdot r_o}{2} \cdot \frac{R_{D2}}{r_o + R_{D2}} = \frac{g_m (r_o || R_{D2})}{2}$

е) CM:

$v_i = -R_{D2} \cdot i$



$R_{D2} \cdot i + r_o \cdot i - \mu v_{gs} + 2R_o \cdot i = 0$
 $\Rightarrow \mu v_{gs} = (R_{D2} + r_o + 2R_o) \cdot i$

$v_{cm} = v_{gs} + 2R_o \cdot i = \left(\frac{R_{D2} + r_o + 2R_o}{\mu} + 2R_o \right) \cdot i$

$A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}} = \frac{v_i}{i} \cdot \frac{i}{v_{cm}} = \frac{-R_{D2}}{\frac{R_{D2} + r_o + 2R_o}{\mu} + 2R_o} \cdot \frac{\mu}{\mu}$

$A_{cm} = -\frac{\mu R_{D2}}{R_{D2} + r_o + (\mu + 1)2R_o}$

3. За диференцијални појачавач са слике, одредити:

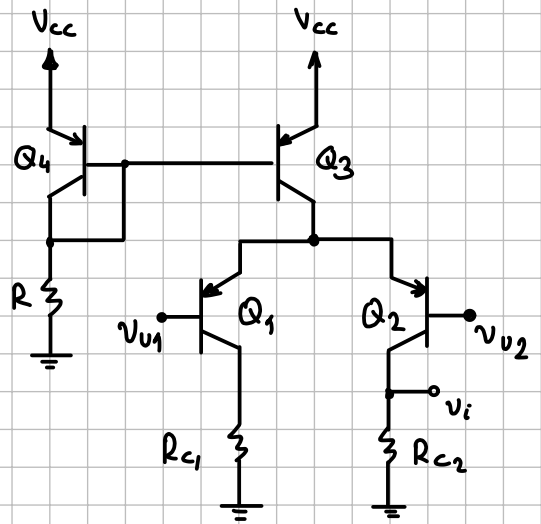
- а) Параметре модела за мале сигнале свих транзистора
- б) Диференцијално појачање
- в) Појачање заједничког сигнала

Важи:

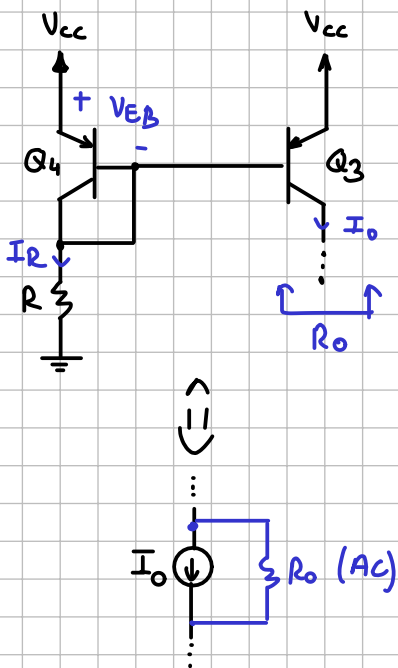
$$\beta_1 = \beta_2 \quad \beta_3 = \beta_4$$

$$V_{A1} = V_{A2} \rightarrow \infty \quad V_{A3} = V_{A4} < \infty$$

$$V_{U1} = V_{U2} \quad R_{C1} = R_{C2}$$



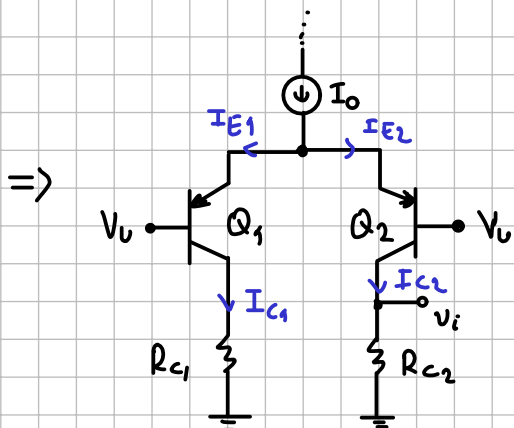
а) $g_{m1} = g_{m2} = ?$
 $r_{\pi 1} = r_{\pi 2} = ?$
 $r_{o1} = r_{o2} \rightarrow \infty$



$$I_R = \frac{V_{CC} - V_{EB}}{R}$$

$$I_o = \frac{\beta_3}{\beta_3 + 2} \cdot I_R = \frac{\beta_3}{\beta_3 + 2} \cdot \frac{V_{CC} - V_{EB}}{R} = \dots$$

$$R_o = r_{o3} = \frac{V_{A3}}{I_o} = \dots$$



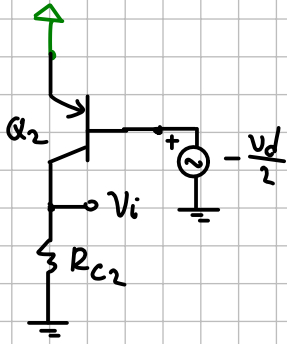
$$I_{E1} = I_{E2} = \frac{I_o}{2}$$

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \cdot I_{E1} = \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \cdot \frac{I_o}{2} = \dots$$

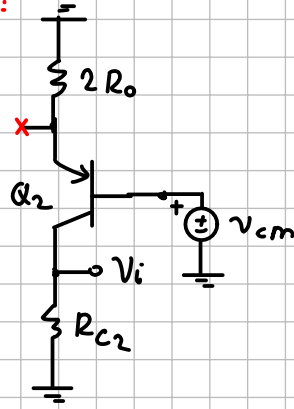
$$g_{m1} = g_{m2} = g_m = \frac{I_{C1}}{V_T}$$

$$r_{\pi 1} = r_{\pi 2} = r_{\pi} = \frac{V_T}{I_{B1}} = \dots$$

a) DIFF:



b) CM:



За вежбу:

1. За диференцијални појачавач са слике, одредити:

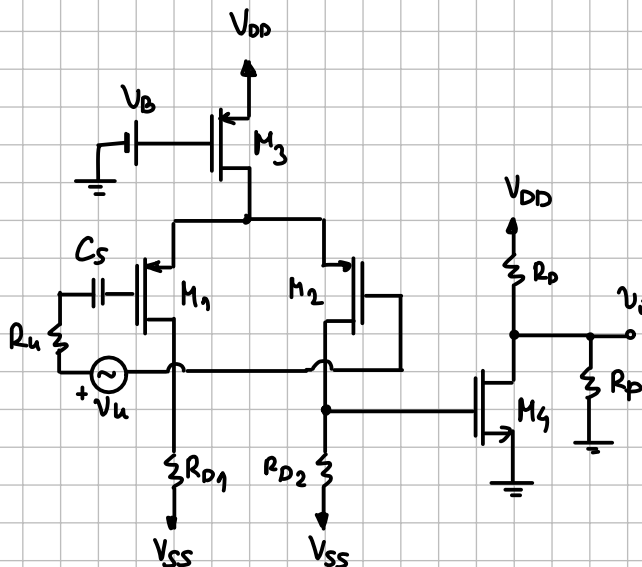
- а) Диференцијално појачање
- б) Појачање заједничког сигнала

Важи:

$$A_1 = A_2 \quad V_{A1}, V_{A2} \rightarrow \infty$$

$$R_{D1} = R_{D2} \quad V_{A3}, V_{A4} < \infty$$

$$-V_{TH1} = -V_{TH2} = V_{TH3} = V_{TH4}$$



2. За диференцијални појачавач са слике, одредити:

- а) Параметре модела за мале сигнале
- б) Диференцијално појачање
- в) Појачање заједничког сигнала
- г) Фактор потискавања заједничког сигнала

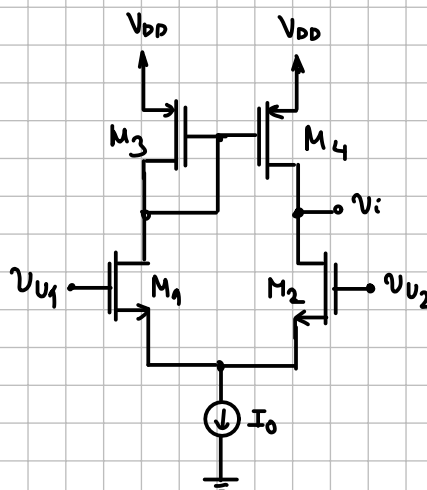
Важи:

$$A_1 = A_2 \quad V_{A1} = V_{A2} < \infty$$

$$A_3 = A_4 \quad V_{A3} = V_{A4} < \infty$$

$$V_{TH1} = V_{TH2} = -V_{TH3} = -V_{TH4} = V_{TH}$$

$$V_{U1} = V_{U2} \quad (DC)$$



Струјни извор је идеалан.

Не може се решити помоћу симетрије!