

Osnovi Elektronike

PRIRUČNIK ZA RAČUNSKE VEŽBE

Dejan Mirković



2018.

Sadržaj

1	Sistem jednačina	7
2	Dioda	11
2.1	Varikap dioda (Varaktor)	12
2.2	Zener dioda	12
2.3	Analiza kola sa diodama	13
3	Tranzistor	21
3.1	BJT tranzistor	21
3.1.1	Aktivna oblast	21
3.1.2	Zasićenje	22
3.1.3	Karakteristike BJT tranzistora	23
3.2	MOS-FET Tranzistor	24
3.2.1	Omska oblast	24
3.2.2	Aktivna oblast (Zasićenje)	25
3.2.3	Efekat podloge	26
3.2.4	Karakteristike MOS-FET tranzistora	27
4	Izvori konstantne struje i konstantnog napona	29
4.1	Kola sa Bipolarnim tranzistorima	29
4.2	Kola sa MOS-FET tranzistorima	34
5	Modeli tranzistora za male signale	39
5.1	Model BJT tranzistora za male signale	39
5.2	Model MOS-FET tranzistora za male signale	42
5.3	Diodno povezan tranzistor	44
6	Polarizacija diskretnih pojačavača	47
6.1	Polarizacija BJT tranzistora	47
6.2	Polarizacija MOS-FET tranzistora	49
7	Osnovni pojačavački stepeni sa BJT tranzistorom	51
7.1	Zajednički emitor	51
7.2	Zajednički kolektor (Emitter Follower)	55
7.3	Zajednička baza	57
7.4	Sistematizacija	59
7.5	Strujno pojačanje	60
8	Osnovni pojačavački stepeni sa MOS-FET tranzistorom	61
8.1	Zajednički sors	61
8.2	Zajednički drejn (Source Follower)	64
8.3	Zajednički gejt	66
8.4	Sistematizacija	68
8.5	Strujno pojačanje	69
9	Diferencijalni pojačavač	71
9.1	Analiza velikih signala	71
9.1.1	Diferencijalni par sa BJT tranzistorima	71
9.1.2	Diferencijalni par sa MOS-FET tranzistorima	73
9.2	Analiza malih signala	74
9.2.1	Diferencijalni pojačavač sa BJT tranzistorima	76
9.2.2	Diferencijalni pojačavač sa MOS-FET tranzistorima	83
9.3	Analiza diferencijalnih pojačavača	88

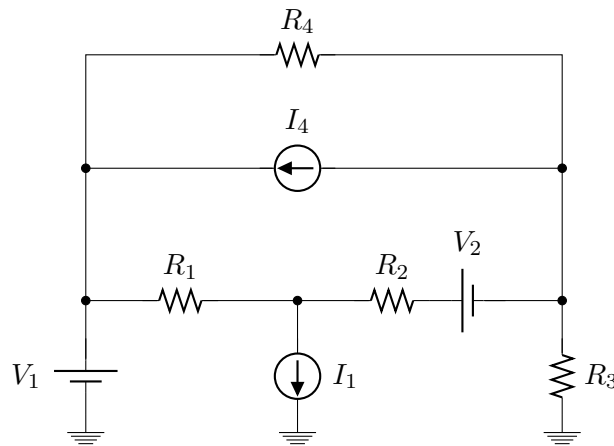
10 Višestepeni pojačavači	95
10.1 Neposredno sprezanje pojačavača	95
10.1.1 Darlingtonov par	95
10.1.2 CFP par	96
10.1.3 Kaskodni pojačavač	97
10.1.4 Komplementarni par	97
10.2 Analiza višestepenih pojačavača	99
11 Pojačavač snage i izlazni stepen	113
11.1 Pojačavač klase A kao pojačavač snage	114
11.2 Pojačavač klase B kao pojačavač snage	115
11.3 Push-Pull kao pojačavač snage	116
11.4 Push-Pull kao izlazni stepen	118
12 Frekvencijske karakteristike	121
12.1 Funkcija prvog reda	121
12.2 Funkcija drugog reda	124
12.3 Analiza frekvencijski zavisnih kola	127
12.4 Milerova teorema	129
13 Operacioni pojačavač	131
13.1 Model operacionog pojačavača	132
13.2 Idealni operacioni pojačavač	133
13.3 Osnovna kola sa operacionim pojačavačem	134
14 Primena operacionog pojačavača	137
14.1 Instrumentacioni pojačavač	137
14.2 Filtarske ćelije	137
14.2.1 LP filtar	138
14.2.2 HP filtra	139
14.2.3 Band-Pass filtar	140
14.2.4 Band-Stop filtar	141
14.2.5 All-Pass Filtar	143
14.2.6 State variable filtar	144
15 Povratna sprega	149
15.1 Uticaj na propusni opseg	149
15.2 Tipovi povratne sprege	149
15.2.1 Paralelno-Naponska	149
15.2.2 Paralelno-Strujna	150
15.2.3 Redno-Naponska	150
15.2.4 Redno-Strujna	150
15.3 Analiza kola sa povratnom spregom	153
16 Kružno pojačanje	159
16.1 Naponsko i strujno kružno pojačanje	159
16.2 Analiza kružnog pojačanja	161
17 Oscilatori	169
17.1 Analiza kola oscilatora	169
17.2 LC Oscilatori	169
17.3 RC Oscilatori	177
18 Regulacija napona	183
18.1 Regulatori na bazi zener diode	183
18.2 LDO regulator	188
18.3 Analiza kola regulatora	189

1 Sistem jednačina

Pošto je metod potencijalan čvorova, za razliku od metoda konturnih struja, nezavisan od topologije kola i ne zahteva planarnu strukturu obično se baš ovaj metod najčešće koristi kako za ručnu analizu tako i u programima za računarsku simulaciju elektronskih kola. Sa druge strane, u praksi se često dešava da kolo ima nesvakidašnju strukturu pa se upotrebom klasičnog metoda potencijala čvorova ne dobija uvek optimalan (minimalan) sistem jednačina. U primeru koji sledi biće detaljno razmatran postupak formiranja sistema jednačina i rešavanja istog za tipično linearno kolo. Biće korišćen tzv. modifikovan metod potencijala čvorova. Ovaj metod se u principu svodi na I Kirhofov zakon gde se struje izražavaju direktno kao funkcije napona u kolu. Naravno, ukoliko se ispostavi da je kolo lakše rešiti metodom konturnih struja (što je za kola srednje veličine i kompleksnija kola redak slučaj) svakako treba primeniti ovaj metod.

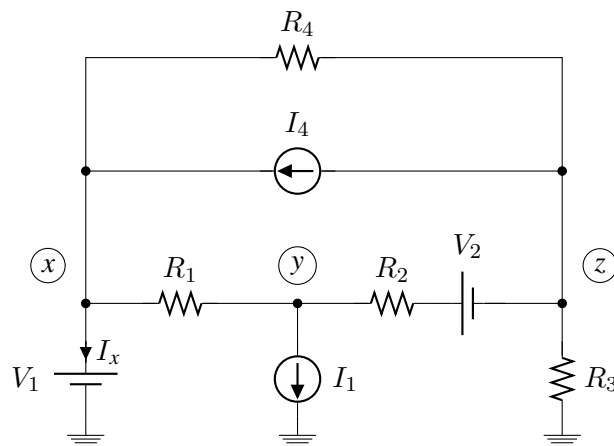
Generalno, dobra je praksa uvek prvo analizirati kolo vizuelnom inspekcijom, uočiti kako se sistem može najlakše opisati, pa tek onda prionuti na pisanje jednačina. Kako količina elemenata u kolu raste jasno je da se dobija sve složeniji sistem (problem višeg reda), pa prilikom analize uvek treba tražiti kompromis između formalnih matematičkih metoda za rešavanje problema i praktičnih, tj. manje formalnih (jednostavnijih) koji se baziraju na primeni fundamentalnih zakona (I i II Kirhofov zakon, Omov zakon) i razumnih aproksimacija.

PRIMER 1.1: Korišćenjem modifikovanog metoda potencijala čvorova formirati i rešiti sistem jednačina za kolo dato na slici 1.1. Poznato je: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1\Omega$, $I_1 = I_4 = 1A$ i $V_1 = V_2 = 1V$.



Slika 1.1: Tipično linearno kolo

REŠENJE 1.1: U praktičnim kolima multi čvor je uvek definisan (čvor mase). U kolu sa slike 1.1 mogu se uočiti tri čvora koji su označeni na slici 1.2. Dakle, na prvi pogled sistem jednačina treba da bude 3×3 pri čemu su neponznate (promenljive) naponi, odnosno potencijali, čvorova V_x , V_y i V_z .



Slika 1.2: Kolo sa slike 1.1 sa označenim čvorovima

Bitno je primetiti da je između jednog od čvorova i mase vezan idealni naponski generator V_1 . Da bi bilo moguće napisati I Kirhofov zakon za čvor x potrebno je uvesti novu promenljivu tj. struju kroz naponski generator V_1 , I_x . Uzimajući prethodno u obzir po modifikovanom metodu potencijala čvorova može se formirati sledeći

sistem jednačina,

$$x : (V_x - V_y) G_1 + (V_x - V_z) G_4 + I_x = I_4 \quad (1.1)$$

$$y : (V_y - V_x) G_1 + (V_y - V_2 - V_z) G_2 = -I_1 \quad (1.2)$$

$$z : (V_z - V_x) G_4 + V_z G_3 + (V_z - V_y + V_2) G_2 = -I_4 \quad (1.3)$$

$$\text{dj} : V_x = V_1 \quad (1.4)$$

Prilikom pisanja jednačina usvojeno je da se sa leve strane jednakosti pišu struje koje istuču, a sa desne struje koje utiču u čvor¹. Daljim sređivanjem (grupisanjem) dolazi se do sledećeg matričnog oblika,

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_4 & -G_1 & -G_4 & 1 \\ -G_1 & G_1 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_4 & -G_2 & G_2 + G_3 + G_4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_4 \\ -I_1 + G_2 V_2 \\ -I_4 - G_2 V_2 \\ V_1 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Pažljivim posmatranjem (1.5) mogu se izvuci sledeći, bitini, zaključci.

- Kada se pogleda deo glavne dijagonale vezan za promenljive napone (V_x, V_y i V_z) tj. elementi glavne dijagonale sa indeksima 11, 22 i 33 može se videti da se tu nalze sume svih provodnosti koje su vezane za čvorove x, y i z , respektivno.
- Ukoliko između čvorova postoji provodnost (otpornost) ona se pojavljuje kao element simetrične submatrice dimenzije 2×2 sa predznakom $-$ na sporednoj subdijagonali. Tako se npr. između čvorova x i y nalzi provodnost G_1 pa elementi matrice sa indeksima 11, 12, 21 i 22 sadrže provodnosti $G_1, -G_1, -G_1$ i G_1 , respektivno. Slično važi i za provodnost G_4 koja se nalazi između čvorovao x i z . U ovom slučaju elementi matrice sa indeksima 11, 13, 31 i 33 sadrže prvodnosti $G_4, -G_4, -G_4$ i G_4 , respektivno. Isto čak važi i za provodnost G_2 (indkesi 22, 23, 32 i 33) gde je redna veza naponskog generatora V_2 i otpornosti R_2 implicitno prevedena u Nortonov ekvivalent (strujni generator vrednosti $G_2 V_2$ paraleleno sa provodnošću G_2).
- Dodatna jednačina daje direktnu vezu jednog od neponzantih napna i poznatog idealnog naponskog generatora (u ovom slučaju $V_x = V_1$) što se u matrici sistema manifestuje kao jedna kolana i jedna vrsta sa svim elementima jednakim nuli osim jednog koji je jednak jedinici i čija pozicija zavisi samo od mesta na kome je dodatna jednačina pozicinirana u sistemu jednačina.

Na osnovu ovih posmatranja može se zaključiti da je sistem jednačina u matričnom obliku moguće napisati vizuelnom inspekcijom kola tj. bez među koraka (1.1)-(1.4). Ovim postupkom se nedvosmisleno može doći do matematičkog modela električnog kola na brz i efikasan način. Praktično, po ovom algoritmu se formira sistem jednačina u računarskim programima za simulaciju električnih/elektronskih kola (SPICE simulator). Međtuim, za ručno rešavanje ovaj sistem jednačina je nepotrebno predimenzionisan. Naime, jasno je da sistem ima samo tri promenljive i to V_y, V_z i I_x . (podsećamo da je sa slike 1.1 relacija $V_x = V_1$ očigledna). Kada se ovo usvoji, poslednja vrsta i prva kolona matrice sistema mogu da se eliminišu tako što se svi elementi prve kolone koji množe V_x prebace u slobodni vektor, V_x eliminiše iz vektora prmoeljivih, a elementi u vektoru promenljivih pomere na gore za jedno mesto. Novo-dobijeni sistem je,

$$\begin{bmatrix} -G_1 & -G_4 & 1 \\ G_1 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_4 - (G_1 + G_4) V_1 \\ -I_1 + G_2 V_2 + G_1 V_1 \\ -I_4 - G_2 V_2 + G_4 V_1 \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

Smenom brojnih vrednosti dobija se,

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

¹U opštem slučaju izabrani smer struja za savku individualnu jednačinu je proizvoljan pod uslovom da se u konkretnoj jednačini očuva konzistentnost.

Sistem (1.7) se najlakše može rešiti Kramerovim pravilima (*Gabriel Cramer*),

$$V_y = \frac{\Delta_{V_y}}{\Delta} = \frac{2}{5}V \quad (1.8)$$

$$V_z = \frac{\Delta_{V_z}}{\Delta} = -\frac{1}{5}V \quad (1.9)$$

$$I_x = \frac{\Delta_{I_x}}{\Delta} = -\frac{4}{5}A, \quad (1.10)$$

gde su,

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 5S^2 \quad (1.11)$$

$$\Delta_{V_y} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 2AS \quad (1.12)$$

$$\Delta_{V_z} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -1AS \quad (1.13)$$

$$\Delta_{I_x} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -4AS^2. \quad (1.14)$$

Ako se malo bolje prisetimo klasičnog potencijala čvorova, gde su promenljive isključivo naponi (potencijali) čvorova, može se zaključiti da je čak i promenljiva I_x višak. Praktično, sistem se može svesti na dimneziju 2×2 što je značajno lakše rešiti. Ovo je zapravo minimalni red sistema za kolo sa slike 1.1. Do ovog sistema jednačina se može doći na tri načina.

Prvi način je dalja redukcija sistema datog sa (1.5). Redukcija podrazumeva izbacivanje elemenata V_x i I_x iz vektora promenljivih čime se eliminišu prva i poslednja vrsta/kolona matrice sistema. Naravno, treba voditi računa da je $V_x = V_1$ sada poznata valičina pa elemente sa indkesima 21 i 31 treba prebaciti u slobodni vektor. Minimalni sistem jednačina koji opisuje kolo sa slike 1.1 je,

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1 + G_2V_2 + G_1V_1 \\ -I_4 - G_2V_2 + G_4V_1 \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Smenom brojnih vrednosti dobija se,

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (1.16)$$

Rešenja sistema su (1.8) i (1.9), s tim što su sada,

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 5S^2, \quad \Delta_{V_y} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2AS, \quad \Delta_{V_z} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -1AS. \quad (1.17)$$

Drugi način kojim se može doći do minimalnog sistema jednačina jeste redukcija same šeme. Naime, eliminacijom idealnih naponskih generatora i svođenjem svih kombinacija naponskih generatora i serijskih otpornosti na Nortonov ekvivalent može se dobiti minimalistička šema. Proces redukcija kola sa slike 1.1 je ilustrovan na slici 1.3.

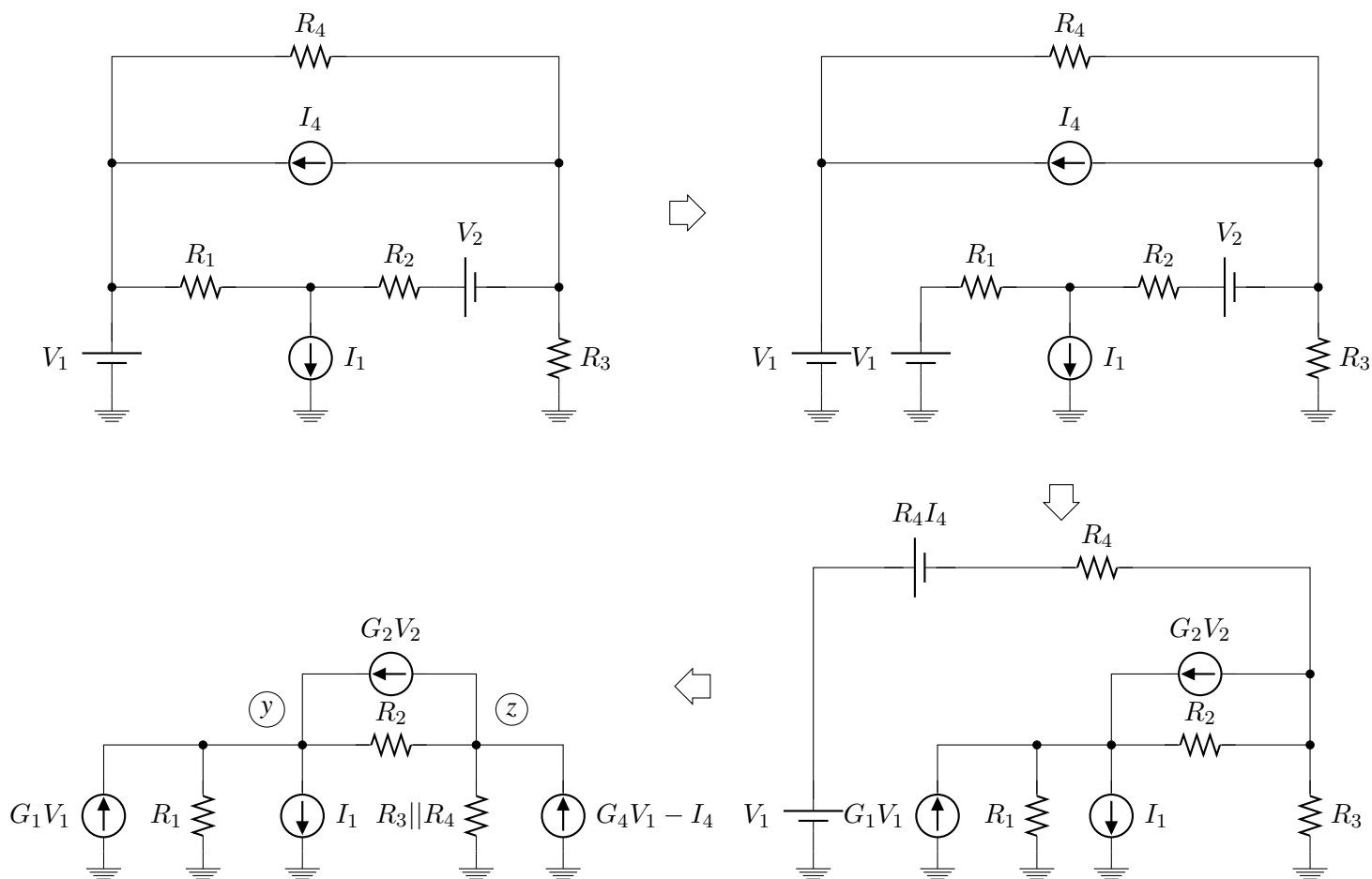
Treba primetiti da je u postupku redukcije eliminisan čvor x . Pisanjem jednačina (ili vizuelnom inspekcijom pomoću gore izvedenih pravila) za redukovano kolo sa slike 1.3 dobija se sistem jednačina dat sa (1.15).

Konačno treći način kojim se može doći do sistema (1.15) jeste pisanjem modifikovanog potencijala čvorova samo za čvorove y i z za originalno kolo (slika 1.1) pri čemu se uzima u obzir relacija $V_x = V_1$.

Sva tri načina su ekvivalentna i imaju svoje mesto u analizi kola zavisno od konfiguracije samog kola kao i od ciljnog rezultata tj. veličine (ili odnosa valičina) koji se traži.

Kada su svi naponi poznati, mogu se proračunati struje u originalnom kolu upotrebom Omovog i I Kirhofovog zakona. Tako npr. struja kroz idealni naponski generator V_1 je,

$$I_x = (V_y - V_1)G_1 + I_4 + (V_z - V_1)G_4 = -\frac{4}{5}A, \quad (1.18)$$



Slika 1.3: Redukcija kola sa slike 1.1

što se pokalapa sa prethodno dobijenim rezultatom (1.10). Ostale struje u kolu su,

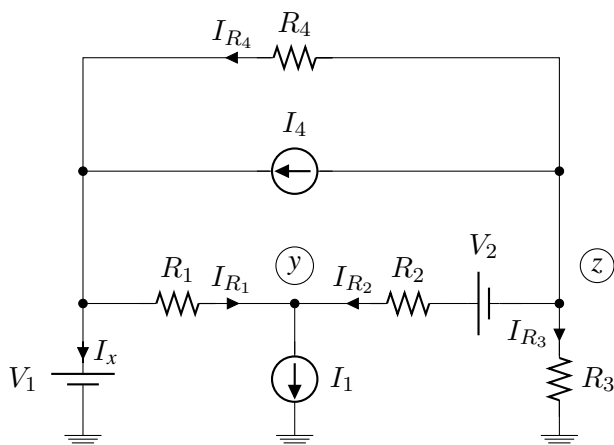
$$I_{R_1} = (V_1 - V_y) G_1 = \frac{3}{5} \text{ A} \quad (1.19)$$

$$I_{R_2} = (V_2 + V_z - V_y) G_2 = \frac{2}{5} \text{ A} \quad (1.20)$$

$$I_{R_3} = V_z G_3 = -\frac{1}{5} \text{ A} \quad (1.21)$$

$$I_{R_4} = (V_z - V_y) G_4 = -\frac{6}{5} \text{ A}. \quad (1.22)$$

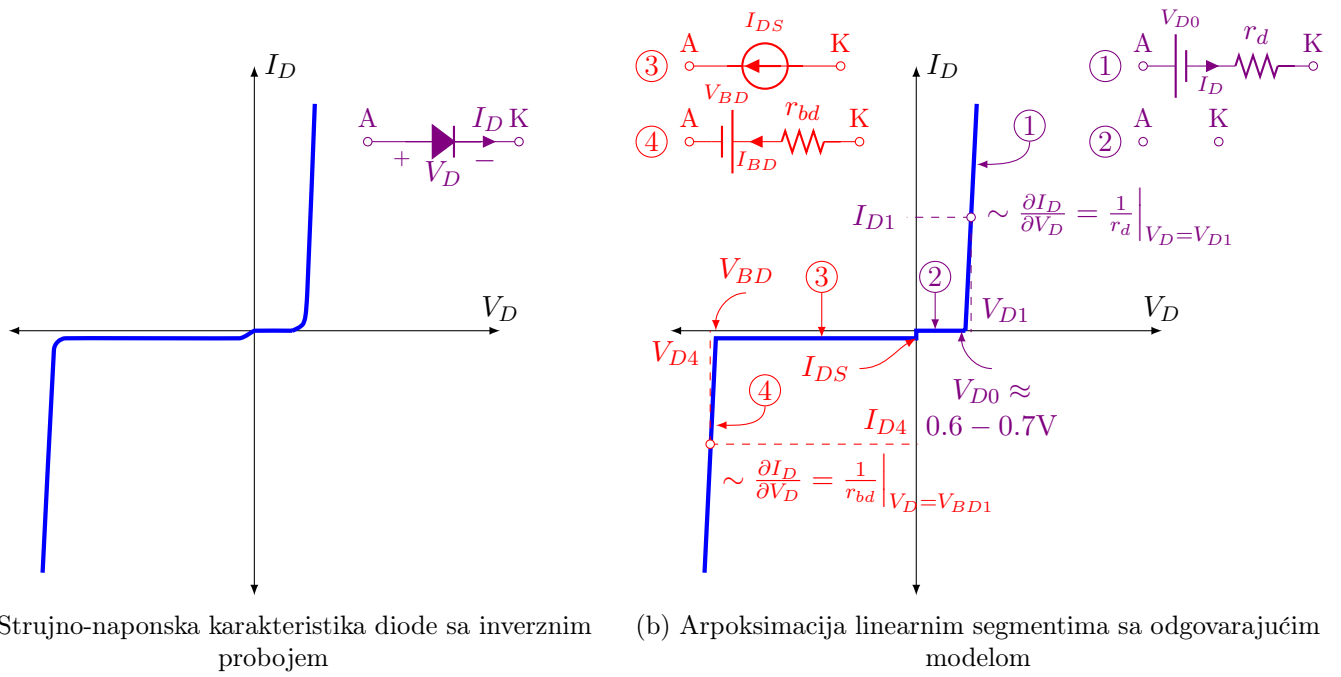
Konačno, treba pomenuti da je izabrani smer struja proizvoljan. Izabrani smer struja je ilustrovan na slici 1.4.



Slika 1.4: Kolo sa slike 1.1 sa označenim čvorovima i izabranim smerom struja

Na osnovu predznaka se može zaključiti da se izabrani smer za struje I_{R_1} i I_{R_2} poklapa sa fizičkim smerom proticanja ovih struja, dok je realni smer proticanja struja I_{R_3} i I_{R_4} suprotan od izabranog.

2 Dioda



Slika 2.1: Karakteristika poluprovodničke diode

①

$$I_D = I_{DS} \left(e^{V_D/\eta V_T} - 1 \right), \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial I_D}{\partial V_D} = \frac{1}{\eta V_T} \cdot I_{DS} e^{V_D/\eta V_T} \approx \frac{I_D}{V_T}. \quad (2.2)$$

$$r_d = \frac{1}{\partial I_D / \partial V_D} \approx \frac{V_T}{I_D}. \quad (2.3)$$

$$r_d \approx \frac{V_{D1} - V_{D0}}{I_{D1}}. \quad (2.4)$$

$$R_D = \frac{V_{D1}}{I_{D1}}. \quad (2.5)$$

②

$$I_D \approx I_{DS} \quad (2.6)$$

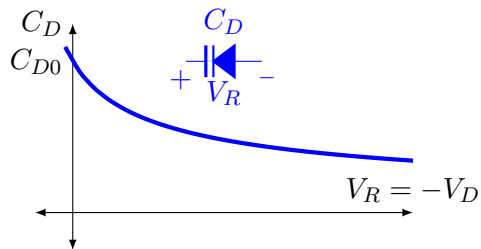
③

$$I_D \approx -I_{DS} \quad (2.7)$$

④

$$r_{bd} \approx \frac{V_{D4} - V_{BD}}{I_{D4} - I_{DS}}, \quad (2.8)$$

$$V_D \approx V_{BD}. \quad (2.9)$$

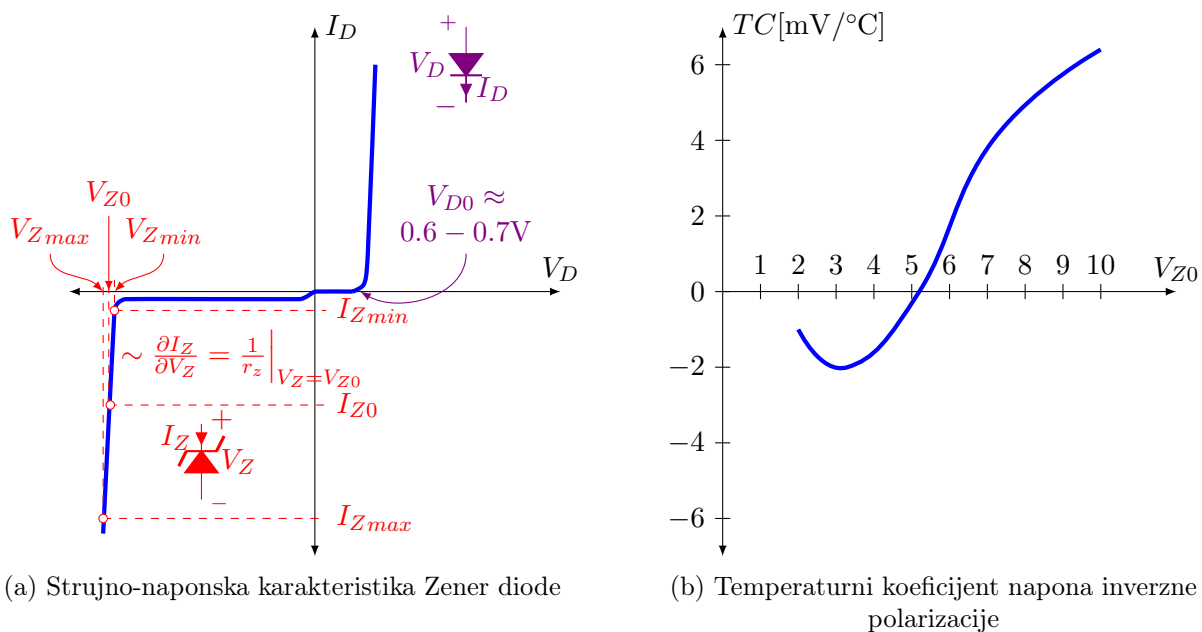


Slika 2.2: Kapacitivnosti varikap diode, simbol i polarizacija

2.1 Varikap dioda (Varaktor)

$$C_D \approx \frac{C_{D0}}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}}}, \quad (2.10)$$

2.2 Zener dioda



(a) Strujno-naponska karakteristika Zener diode

(b) Temperaturni koeficijent napona inverzne polarizacije

Slika 2.3: Karakteristike Zener diode

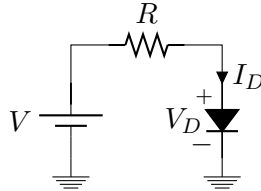
$$r_z \approx \frac{V_{Zmax} - V_{Zmin}}{I_{Zmax} - I_{Zmin}}, \quad (2.11)$$

$$V_D \approx V_{Z0}. \quad (2.12)$$

2.3 Analiza kola sa diodama

Na osnovu slike 2.1 jasno je da dioda ima prekidačku funkciju u kolu. Drugim rečima karakteristika diode je izrazito nelinearna. Ovo omogućava da se pri odgovarajućim uslovima polarizacije električno kolo prekonfiguriše. Naime, kada su u kolu pristuni samo linearni elementi (npr. samo otpornici), zavisnosti struja i napona u kolu su linearne, neprekidne, funkcije. Uvođenjem diode moguće je gotovo trenutno prekinuti ili uspostaviti vezu u rednoj grani u kojoj se dioda nalazi ukoliko se obezbedi promena polarizacije same diode. Primene diode u elektronskim kolima su brojne. Ovde će biti data samo neka jednostavna kola koja se uglavnom baziraju na kombinovanju diode i otpornosti (diodno-rezistivna kola). Veoma korisna kola se mogu takođe praviti kombinovanjem diode i kapacitivnosti. Analiza kola sa diodama će biti demonstrirana kroz nekoliko primera.

PRIMER 2.1: Za kolo sa slike 2.4 odrediti struju diode, I_D , i napon na diodi, V_D , ako je $R = 4.7\text{k}\Omega$ i $V = 5\text{V}$. Inverzna struja zasićenja diode je $I_{DS} = 10^{-15}\text{A}$.



Slika 2.4: Polarizacija diode

REŠENJE 2.1: Vizuelnom inspekcijom kola sa slike 2.4 može se uočiti da se na Anodu diode preko otpornosti R dovodi relativno visok napon od $V = 5\text{V}$. Sa druge strane Katoda diode je vezana na masu (najniži potencijal u kolu). Prema tome može se pretpostaviti da je dioda direktno polarisana. U tom slučaju sistem jednačina za kolo sa slike 2.4 je

$$I_D = \frac{V - V_D}{R} \quad (2.13)$$

$$V_D = V_T \ln \left(\frac{I_D}{I_{DS}} \right). \quad (2.14)$$

Dakle, treba rešiti sistem nelinearnih jednačina. Pošto nije moguće naći rešenje u zatvorenom obliku mora se upotrebiti neki numerički algoritam za rešavanje sistema jednačina. Do rešenja, sa željenom tolerancijom, se dolazi iterativnim putem (u više koraka). Jedan iterativni algoritam za rešavanje sistema jednačina je dat na slici 2.5. Ilustrativni prikaz algoritma je dat na slici 2.5a, a implementacija na slici 2.5b. Generalno pravilo kod numeričkog rešavanja jeste da se za jezgro algoritma bira "slabija" ² funkcija. U ovom slučaju to je funkcija prirodnog logaritma. Poznato je da logaritamska funkcija kompresuje velike priraštaje argumenta, a ekspanduje male.

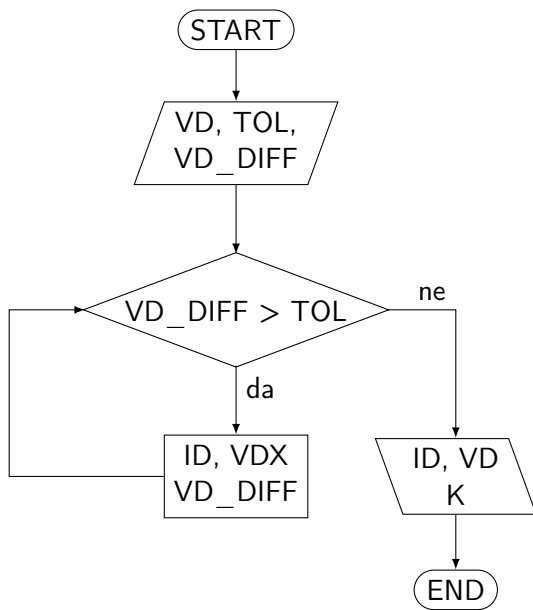
Algoritam standardno započinje usvajanjem tolerancije i početnog rešenja. U konkretnom slučaju izabrana je tolerancija od $TOL = 1\mu\text{V}$. Pošto drugačije nije naglašeno podrazumeva se da se radi o silicijumskoj diodi. Prema tome, napon praga provođenja je reda stotina mV pa se za početno rešenje može izabrati npr. vrednost termičkog napona na sobnoj temperaturi tj. $V_D = 26\text{mV}$. Razlika između sukcesivnih rešenja, VD_DIFF , je inicijalno izabrana tako da bude veća od zadate tolerancije kako bi se algoritam pokrenuo (konkretno za VD_DIFF je takođe izabrano 26mV). Nakon inicijalizacije algoritma sledi poređenje razlike sukcesivnih rešenja i zadate tolerancije. Ukoliko je VD_DIFF manje od TOL algoritam se završava, a dobijeni rezultati se štampaju. U suprotnom potrebno je proračunati struju diode, I_D , pomoću (2.13) i novu vrednost napona na diodi, V_{DX} , pomoću (2.14). Zatim treba proračunati novu razliku između sukcesivnih rešenja kao $VD_DIFF = \text{ABS}(V_{DX} - V_D)$, a za napon na diodi uzeti novodobijenu vrednost tj. $V_D = V_{DX}$. Postupak se iterativno ponavlja sve dok VD_DIFF ne postane manje od TOL . Octave³ implementacija sa slike 2.5b nakon četiri iteracije daje $I_D = 911.5\mu\text{A}$ i $V_D = 716\text{mV}$.

Jasno je da ovakav način rešavanja kola nije praktičan za ručnu analizu, pogotovu kada se u kolu nalazi više dioda. Naime, kolo se može jednostavno rešiti usvajanjem modela diode sa konstantnim naponom. Ukoliko se usvoji $V_D = V_{D0} = 700\text{mV}$, na osnovu (2.13) se dobija $I_D = 914.9\mu\text{A}$. Dinamička otpornost diode bi u ovom slučaju bila $r_d = V_T/I_D = 28.42\Omega$. Ako se u model diode uključi i dinamička otpornost, struja kroz diodu je

$$I_D = \frac{V - V_{D0}}{R + r_d} = 909.4\mu\text{A}.$$

²Izvod funkcije relativno konstantan za opseg vrednosti argumenta od interesa.

³Octave je free open source programsko okruženja za numeričku analizu <https://www.gnu.org/software/octave>



(a) Algoritam

```

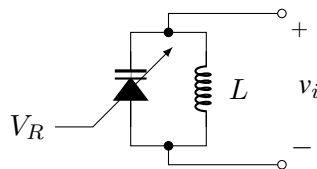
% Poznate vrednosti
IDS = 1e-15; %[A]
R = 4.7e3; %[Ohm]
V = 5; %[V]
VT = 26e-3; %[V]
% Dozvoljena tolerancija za napon diode
TOL = 1e-6; %[V]
% Brojac iteracija
K = 0;
% Pocetna vrednost za napon diode
VD = VT; %[V]
% Razlika izmedju sukcesivnih resenja
VD_DIFF = VD;
% Algoritam (Solver)
while (VD_DIFF > TOL)
    ID = (V - VD)/R;
    VDX = VT*log(ID/IDS);
    VD_DIFF = abs(VD - VDX);
    VD = VDX;
    K = K + 1;
end
% Stapanje rezultata
fprintf([
    'Broj iteracija: %u\n', ...
    'Napon diode, VD: %e [V]\n', ...
    'Struja diode, ID: %e [A]\n'], ...
    [K, VD, ID ]);
  
```

(b) Octave (MATLAB) kôd

Slika 2.5: Rešavanje nelinearnog sistema jednačina numeričkim putem za kolo sa slike 2.4

Konačno, može se zaključiti da model sa konstantnim naponom daje rešenje sa zadovoljavajućom tačnošću. Na ovaj način se eliminiše potreba za rešavanjem sistema nelinearnih jednačina numeričkim putem.

PRIMER 2.2: Mobilni telefon sadrži naponom kontrolisani oscilator (VCO - *Voltage Controlled Oscilator*). VCO je realizovan kao jednostavno LC rezonantno kolo sa varikap diodom (slika 2.6). Pri nultom naponu inverzne polarizacije $V_R = 0V$ rezonantna frekvencija je $f_{n0} = 2GHz$. Izračunati promenu rezonantne frekvencije ako se na varikap diodu dovede napon inverzne polarizacije od $V_R = 2V$. Varikap dioda ima sledeće parametre: $C_{j0} = 0.5 \times 10^{-8}fF/cm^2$, $m_j = 0.5$, $A_j = 2000\mu m^2$ i $V_0 = 730mV$.



Slika 2.6: VCO sa varikap diodom

REŠENJE 2.2: Kapacitivnost varikap diode za $V_R = 0V$ iznosi $C_{D0} = A_j C_{j0} = 1pF$. Ukoliko, sa na varikap diodu dovede napon inverzne polarizacije od $V_R = 2V$ kapacitivnost diode je

$$C_{D1} = A_j \cdot \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}}} = \frac{C_{D0}}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}}} \approx 517.11fF.$$

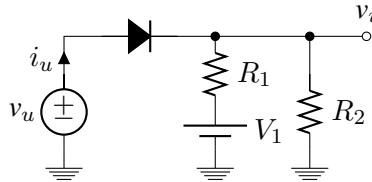
Rezonantna frekvencija LC oscilatornog kola je $f_n^2 = \frac{1}{2\pi LC}$ pa za odnos rezonantnih frekvencija za dve vrednosti

kapacitivnosti varikap diode važi

$$\frac{f_{n1}}{f_{n0}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{C_{D1}}} \Rightarrow f_{n1} = f_{n0} \cdot \sqrt{\frac{C_{D0}}{C_{D1}}} \approx 2.78\text{GHz}.$$

Dakle, promena rezonantne frekvencije iznosi $\Delta f_n = f_{n1} - f_{n0} \approx 780\text{kHz}$.

PRIMER 2.3: Za kolo sa slike 2.7 skicirati zavisnost izlaznog napona, $v_i = f(v_u)$, i zavisnost ulazne struje, $i_u = f(v_u)$. Ulazni napon se kreće u opsegu $v_u = [-5\text{V} : 5\text{V}]$. Elementi kola su: $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 3\text{k}\Omega$ i $V_1 = 3\text{V}$. Dioda ima sledeće parametre modela: $V_{D0} = 0.7\text{V}$, $r_d = 20\Omega$, $I_{DS} = 0\text{A}$, $V_{BD} = -50\text{V}$.



Slika 2.7: Originalno kolo

REŠENJE 2.3: Analiza kola sa diodom može da se sprovede na više načina i može se generalizovati sledećom procedurom:

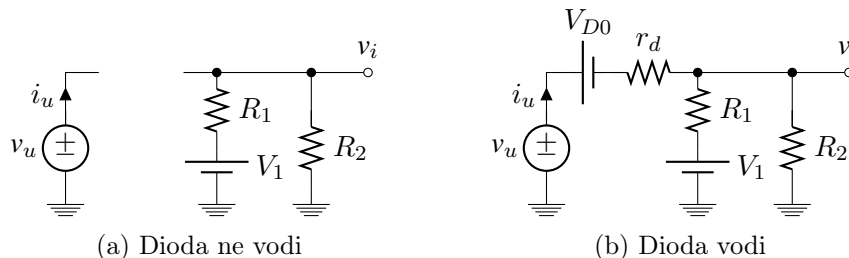
1. Na osnovu vizuelne inspekcije kola pretpostaviti u kom režimu rada se dioda nalazi (vodi, ne vodi, proboj).
2. Sprovesti analizu kola na osnovu prethodno postavljene pretpostavke i odrediti napon na diodi V_D .
3. Ukoliko polaritet napona diode potvrđuje postavljenu pretpostavku vrednosti ostalih napona i struja u kolu su validne. U suprotnom, inicijalna pretpostavka je pogrešna pa treba usvojiti režim rada diode koji odgovara dobijenom polaritetu napona V_D , a analizu sprovesti ponovo.

Naravno, ukoliko je inicijalna pretpostavka ispravna analiza kola je jednostavnija. Zato pre pisanja jednačina uvek treba dobro pogledati kolo, a zatim pretpostaviti režim rada diode koji intuitivno najbliže odgovara trenutnim uslovima u kolu.

Posmatranjem kola sa slike 2.7 može se uočiti da se ulazni napon dovodi direktno na anodu. Sa druge strane na katodu se dovodi pozitivan napon V_1 preko otpornosti R_1 . Intuitivno gledano dioda ne bi trebalo da vodi za ulazni napon od $v_u = -5\text{V}$. Dakle, pretpostavka je da dioda ne vodi pa je napon diode

$$V_D = v_u - \frac{R_2}{R_2 + R_1} V_1 = -6.8\text{V}.$$

Pošto je $V_D < 0\text{V}$ početna pretpostavka je tačna, dioda zaista ne može da vodi pri ovim uslovima u kolu. Ovaj slučaj je ilustrovan na slici 2.8a. Kada dioda ne vodi izlaz je određen naponskim rezedelnikom



Slika 2.8: Dioda kao prekidački element

$$v_i = \frac{R_2}{R_2 + R_1} V_1 = 1.8\text{V}.$$

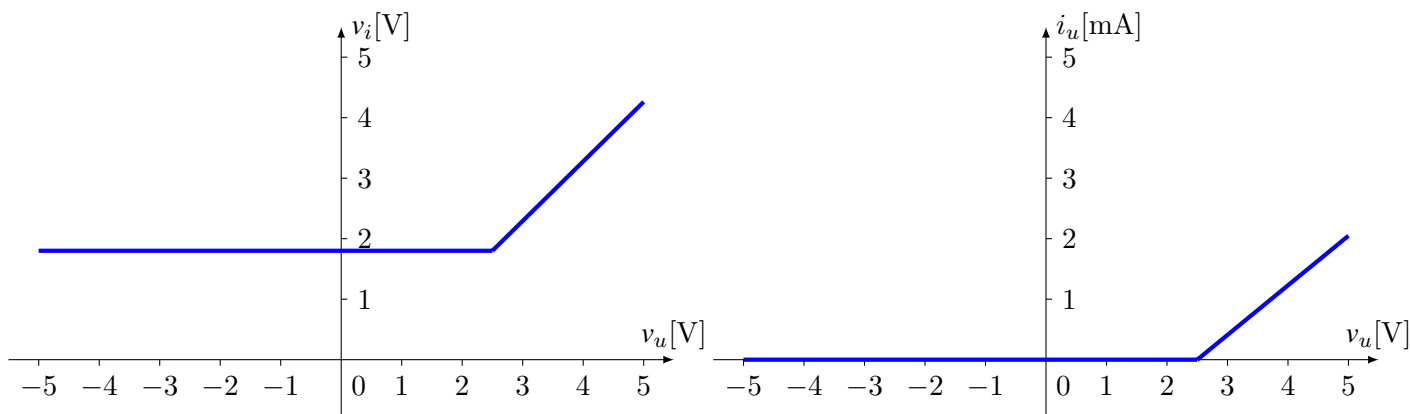
Međutim, ulazni napon, a samim tim i napon na anodi, na dalje raste. Dioda će ostati u neprovodnom stanju sved dok napon V_D ne dostigne prag provođenja V_{D0} . Za ulazni napon

$$v_u = V_{D0} + \frac{R_2}{R_2 + R_1} V_1 = 2.5\text{V}$$

stiču se uslovi da dioda provede. Prethodna jednačina je napisana uzimajući u obzir činjenicu da je struja diode izuzetno mala trenutak pre nego što dioda provede pa je kolo sa slike 2.8a još uvek validno. Izgled kola kada dioda provede je prikazna na slici 2.8b. Izlazni napon se može lako dobiti metodom superpozicije

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{R_1 || R_2}{R_1 || R_2 + r_d} (v_u - V_{D0}) + \frac{R_2 || r_d}{R_2 || r_d + R_1} V_1 \\ &= 0.984 \cdot (v_u - V_{D0}) + 0.0098 \cdot V_1 \\ &= 0.984v_u - 0.659[\text{V}]. \end{aligned}$$

Dakle, kada dioda vodi izlazni napon je ugl. određen razlikom ulaznog napona i praga provođenja diode. Zavisnost izlaznog napona od ulaznog tzv. prenosna, naponsko-naponska, karakteristika je prikazana na slici 2.9a. Slično, analizom kola sa slike 2.8b dolazi se do zavisnosti ulazne struje od ulaznog napona. Na osnovu slike



(a) Prenosna karakteristika za kolo sa slike 2.7

(b) Strujno-naponska karakteristika za kolo sa slike 2.7

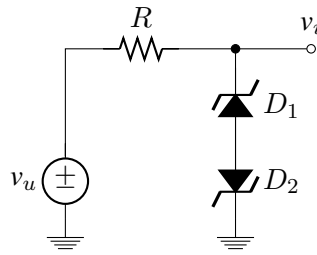
2.8a jasno je da je ulazna struja jednaka nuli kada dioda ne vodi. Kada dioda provede, analizom kola sa slike 2.8b za ulaznu struju se dobija

$$\begin{aligned} i_u &= \frac{1}{r_d} \cdot \left(v_u - V_{D0} - \frac{R_1 || R_2}{R_1 || R_2 + r_d} (v_u - V_{D0}) - \frac{R_2 || r_d}{R_2 || r_d + R_1} V_1 \right) \\ &= \frac{v_u - V_{D0}}{R_1 || R_2 + r_d} - \frac{R_2}{R_2 + r_d} \cdot \frac{V_1}{R_2 || r_d + R_1} \\ &= 0.8197 \cdot v_u - 2.0492[\text{mA}]. \end{aligned}$$

Strujno-naponska karakteristika je data na slici 2.9b.

Posmatranjem slike 2.8a i 2.8b jasno je da se dioda ponaša kao prekidač u kolu. Prema tome kolo sa diodom se zapravo sastoji od dva kola. Jedno kada dioda vodi, a drugo kada dioda ne vodi. Na ovaj način se može potpuno promeniti inicijalna funkcija kola. U konkretnom slučaju za vrednosti pobudnog napona manje od 2.5V izlazni napon je konstantne vrednosti 1.8V i nezavisan od ulaznog napona. Kada pobudni napon dostigne 2.5V sa tendencijom da i dalje raste, dioda se uključuje, a kolo potpuno menja funkciju. Naime, sada je izlaz linearna funkcija ulaza. Slično, važi i za ulaznu struju. Za napone na ulazu manje od 2.5V ulazna struja je izuzetno mala (u idealnom slučaju 0A), a za napone na ulazu veće od 2.5V ulazna struja linearno raste sa ulaznim naponom.

PRIMER 2.4: Za ograničavač napona sa Zener diodama prikazan na slici 2.10 skicirati prenosnu karakteristiku $v_i = f(v_u)$. Dioda imaju sledeće parametre: $V_{D01} = 0.6\text{V}$, $r_{d1} = 20\Omega$, $V_{Z01} = 3.2\text{V}$, $r_{z1} = 15\Omega$, $V_{D02} = 0.7\text{V}$, $r_{d2} = 25\Omega$, $V_{Z02} = 6.2\text{V}$, $r_{z2} = 10\Omega$. Svi ostali parametri dioda imaju idealnu vrednost. Ulazni napon se kreće u opsegu $v_u = [-10\text{V} : 10\text{V}]$. Redna otpornost je $R = 1\text{k}\Omega$.

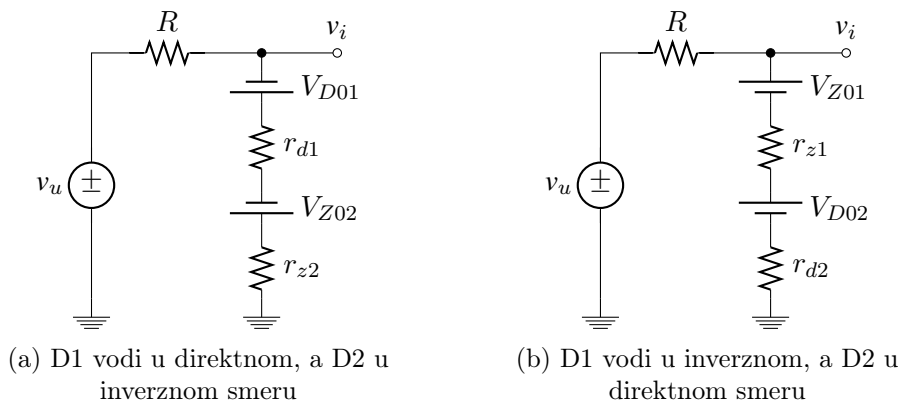


Slika 2.10

REŠENJE 2.4: Diodno-rezistivna kola se najčešće koriste za ograničavanje napona (*clamping/clipping circuits*). Na osnovu slike 2.3b može se uočiti da ograničavač sa slike 2.10 ima dobru temperaturnu stabilnost. Ako je ulazni napon -10V može se zaključiti sledeće. Na katodu diode D_1 se dovodi relativno visok, negativan, napon pa se može pretpostaviti da dioda vodi u direktnom smeru. Ukoliko dioda D_1 vodi, na anodu diode D_2 se takođe odvodi visok, negativan, napon od približno $v_i + V_{D01}$. Kako je katoda diode D_2 vezana za masu (multi potencijal) dioda D_2 je u proboju. U ovom slučaju kolo izgleda kao na slici 2.11a, a za izlazni napon važi

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{r_{d1} + r_{z2}}{r_{d1} + r_{z2} + R} \cdot v_u - \frac{R}{r_{d1} + r_{z2} + R} \cdot (V_{Z02} + V_{D01}) \\ &= 0.0291 \cdot v_u - 6.602[\text{V}]. \end{aligned}$$

Dakle, napon na izlazu je relativno konstantan i raste lagano sa porastom napona na ulazu. Ovakvo stanje u

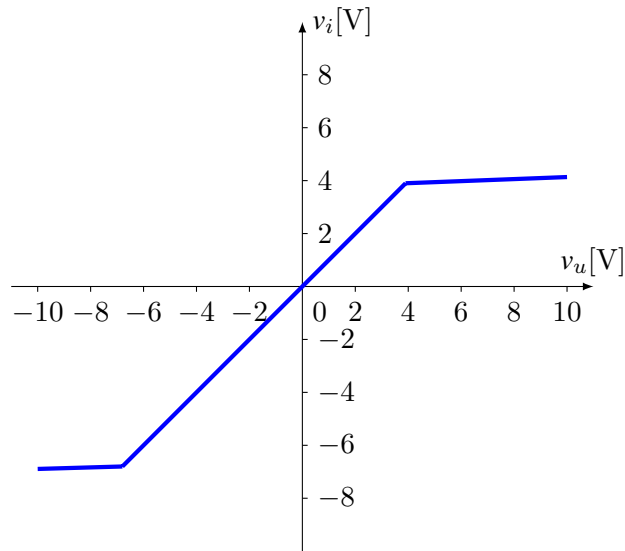


Slika 2.11: Ograničavač napona sa Zener diodama

kolu ostaje sve dok strja kroz diode na padne na nulu tj. kada ulazni napon dostigne izlazni $v_u = v_i \approx -6.8\text{V}$. Kada ulazni napon premaši -6.8V dioda D_1 , a samim tim i dioda D_2 , više ne može da vodi (prekid u kolu). U ovom slučaju izlazni napon je identičan ulaznom tj. $v_i = v_u$. Kada ulazni napon postane pozitivan, i dovoljno velike vrednosti, stiču se uslovi da dioda D_1 uđe u proboj. Pod pretpostavkom da je D_1 u proboju ($v_u \geq V_{Z01}$), na anodu diode D_2 se dovodi pozitivan napon $v_u - V_{Z01}$. Kad ulazni napon dostigne vrednost koja je za V_{D02} veća od V_{Z01} stiče se uslov da dioda D_2 provede u direktnom smeru. Dakle, kada ulzni napon premaši vrednost $V_{Z01} + V_{D02} = 3.9\text{V}$ dioda D_1 je u proboju, a dioda D_2 vodi u direktnom smeru. Za izlazni napon onda važi

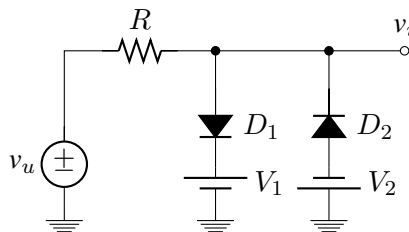
$$\begin{aligned} v_i &= \frac{r_{z1} + r_{d2}}{r_{z1} + r_{d2} + R} \cdot v_u + \frac{R}{r_{z1} + r_{d2} + R} \cdot (V_{Z01} + V_{D02}) \\ &= 0.0385 \cdot v_u + 3.75[\text{V}]. \end{aligned}$$

Ovaj slučaj je prikazna na slici 2.11b. Prenosna karakteristika je prikazana na slici 2.12.



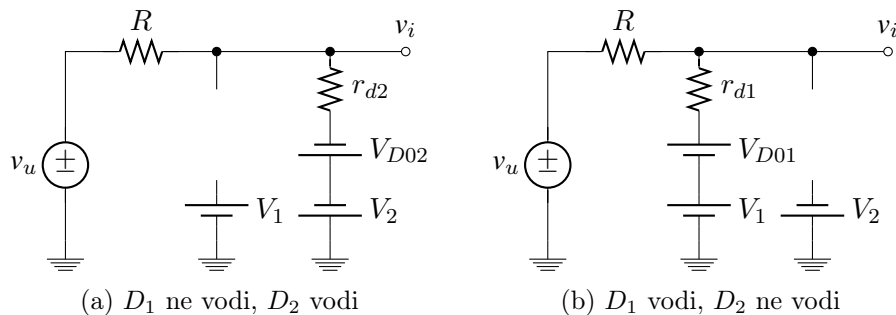
Slika 2.12: Prenosna karakteristika za kolo sa slike 2.10

PRIMER 2.5: Za ograničavač sa slike 2.13 skicirati prenosnu karakteristiku $v_i = f(v_u)$. Diode imaju sledeće parametre: $V_{D01} = V_{D02} = 0.7V$ i $r_{d1} = r_{d2} = 100\Omega$. Svi ostali parametri dioda imaju idealnu vrednost. Vrednosti elemenata kola su: $V_1 = 3V$, $V_2 = 2V$ i $R = 3.3k\Omega$. Ulazni napon se kreće u opsegu $v_u = [-5V : 5V]$.



Slika 2.13

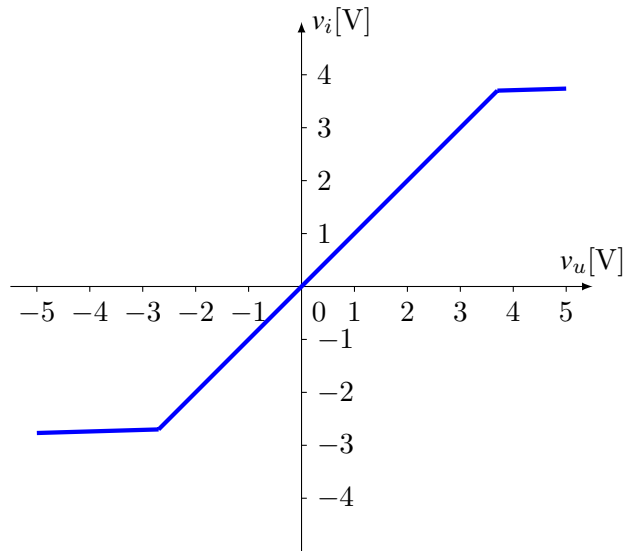
REŠENJE 2.5: Posmatranjem kola sa slike 2.13 može se zaključiti sledeće. Katoda diode D_1 je na potencijalu $V_1 = 3V$. Dakle, da bi dioda D_1 vodila na njenoj anodi, tj. izlazu kolu, treba da bude napon od najmanje $V_{D01} + V_1 = 3.7V$. Sa druge strane anoda diode D_2 je na potencijalu $-V_2 = -2V$. To znači da bi dioda D_2 vodila, izlazni napon (potencijal katode diode D_2) treba da bude najviše $-V_{D02} - V_2 = -2.7V$. Praktično, kada bi obe diode vodile izlazni napon bi trebalo istovremeno da bude $3.7V$ i $-2.7V$ što naravno nije moguće. Dakle, u kolu sa slike ?? diode ne mogu istovremeno da vode. Kada je ulazni napon nizak, $v_u = -5V$, dakle manji



Slika 2.14: Ograničavač napona sa običnim diodama

od $-V_2 = -2V$, intuitivno se može očekivati da dioda D_2 vodi, dok je dioda D_1 inverzno polarisana tj. ne vodi. Ova situacija je ilustrovana na slici 2.14a. U ovom slučaju izlazni napon je

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{r_{d2}}{r_{d2} + R} \cdot v_u - \frac{R}{r_{d2} + R} \cdot (V_{D02} + V_2) \\ &= 0.0294 \cdot v_u - 2.62[V]. \end{aligned}$$



Slika 2.15: Prenosna karakteristika za kolo sa slike 2.13

Ovakvo stanje u kolu ostaje sve dok struja kroz diodu D_2 ne padne na nulu, tj. za $v_u = v_i \approx -V_{D02} - V_2 = -2.7\text{V}$. Kada ulazni napon premaši vrednost -2.7V dioda D_2 se isključuje. U tom trenutku napon na diodi D_1 je $V_{D1} = v_i - V_1 = -5.7\text{V}$. Dakle, dioda D_1 je i dalje zakočena (u neprovodnom stanju). Praktično, u kolu ne vodi nijedna dioda pa izlaz prati ulaz $v_i = v_u$.

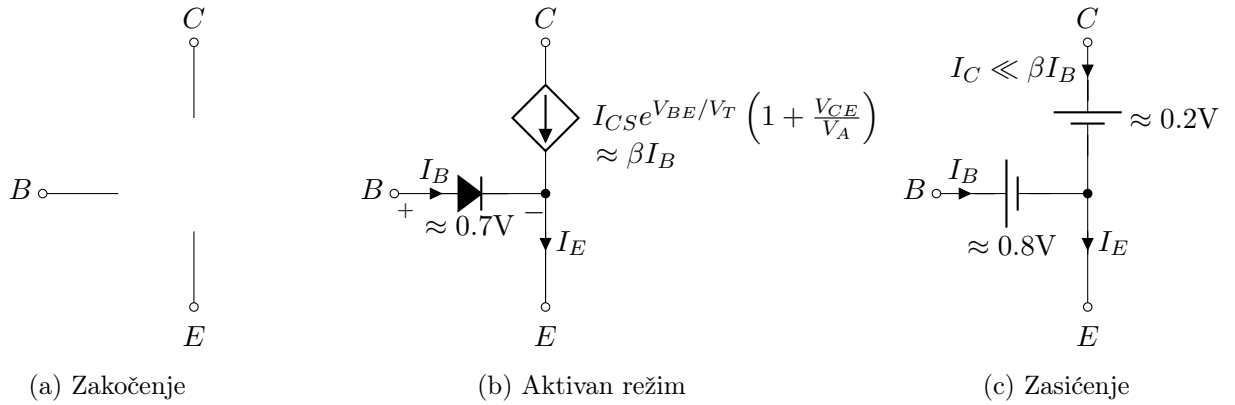
Kako izlazni napon na dalje raste u jednom trenutku mora dostići vrednost $v_u = V_{D1} + V_1 = 3.7\text{V}$. Tada se stižu uslovi da provede dioda D_1 . Kolo koje odgovara ovom slučaju je prikazano na slici 2.14b. Sada za izlazni napon važi

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{r_{d1}}{r_{d1} + R} \cdot v_u - \frac{R}{r_{d1} + R} \cdot (V_{D01} + V_1) \\ &= 0.0294 \cdot v_u + 3.5912[\text{V}]. \end{aligned}$$

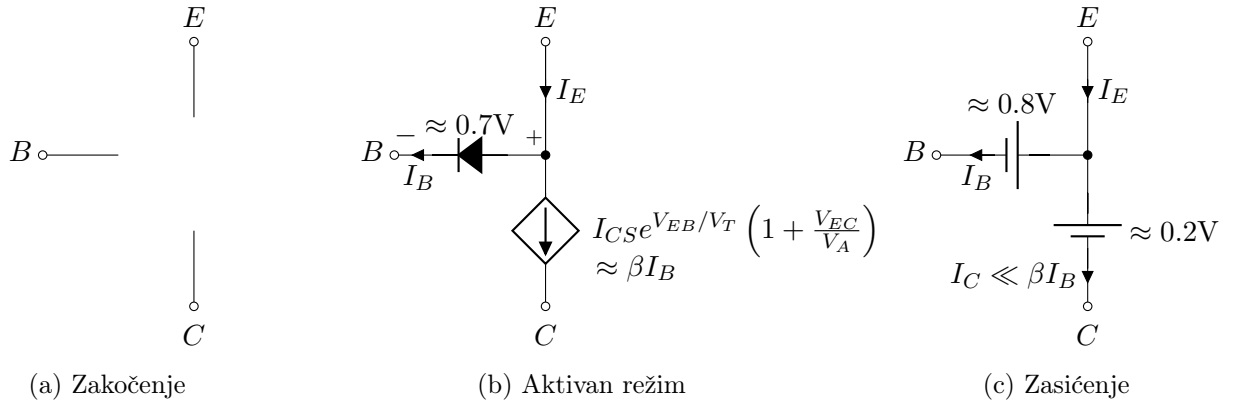
Prenosna funkcija je prikazana na slici 2.15.

3 Tranzistor

3.1 BJT tranzistor



Slika 3.1: BJT NPN tranzistor model za velike signale



Slika 3.2: BJT PNP tranzistor, model za velike signale

3.1.1 Aktivna oblast

NPN

$$I_C \approx A_E J_{diff,C} = I_{CS} \cdot e^{V_{BE}/V_T}, \quad (3.1)$$

$$I_{CS} = A_E \frac{qD_n n_i^2}{W_B N_B}, \quad (3.2)$$

$$I_C = I_{CS} \cdot e^{V_{BE}/V_T} \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right), \quad (3.3)$$

$$g_m = \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \approx \frac{I_C}{V_T}. \quad (3.4)$$

PNP

$$I_C \approx A_E J_{diff,C} = I_{CS} \cdot e^{V_{EB}/V_T}, \quad (3.5)$$

$$I_{CS} = A_E \frac{qD_p n_i^2}{W_B N_B}, \quad (3.6)$$

$$I_C = I_{CS} \cdot e^{V_{EB}/V_T} \left(1 + \frac{V_{EC}}{V_A} \right). \quad (3.7)$$

$$g_m = \frac{\partial I_C}{\partial V_{EB}} \approx \frac{I_C}{V_T}. \quad (3.8)$$

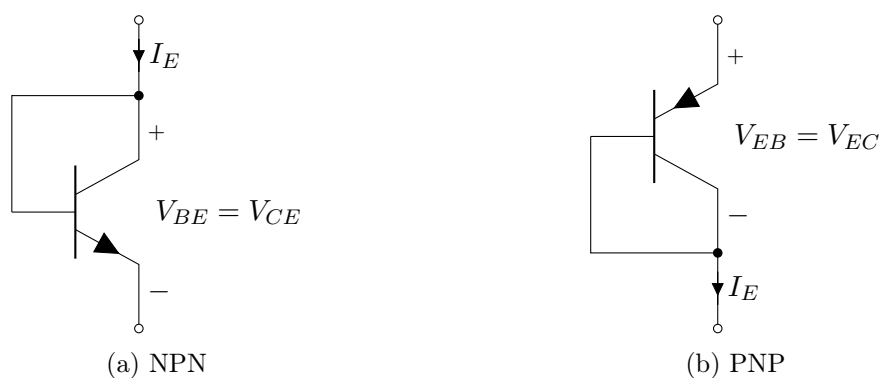
NPN & PNP

$$I_C = \beta I_B, \quad (3.9)$$

$$I_E = (1 + \beta) I_B, \quad (3.10)$$

$$I_E = \alpha I_C, \quad (3.11)$$

$$\alpha = \frac{\beta}{1 + \beta}, \quad (3.12)$$



Slika 3.3: Diodno povezan BJT tranzistor

3.1.2 Zasićenje

NPN

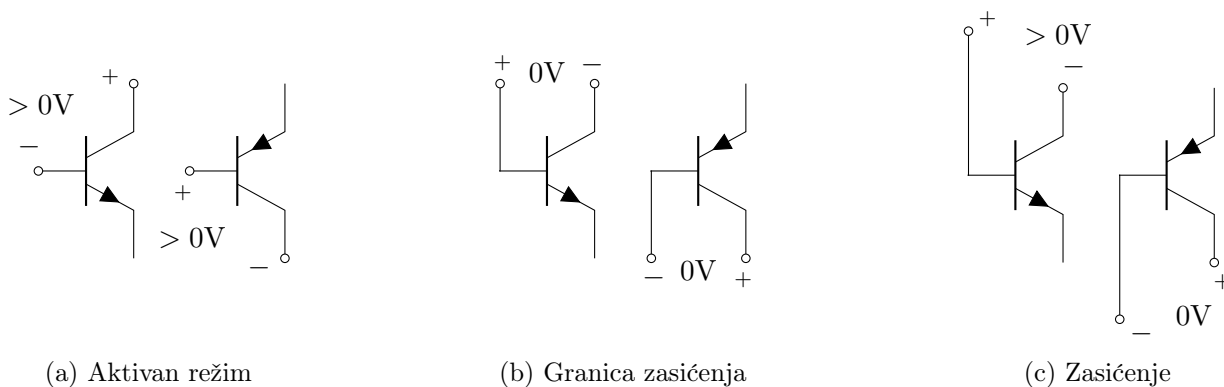
$$V_{CE,sat} = -V_{BC,sat} + V_{BE,sat} \approx 200\text{mV}, \quad (3.13)$$

PNP

$$V_{EC,sat} = -V_{CB,sat} + V_{EB,sat} \approx 200\text{mV}, \quad (3.14)$$

NPN & PNP

$$I_C \ll \beta I_B. \quad (3.15)$$

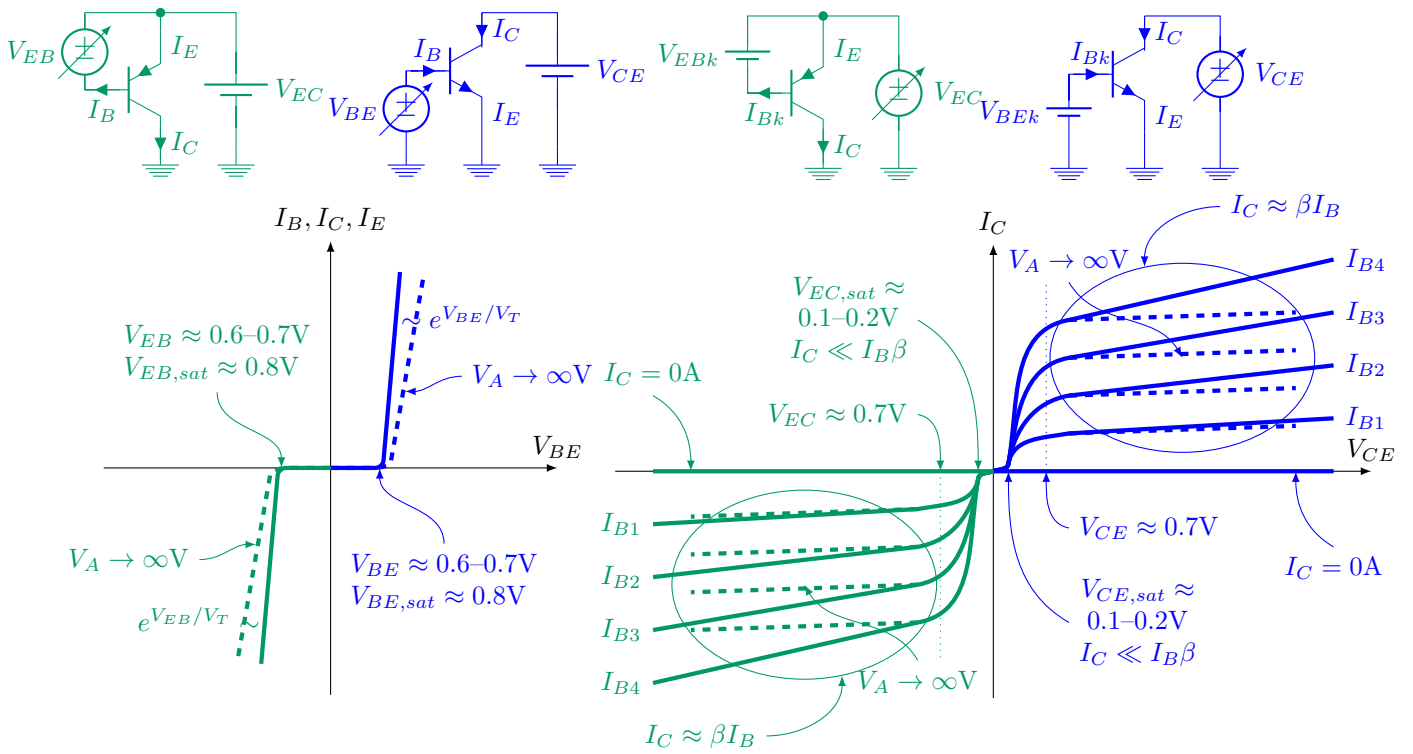


Slika 3.4: Ilustracija međusobnog odnosa potencijala baze i kolektora za različite režime rada tranzistora

Tabela 3.1: Režimi rada BJT tranzistora

Tip/Režim	Zakočenje	Aktivna obalst	Slabo zasićenje	Duboko zasićenje
NPN	$V_{CB} < 0V$	$V_{CB} \geq 0V$	$0V < V_{BC} < 0.6V$	$V_{BC} \approx 0.6V$
	$V_{BE} < 0V$	$V_{BE} \approx 0.7V$	$V_{BE} \approx 0.7V$	$V_{BE} \approx 0.8V$
	$V_{CE} < 0V$	$V_{CE} \approx 0.7V$	$0.2V < V_{CE} \lesssim 0.7V$	$V_{CE} \approx 0.2V$
	$I_C = 0A$	$I_C = I_{CS}e^{V_{BE}/V_T}$	$I_C \downarrow$	$I_C \downarrow\downarrow$
PNP	$V_{BC} < 0V$	$V_{BC} \geq 0V$	$0V < V_{CB} < 0.6V$	$V_{CB} \approx 0.6V$
	$V_{EB} < 0V$	$V_{EB} \approx 0.7V$	$V_{EB} \approx 0.7V$	$V_{EB} \approx 0.8V$
	$V_{EC} < 0V$	$V_{EC} \approx 0.7V$	$0.2V < V_{EC} \lesssim 0.7V$	$V_{EC} \approx 0.2V$
	$I_C = 0A$	$I_C = I_{CS}e^{V_{EB}/V_T}$	$I_C \downarrow$	$I_C \downarrow\downarrow$
Relacije između struja	$I_B = 0A$	$I_B = I_C/\beta$	$I_B > I_C/\beta$	$I_B \gg I_C/\beta$
	$I_E = 0A$	$I_E = I_C/\alpha$	$I_E < I_B/(1 + \beta)$	$I_E \ll I_B/(1 + \beta)$

3.1.3 Karakteristike BJT tranzistora

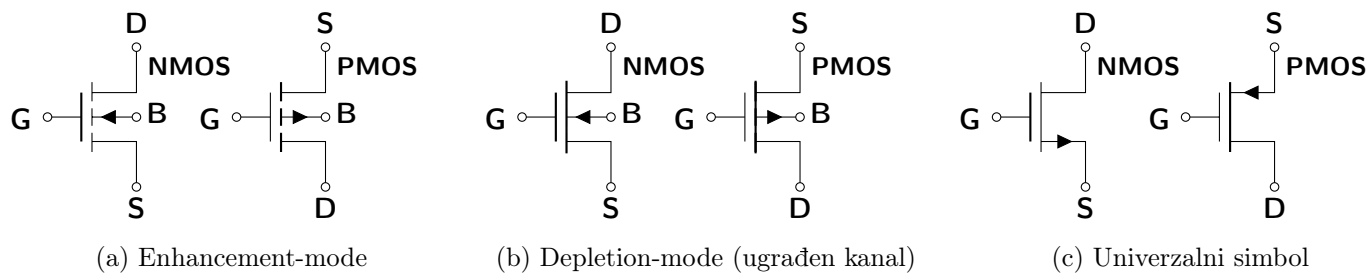


(a) Ulazne/Prenosne karakteristike

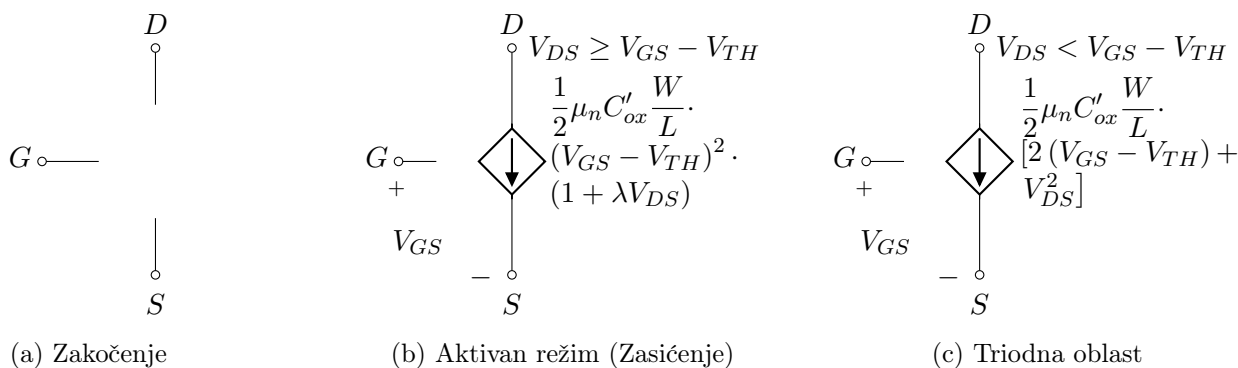
(b) Izlazne karakteristike, $I_{B_{k+1}} > I_{B_k}, k = 1, 2, 3$

Slika 3.5: Strujno-naponske karakteristike BJT tranzistora

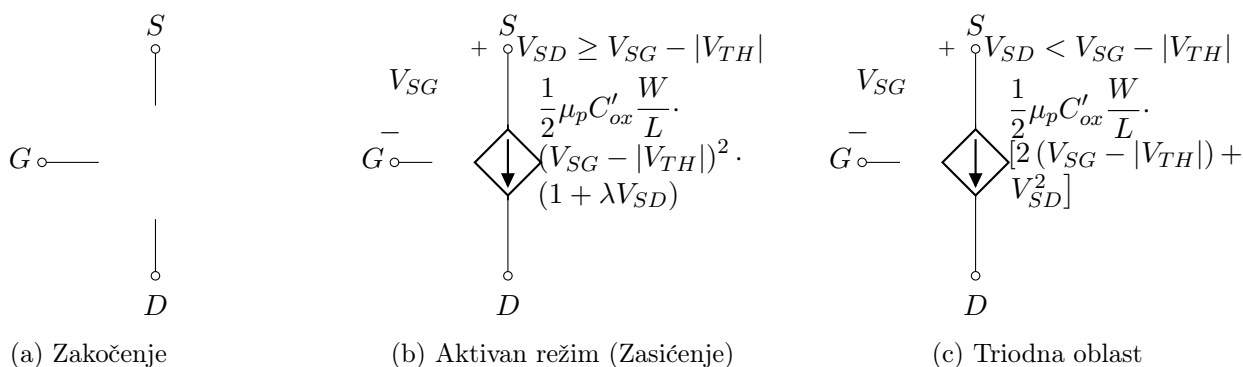
3.2 MOS-FET Tranzistor



Slika 3.6: Simboli MOS-FET tranzistora

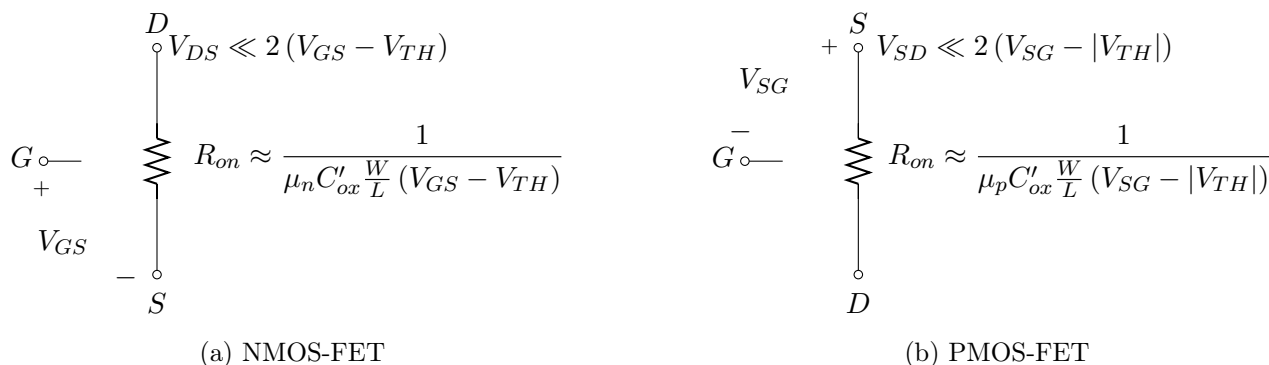


Slika 3.7: NMOS-FET tranzistor model za velike signale

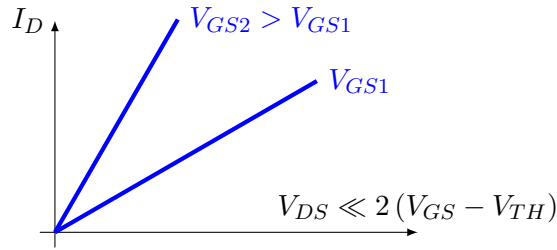


Slika 3.8: PMOS-FET tranzistor model za velike signale

3.2.1 Omska oblast



Slika 3.9: Duboka triodna oblast (Omska oblast)



Slika 3.10: Zavisnost struje drena od napona V_{DS} pri $V_{GS} = const.$ u omskoj oblasti

NMOS

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_p C'_{ox} \frac{W}{L} (2(V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - V_{DS}^2). \quad (3.16)$$

$$I_D \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS}. \quad (3.17)$$

$$R_{on} = \left(\frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \right)^{-1} = \frac{1}{\mu_n C'_{ox} (W/L) (V_{GS} - V_{TH})}. \quad (3.18)$$

PMOS

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_p C'_{ox} \frac{W}{L} (2(V_{SG} - |V_{TH}|) V_{SD} - V_{SD}^2). \quad (3.19)$$

$$I_D \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{SG} - |V_{TH}|) V_{SD}. \quad (3.20)$$

$$R_{on} = \left(\frac{\partial I_D}{\partial V_{SD}} \right)^{-1} = \frac{1}{\mu_p C'_{ox} (W/L) (V_{SG} - |V_{TH}|)}. \quad (3.21)$$

3.2.2 Aktivna oblast (Zasićenje)

NMOS

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2. \quad (3.22)$$

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda V_{DS}). \quad (3.23)$$

$$A = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L}. \quad (3.24)$$

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} = \begin{cases} 2A(V_{GS} - V_{TH}) \\ 2I_D / (V_{GS} - V_{TH}) \\ 2\sqrt{AI_D} \end{cases}, \quad (3.25)$$

PMOS

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_p C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{SG} - |V_{TH}|)^2. \quad (3.26)$$

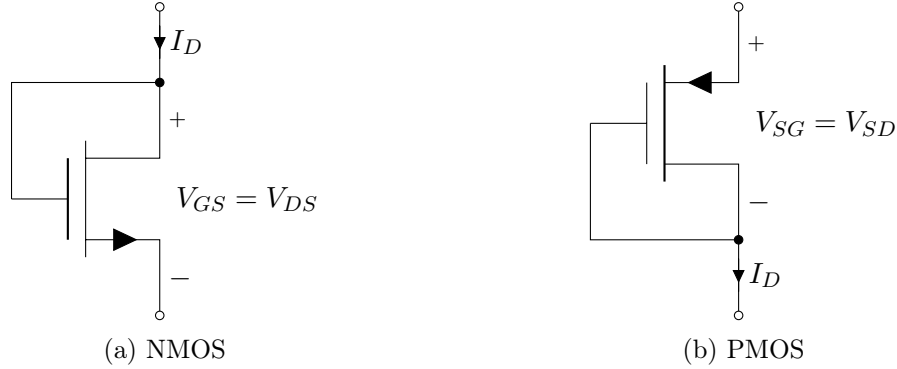
$$I_D = \frac{1}{2} \mu_p C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{SG} - |V_{TH}|)^2 (1 + \lambda V_{SD}). \quad (3.27)$$

$$A = \frac{1}{2} \mu_p C'_{ox} \frac{W}{L}. \quad (3.28)$$

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{SG}} = \begin{cases} 2A(V_{SG} - |V_{TH}|) \\ 2I_D / (V_{SG} - |V_{TH}|) \\ 2\sqrt{AI_D} \end{cases}, \quad (3.29)$$

NMOS & PMOS

$$\lambda = \frac{1}{V_A} \propto \frac{\Delta L}{L}. \quad (3.30)$$



Slika 3.11: Diodno povezan MOS-FET tranzistor

3.2.3 Efekat podloge

NMOS

$$V_{TH} = V_{TH0} + \gamma \left(\sqrt{2|\Phi_F| + V_{SB}} - \sqrt{2|\Phi_F|} \right), \quad (3.31)$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_{si}N_A}}{C'_{ox}}, \quad (3.32)$$

$$\Phi_F = -V_T \ln \frac{N_A}{n_i}, \quad (3.33)$$

PMOS

$$|V_{TH}| = |V_{TH0}| + \gamma \left(\sqrt{2|\Phi_F| + V_{BS}} - \sqrt{2|\Phi_F|} \right), \quad (3.34)$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_{si}N_D}}{C'_{ox}}, \quad (3.35)$$

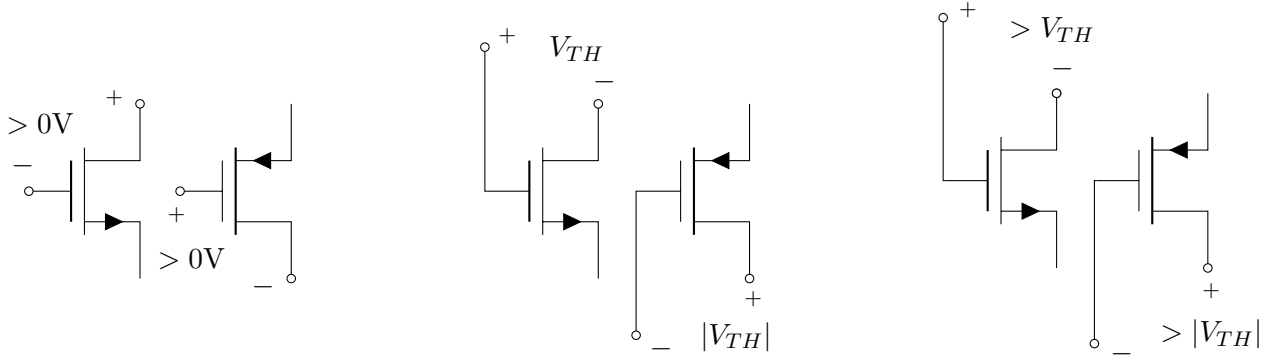
$$\Phi_F = V_T \ln \frac{N_D}{n_i}. \quad (3.36)$$

Tabela 3.2: Kontaktni potencijal i faktor podloge

Tip/Parametar	$2\Phi_F$ [V]	γ [\sqrt{V}]
NMOS	-0.6	0.4
PMOS	0.75	0.5

Tabela 3.3: Režimi rada MOS-FET tranzistora

Tip/Režim	Zakočenje	Zasićenje	Triodna oblast	Omska oblast
NMOS	$V_{GS} < V_{TH}$	$V_{GS} > V_{TH}$	$V_{GS} > V_{TH}$	$V_{GS} > V_{TH}$
	$I_D = 0A$	$V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$	$V_{DS} < V_{GS} - V_{TH}$	$V_{DS} \ll 2(V_{GS} - V_{TH})$
PMOS	$V_{SG} < V_{TH} $	$V_{SG} > V_{TH} $	$V_{SG} > V_{TH} $	$V_{SG} > V_{TH} $
	$I_D = 0A$	$V_{SD} > V_{SG} - V_{TH} $	$V_{SD} < V_{SG} - V_{TH} $	$V_{SD} \ll 2(V_{SG} - V_{TH})$
		$I_D = A(V_{GS} - V_{TH})^2$	$I_D = A(2(V_{GS} - V_{TH}) \cdot V_{DS} - V_{DS}^2)$	$I_D = 2A(V_{GS} - V_{TH}) \cdot V_{DS}$
		$I_D = A(V_{SG} - V_{TH})^2$	$I_D = A(2(V_{SG} - V_{TH}) \cdot V_{SD} - V_{SD}^2)$	$I_D = 2A(V_{SG} - V_{TH}) \cdot V_{SD}$



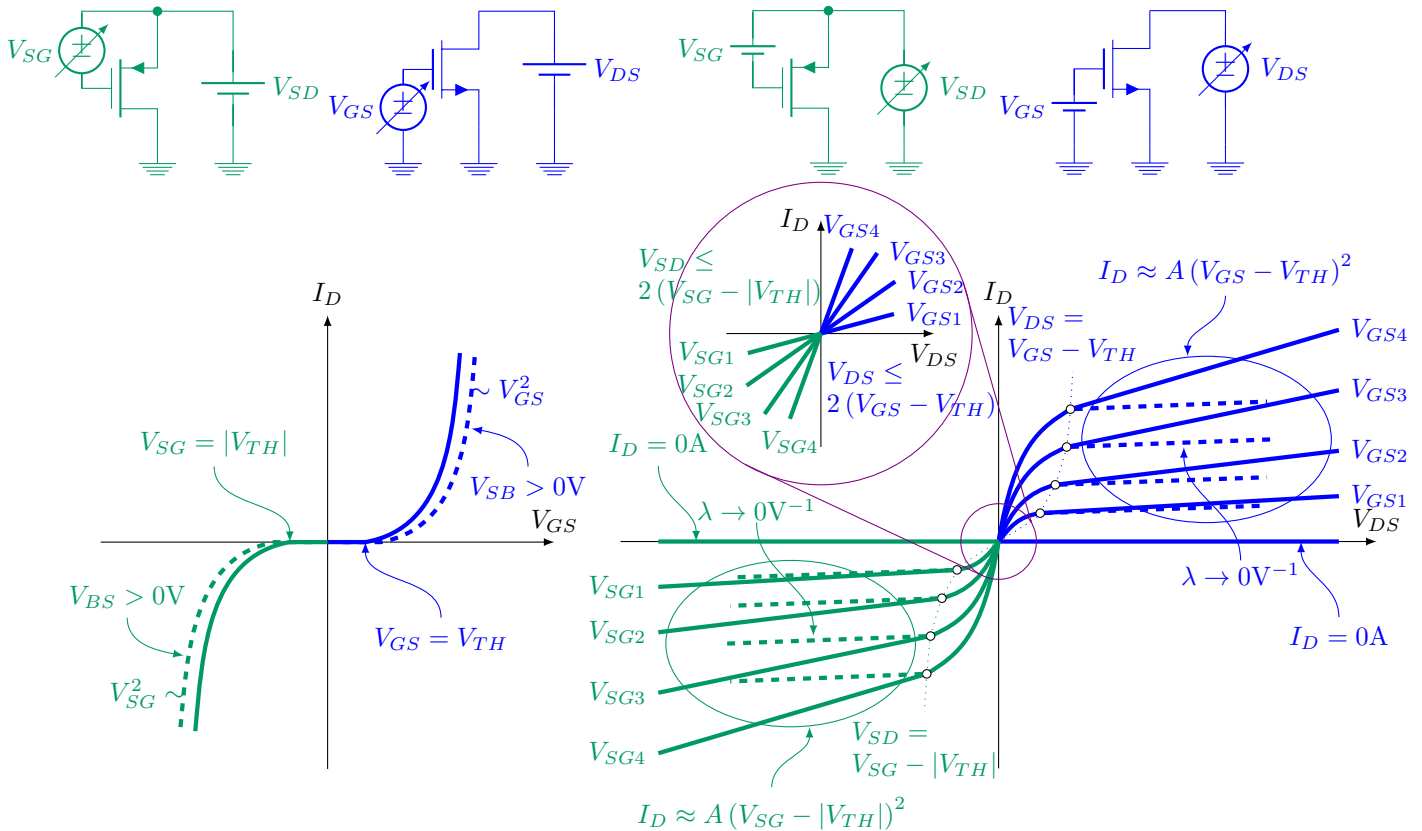
(a) Zasićenje (Aktivan režim)

(b) Granica zasićenja

(c) Triodna oblast

Slika 3.12: Ilustracija međusobnog odnosa potencijala gejta i drejna za različite režime rada tranzistora

3.2.4 Karakteristike MOS-FET tranzistora



(a) Prenosne karakteristike

(b) Izlazne karakteristike, $V_{GS_{k+1}} > V_{GS_k}, k = 1, 2, 3$

Slika 3.13: Karakteristike MOS-FET tranzistora

4 Izvori konstantne struje i konstantnog napona

4.1 Kola sa Bipolarnim tranzistorima

$$I_C = \beta I_B$$

$$I_E = (1 + \beta)I_B$$

Za NPN:		Za PNP:	
$V_{BE} \approx [0.6, 0.7]V$	(4.1)	$V_{EB} \approx [0.6, 0.7]V$	(4.1)
$V_{CB} \geq 0V$	(4.2)	$V_{BC} \geq 0V$	(4.2)
$V_{CE} > [0.1, 0.2]V$	(4.3)	$V_{EC} > [0.1, 0.2]V$	(4.3)
$\{I_B, I_C, I_E\} \propto e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$	(4.4)	$\{I_B, I_C, I_E\} \propto e^{\frac{V_{EB}}{V_T}}$	(4.4)

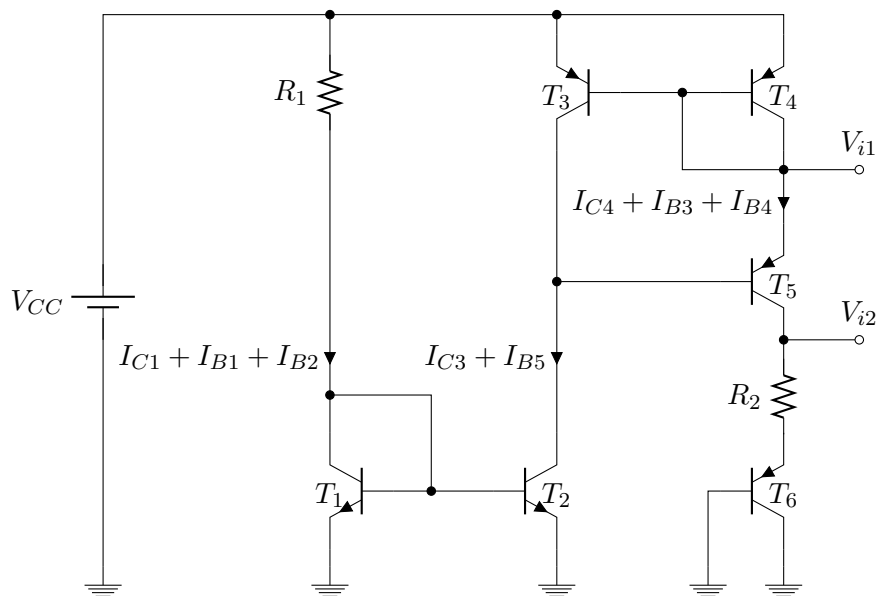
Tabela 4.1: Prirodan smer struja kod BJT tranzistora

	NPN	PNP
I_B	Utiče u čvor Baze	Ističe iz čvora Baze
I_C	Utiče u čvor Kolektora	Ističe iz čvora Kolektora
I_E	Ističe iz čvora Emitora	Utiče u čvor Emitora

Postupak:

1. Prilikom analize imperativ je pronaći struju baze tranzistora, I_B , pošto preostale dve struje, I_C i I_E , zavise od I_B .
2. Kada je tranzistor u aktivnom režimu napon V_{BE} (kod PNP V_{EB}) je poznat pa treba uzeti u razmatranje samo one konture koje idu preko priključaka Baza-Emitor. Naravno, najmanje jedna kontura mora obuhvatati izvor napajanja (baterija).
3. Na osnovu relacije (4.4) tranzistori koji imaju isti V_{BE} imaju i približno jednake struje, pod uslovom da su istih dimenzija, da su izrađeni istim tehnološkim postupkom i da su im naponi između kolektora i emitora približno isti. Žargonski se kaže da ovakvi tranzistori formiraju strujno "ogledalo". Naravno, uparivanjem tranzistora različitih dimenzija (tj. različitih površina emitora A_E) može se postići umonžavanje referentne struje. Ovo je najzastupljenija tehnika polarizacije u integrisanim kolima.

PRIMER 4.1: Za kolo izvora konstantnog napona prikazano na slici 4.1 proračunati sve napone i struje u kolu. Poznato je $\{V_{BE}, \beta\}_{1,2} = \{0.6V, 80\}$, $\{V_{EB}, \beta\}_{3,4,5,6} = \{0.7V, 50\}$, $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $V_{CC} = 10V$.



Slika 4.1: Izvor konsantong napona na bazi Vilsonovog (*Wilson*) strujnog ogledala (T_3, T_4, T_5)

REŠENJE 4.1: Pošto kolo ima više kontura, pre pisanja i jedne jednačine treba se prvo familjarizovati sa kolom koje se analizira. Drugim rečima treba pronaći konturu (konture) koja je ključna za analizu koršćenjem pravila 2. Kada se utvrde relacije između struja na osnovu I Kirhofovog zakona (kao što je prikazano na slici 4.1), treba identifikovati tranzistore koji dele isti napon Baza-Emitor. Na osnovu relacije (4.4) može se smatrati da takvi tranzistori imaju približno iste struje. Sa slike 4.1 može se uočiti da to važi za par tranzistora $\{T_1, T_2\}$ i $\{T_3, T_4\}$. Jedina kontura u kolu koja je u skladu sa 2. pravilom je:

$$V_{CC} = (I_{C1} + I_{B1} + I_{B2}) R_1 + V_{BE2}.$$

Odakle se lako dolazi do izraza za struju baze tranzistora $T_{1/2}$:

$$I_{B1/2} = \frac{V_{CC} - V_{BE1/2}}{(2 + \beta_{1/2}) R_1} = 11.436\mu A \Rightarrow I_{C1/2} = 917.07\mu A, I_{E1/2} = 928.54\mu A$$

Na osnovu jednačine za čvor Baze tranzistora T_5 i $T_{3/4}$:

$$\begin{aligned} I_{C2} &= I_{C3} + I_{B5} \\ I_{E5} &= I_{C4} + I_{B3} + I_{B4} \\ I_{B3} &= I_{B4} \Rightarrow I_{C3} = I_{C4}, I_{E3} = I_{E4} \\ \beta_2 I_{B2} &= \beta_3 I_{B3} + I_{B5} \\ (1 + \beta_5) I_{B5} &= (2 + \beta_3) I_{B3}, \end{aligned}$$

odakle se dobija,

$$\begin{aligned} I_{B3/4} &= \frac{\beta_2 I_{B2}}{\beta_3 + \frac{2 + \beta_3}{1 + \beta_5}} = 17.975\mu A \Rightarrow I_{C3/4} = 898.75\mu A, I_{E3/4} = 916.72\mu A \\ I_{B5} &= \frac{2 + \beta_3}{1 + \beta_5} I_{B3} = 18.693\mu A \Rightarrow I_{C5} = 934.695\mu A, I_{E5} = 953.389\mu A \end{aligned}$$

Za čvor kolektora tranzistora T_5 važi:

$$I_{E6} = I_{C5} = 934.695\mu A,$$

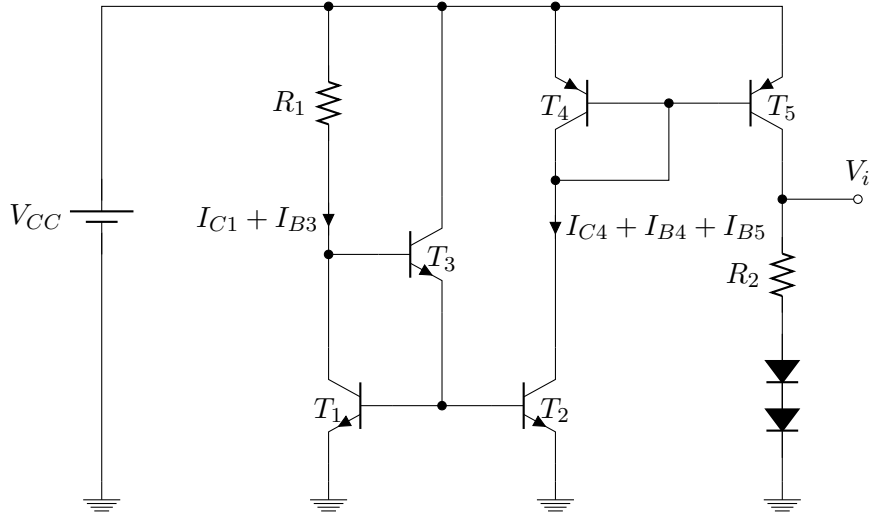
na osnovu čega se dobija:

$$\begin{aligned} I_{B6} &= \frac{I_{E6}}{1 + \beta_6} = 18.327\mu A \\ I_{C6} &= \beta_6 I_{B6} = 916.386\mu A \end{aligned}$$

Vrednosti svih napona u kolu se mogu lako proračunati na sledeći način:

$$\begin{aligned} V_{C2} = V_{C3} = V_{B5} = V_{CC} - V_{EB3/4} - V_{EB5} &= 8.6\text{V} \\ V_{i1} = V_{B3/4} = V_{C4} = V_{E5} = V_{CC} - V_{EB3/4} &= 9.4\text{V} \\ V_{i2} = V_{C5} = I_{C5/E6}R_2 + V_{EB6} &= 2.569\text{V} \end{aligned}$$

PRIMER 4.2: Za kolo izvora konstantnog napona prikazano na slici 4.2 proračunati jednosmerni, izlazni, napon V_i . Poznato je $\{V_{BE}, \beta\}_{1,2} = \{0.6\text{V}, 100\}$, $\{V_{BE}, \beta\}_3 = \{0.6\text{V}, 80\}$, $\{V_{EB}, \beta\}_{4,5} = \{0.7\text{V}, 60\}$, $R_1 = 15\text{k}\Omega$, $R_2 = 12\text{k}\Omega$, $V_{D0,2} = 0.65\text{V}$, $V_{CC} = 12\text{V}$.



Slika 4.2: Izvor konstantnog napona na bazi strujnog ogledala (T_1, T_2) sa aktivnom povratnom spregom (T_3)

REŠENJE 4.2: Sa slike 4.2 može se videti da parovi tranzistora $\{T_1, T_2\}$ i $\{T_4, T_5\}$ formiraju dva strujna ogledala. Struja Baze tranzistora $T_{1/2}$ se može proračunati iz sledeće konture:

$$V_{CC} = (I_{C1} + I_{B3})R_1 + V_{BE3} + V_{BE1/2}$$

Korišćenjem I Kirhofovog zakona za čvor baze tranzistora $T_{1/2}$ dobija se,

$$\begin{aligned} I_{E3} = I_{B1} + I_{B2} &= 2I_{B1/2} \\ I_{B1/2} &= \frac{V_{CC} - V_{BE3} - V_{BE1/2}}{\left(\beta_1 + \frac{2}{1 + \beta_3}\right)R_1} = 7.198\mu\text{A} \end{aligned}$$

Na osnovu I Kirhofovog zakona za čvor Baze tranzistora $T_{5/6}$ dobija se,

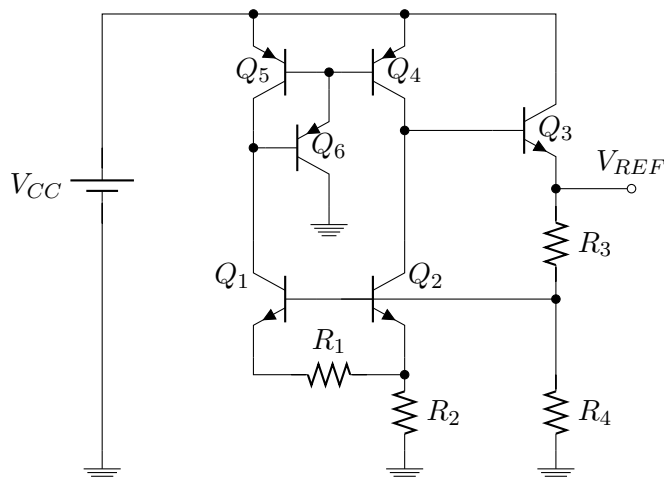
$$\begin{aligned} I_{C2} = I_{C4} + I_{B4} + I_{B5} &= (2 + \beta_{4/5})I_{B4/5} \\ I_{B4/5} &= \frac{\beta_{1/2}}{2 + \beta_{4/5}}I_{B1/2} = 11.61\mu\text{A} \end{aligned}$$

Ukoliko pretpostavimo da su obe diode direktno polarisane i da vode, izlazni napon može da se proračuna iz,

$$\begin{aligned} V_i = I_{C5}R_2 + 2V_{D0} &= 9.659\text{V} \\ V_{EC5} = V_{CC} - V_i &= 2.34\text{V} > 0.2\text{V} \\ V_{BC5} = V_{CC} - V_{EB5} - V_i &= 1.641\text{V} \end{aligned}$$

Pošto je $V_{EC5} > 0.2\text{V}$ (nije u zasićenju) i $V_{BC5} > 0\text{V}$ (nije u zakočenju), tranzistor T_5 je u aktivnom režimu i pretpostavka da diode vode je tačna.

PRIMER 4.3: Na slici 4.3 je data varijanta Brokov *bandgap* izvora referentnog napona. Odrediti odnos otpornosti R_1 i R_2 tako da temperaturni koeficijent referentnog napna na sobnoj temperaturi bude približno jednak nuli. Poznato je: $A_{E1}/A_{E2} = n = 4$, $V_{CC} = 5V$, $R_3 = R_4 = 3k\Omega$ i $V_{BE} \approx 0.6V$. Zanemariti struje baza tranzistora tj. smatrati da je β svih tranzistora u kolu izuzetno velika vrednost. Za temperaturni koeficijent napona direktne polarizacije pn spoja usvojiti $-2mV/^\circ C$.



Slika 4.3: Brokov *bandgap* izvor referentnog napona

REŠENJE 4.3: Kolo sa slike 4.3 je prvi predložio američki inženjer Paul Brokov (Paul Brakow) 1974. godine. Ovo kolo je i dan danas aktuelno i veoma često se koristi kao fundamentalni gradivni blok integrisanih temperaturnih senzora, izvora referentnog napona za ADC i naponskih regulatora. Praktično, zahvaljujući *bandgap* kolu BJT tehnologija još uvek živi u svetu integrisanih kola. *Bandgap* izvori referentnog napona su izvori sa izuzetno visokom stabilnošću. Generisani referentni napon je u prvoj aproksimaciji nezavisan od varijacije napona napajanja, V_{CC} , i temperature, T . Temperaturna stabilnost se obično projektuje za sobnu temperaturu ($T \approx 300K$).

Prvo treba uočiti da tranzistori Q_4, Q_5 i Q_6 predstavljaju strujno ogledalo koje forsira jednake struje kolektora Q_1 i Q_2 . Tranzistori Q_1 i Q_2 dele istu bazu ali nisu istih dimenzija tj. površina emitora tranzistora Q_1 je četiri puta veća od površine emitora tranzistora Q_2 . Pošto se strujnim ogledalom forsira ista struja kroz Q_1 i Q_2 , naponi Baza-Emitor tranzistora Q_1 i Q_2 nisu isti

$$V_{BE1} = V_T \ln \left(\frac{I_{C1}}{I_{CS1}} \right) = V_T \ln \left(\frac{I_{C1}}{A_{E1} J_{CS}} \right) \quad (4.5)$$

$$V_{BE2} = V_T \ln \left(\frac{I_{C2}}{I_{CS2}} \right) = V_T \ln \left(\frac{I_{C2}}{A_{E2} J_{CS}} \right), \quad (4.6)$$

gde je

$$J_{CS} \approx \frac{qD_n n_i^2}{W_B N_B},$$

gustina inverzne struje zasićenja. Ova struja zavisi samo od tehnoloških parametara: W_B širina oblasti baze, D_n difuziona konstanta elektrona, n_i koncentracija nosilaca u čistom silicijumu i N_B koncentracija primesa u bazi. Pošto se svi elementi kola prave na istom paračetu silicijuma (čip), J_{CS} se može smatrati konstantom koja važi za sve tranzistore. Dakle, prema (4.5) i (4.6), veća površina emitora pri istoj struji polarizacije daje manji napon V_{BE} . Kako je $A_{E1} = 4A_{E2}$ onda je $V_{BE1} < V_{BE2}$.

Stabilizacija varijacija napona napajanja se obezbeđuje povratnom spregom preko tranzistora Q_3 . Tranzistor Q_3 služi kao senzorski element koji detektuje razliku struja tranzistora Q_4 i Q_2 tj. $I_{B3} = I_{C4} - I_{C2}$. U ravnotežnom stanju ova razlika je izuzetno mala pa se može uzeti $I_{C1} \approx I_{C5} \approx I_{C2} \approx I_{C4}$. Ukoliko napon napajanja poraste, raste i napon $V_{EB4,5}$, a samim tim i struja $I_{C4,5}$. Razlika struja $I_{C4} - I_{C2}$ takođe raste tj. raste struja I_{B3} . Ovak priraštaj se dalje preslikava u struju emitora Q_3 što dovodi do povećanja potencijala baza tranzistora Q_1 i Q_2 preko naponskog razdelnika koji čine otpornosti R_3 i R_4 . Povećanje napna $V_{BE1,2}$ direktno utiče na povećanje struja $I_{C1,2}$ pa se incijalna razlika u strujama $I_{C4} - I_{C2}$ smanjuje. Slično važi i kada se V_{CC} menja u suprotnom smeru. Na ovaj način se obezbeđuje da struje kroz Q_1 i Q_2 uvek budu iste i u velikoj meri nezavisne od V_{CC} .

Ključna osobina *Bandgap* izvora referentnog napona je temperaturna stabilnost. Temperaturna stabilizacija se ostvaruje sabiranjem veličine struje ili napona koja je proporcionalna apsolutnoj temperaturi (PTAT - *Proportional To Absolute Temperature*) i veličine koja je komplementarna (negativan temperaturni koeficijent) apsolutnoj temperaturi (CTAT - *Complementary To Absolute Temperature*). Praktično, priraštaji CTAT i PTAT veličine usled promene temperature se međusobno potiru, pa se dobija temperaturno nezavisna referenca. Poznato je da napon direktne polarizacije pn spoja, u ovom slučaju V_{BE} , ima negativan temperaturni koeficijent koji se kreće u opsegu $[-2.5\text{mV}/^\circ\text{C} : -2\text{mV}/^\circ\text{C}]$. Dalje, CTAT napon već postoji. Potrebno je generisati PTAT napon. To se u kolu sa slike 4.3 postiže pomoću tranzistora Q_1 i Q_2 i otpornosti R_1 i R_2 .

Ako je kolo u ravnotežnom stanju i ako je $\beta \gg 1$, onda je $I_{C1} \approx I_{E1} \approx I_{C2} \approx I_{E2}$. Prema tome za struju kroz R_1 , I_{E1} , može da se piše

$$I_{E1} = \frac{V_{BE2} - V_{BE1}}{R_1}. \quad (4.7)$$

Na osnovu (4.5), (4.6) i $I_{C1} \approx I_{C2}$ dobija se

$$I_{E1} = \frac{V_T}{R_1} \ln(n) \quad (4.8)$$

gde je $n = 4$. Kroz otpornost R_2 protiče zbir struja emitora tranzistora Q_1 i Q_2 pa je napon na otpornosti R_2

$$V_{E2} = (I_{E1} + I_{E2}) R_2 \approx 2I_{E1} R_2 \approx 2 \frac{R_2}{R_1} V_T \ln(n). \quad (4.9)$$

Pošto je $V_T = kT/q$, V_{E2} je PTAT napon. Ako se zanemare struje baza tranzistora Q_1 i Q_2 u odnosu na struju emitora tranzistora Q_3 , za referentni napon se dobija,

$$V_{REF} \approx \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) \cdot \left(V_{BE2} + 2 \frac{R_2}{R_1} V_T \ln(n)\right). \quad (4.10)$$

Do odnosa otpornosti R_1 i R_2 se dolazi izjednačavanjem izvoda (4.10) po apsolutnoj temperaturi sa nulom

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{REF}}{\partial T} &= 0 \\ \frac{\partial V_{BE}}{\partial T} + 2 \frac{R_2}{R_1} \frac{k}{q} \ln(n) &= 0 \\ \frac{R_2}{R_1} &= -\frac{q}{k} \cdot \frac{1}{\ln(n^2)} \frac{\partial V_{BE}}{\partial T}. \end{aligned}$$

Ako se usvoji temperaturni koeficijent napona V_{BE} , $-2\text{mV}/^\circ\text{C}$, za odnos otpornosti se dobija $R_2/R_1 \approx 8.4$. Napon baze tranzistora Q_1 i Q_2 u ovom slučaju iznosi

$$V_{B1,2} = V_{BE2} + 2 \frac{R_2}{R_1} \frac{k}{q} \ln(n) \approx 1.205\text{V}. \quad (4.11)$$

Pošto je ovaj napon približno jednak naponu koji odgovara vrednosti energetske porcepa (*bandgap*) silicijum na temperaturi apsolutne nule, $E_g(0\text{K}) \approx 1.2\text{eV}$, $V_{B1,2}$ se naziva *bandgap* napon. Otuda potiče naziv za izvore referentnog napona koji generišu referencu proporcionalnu veličini *bandgap* napona. U konkretnom kolu sa slike 4.3 referentni napon je umnožen $1 + R_3/R_4 = 2$ puta, pa je $V_{REF} \approx 2.411\text{V}$.

4.2 Kola sa MOS-FET tranzistorima

Za NMOS:

$$V_{GS} > V_{TH} \quad (4.1)$$

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TH} \quad (4.2)$$

$$I_D \approx A(V_{GS} - V_{TH})^2 \quad (4.3)$$

$$V_{GS} \approx V_{TH} + \sqrt{\frac{I_D}{A}} \quad (4.4)$$

$$V_{ov} = V_{GS} - V_{TH} = \sqrt{\frac{I_D}{A}} \quad (4.5)$$

$$I_D \approx AV_{ov}^2 \quad (4.6)$$

Za PMOS:

$$V_{SG} > |V_{TH}| \quad (4.1)$$

$$V_{SD} \geq V_{SG} - |V_{TH}| \quad (4.2)$$

$$I_D \approx A(V_{SG} - |V_{TH}|)^2 \quad (4.3)$$

$$V_{SG} \approx |V_{TH}| + \sqrt{\frac{I_D}{A}} \quad (4.4)$$

$$V_{ov} = V_{SG} - |V_{TH}| = \sqrt{\frac{I_D}{A}} \quad (4.5)$$

$$I_D \approx AV_{ov}^2 \quad (4.6)$$

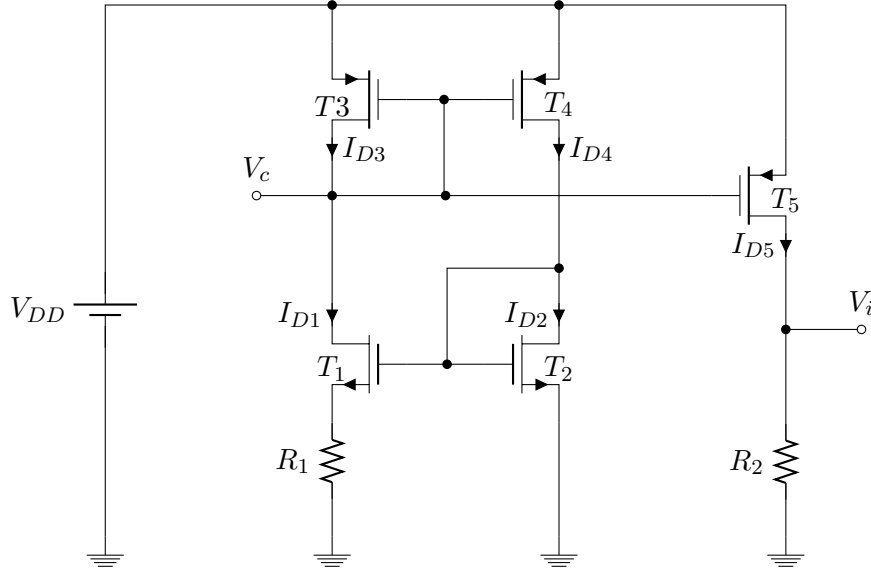
Postupak:

1. Imperativ je naći struju Drejna, I_D (ili ukoliko je pogodnije, efektivni napon V_{ov}).
2. Treba razmatrati samo konture koje idu preko priključaka Gejt-Sorsa trnzistora, pošto je napon V_{GS} srazmeran struji Drejna.
3. Tranzistori koji imaju isti napon V_{GS} imaju i približno iste struje drejna pod uslovom da su istih dimenzija, da su izrađeni istim tehnološkim postupkom i da su im naponi između drejna i sorsa približno jednaki. Ovakvi tranzistori formiraju strujno “ogledalo”.

Tabela 4.2: Prirodan smer struja kod MOS-FET tranzistora

	NMOS	PMOS
I_D	Utiče u čvor Drejna	Ističe iz čvora Drejna
I_D	Utiče u čvor Sorsa	Ističe iz čvora Sorsa

PRIMER 4.4: U kolu izvora konstantnog napona sa slike 4.4 odrediti sve struje i napone u kolu. Poznato je, $\{A, V_{TH}\}_1 = \{400\mu\text{A V}^{-2}, 0.5\text{V}\}$, $\{A, V_{TH}\}_2 = \{100\mu\text{A V}^{-2}, 0.5\text{V}\}$, $\{A, V_{TH}\}_{3,4} = \{50\mu\text{A V}^{-2}, 0.4\text{V}\}$, $\{A, V_{TH}\}_5 = \{80\mu\text{A V}^{-2}, 0.4\text{V}\}$, $R_1 = 3.5\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $V_{DD} = 5\text{V}$.



Slika 4.4: Izvor konstantnog napona na bazi β - multiplier (T_{1-4}) izvora konstantne struje

REŠENJE 4.4: Na osnovu vizuelne inspekcije kola može se uočiti samo jedna kontura koja ispunjava uslov 2:

$$V_{GS2} = V_{GS1} + I_{D1}R_1 \quad (4.1)$$

Na osnovu I Kirhofovog zakona za čvorove Drejna tranzistora $\{T_1, T_3\}$ i $\{T_2, T_4\}$ i činjenice da je struja gejta izuzetno mala, važi da je $I_{D1} = I_{D3}$ i $I_{D2} = I_{D4}$. Takođe, na osnovu pravila 3 važi da je $I_{D1} = I_{D2}$ i $I_{D3} = I_{D4}$ odakle sledi $I_{D1} = I_{D2} = I_{D3} = I_{D4}$. Dakle, (4.1) je jedina konturna jednačina potrebna da se dođe do struja tranzistora T_{1-4} pa je,

$$I_{D1}R_1 = V_{GS2} - V_{GS1} = V_{TH2} + \sqrt{\frac{I_{D2}}{A_2}} - V_{TH1} - \sqrt{\frac{I_{D1}}{A_1}} = \sqrt{I_{D1}} \left(\frac{1}{\sqrt{A_2}} - \frac{1}{\sqrt{A_1}} \right),$$

odakle se dobija,

$$I_{D1} = \left(\frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{\sqrt{A_2}} - \frac{1}{\sqrt{A_1}} \right) \right)^2 = 204.08\mu\text{A}.$$

Što se tiče ostalih struja u kolu ostaje još da se proračuna struja drejna tranzistora T_5 . Prvo što se može uočiti jeste da ovaj tranzistor deli isti V_{SG} sa tranzistorima T_3, T_4 . Međutim, njihove A konstante su različite tako da pravilo 3 ne može direktno da se primeni. U ovom slučaju treba poći od jednakost napona V_{SG} ,

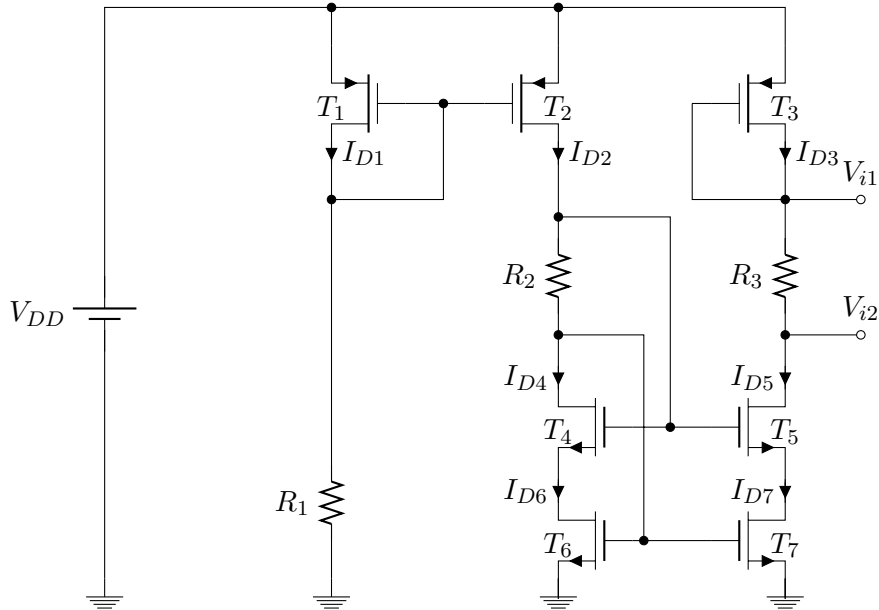
$$\begin{aligned} V_{SG4} = V_{SG5} &= |V_{TH4}| + \sqrt{\frac{I_{D4}}{A_4}} = |V_{TH5}| + \sqrt{\frac{I_{D5}}{A_5}} \\ I_{D5} &= \frac{A_5}{A_4} I_{D4} = 326.53\mu\text{A} \end{aligned}$$

Kada su sve struje u kolu poznate, naponi u kolu se lako proračunavaju iz:

$$\begin{aligned} V_{G1/2} = V_{GS2} &= V_{TH2} + \sqrt{\frac{I_{D2}}{A_2}} = 1.928\text{V} \\ V_{S1} &= I_{D1}R_1 = 714.3\text{mV} \\ V_c = V_{G5} = V_{G3/4} &= V_{DD} - V_{SG3/4} \\ &= V_{DD} - |V_{TH3/4}| - \sqrt{\frac{I_{D3/4}}{A_{3/4}}} = 2.58\text{V} \\ V_i = V_{D5} &= I_{D5}R_2 = 3.265\text{V} \end{aligned}$$

Treba napomenuti još da je ovo kolo karakteristično po tome što ne postoji direktna putanja od gejta bilo kog od tranzistora prema tački fiksnog potencijala (V_{DD} ili masi). Što znači da prilikom priključivanja baterije može se desiti da nijedan tranzistor ne vodi pošto se ni na jedan od gejtova ne dovodi fiksni napon. Praktično, ovakva kola imaju dva stabilna stanja. Jedno je željeno (za koje je urađena analiza) gde svi tranzistori vode u zasićenju, a drugo je neželjeno stanje tj. stanje gde su sve struje u kolu jednake nuli. Da bi se izbeglo stanje nultih struja ovakva kola se moraju startovati nekim eksternim kolom. Signal sa eksternog kola koje treba da pobudi ovaj izvor konstantnog napona treba dovesti na priključak V_c . Eksterna kola koja služe za pobudu izvora konstantnog napona/struje žargonski se nazivaju *Start-Up* kola.

PRIMER 4.5: Za izvor konstantnog napona sa slike 4.5 odrediti sve napone i struje u kolu. Poznato je, $\{A, V_{TH}\}_{1,2} = \{60\mu\text{A V}^{-2}, 0.3\text{V}\}$, $\{A, V_{TH}\}_3 = \{100\mu\text{A V}^{-2}, 0.3\text{V}\}$, $\{A, V_{TH}\}_{4,5,6,7} = \{40\mu\text{A V}^{-2}, 0.4\text{V}\}$, $R_1 = 20\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $R_3 = 4\text{k}\Omega$, $V_{DD} = 3.3\text{V}$.



Slika 4.5: Izvor konstantnog napona na bazi samonapajajućeg (*self-biased*) izvora konstantne struje (T_{4-7})

REŠENJE 4.5: Konturna jednačina koja daje vezu između struje drejna i napona Sors-Gejt tranzistora T_1 je,

$$\begin{aligned} V_{DD} &= V_{SG1} + I_{D1}R_1 \\ V_{DD} - |V_{TH1}| &= V_{SG1} - |V_{TH1}| + R_1A_1 (V_{SG1} - |V_{TH1}|)^2 \\ &= V_{ov1} + R_1A_1V_{ov1}^2 \end{aligned}$$

odakle se dobija,

$$\begin{aligned} V_{ov1}^2 + \frac{1}{A_1R_1}V_{ov1} - \frac{V_{DD} - |V_{TH1}|}{A_1R_1} &= 0 \\ V_{ov1}^2 + 0.833 [\text{V}]V_{ov1} - 2.5 [\text{V}^2] &= 0 [\text{V}^2]. \end{aligned}$$

Rešavanjem kvadratne jednačine dolazi se do dva rešenja,

$$\begin{aligned} V_{ov1(1/2)} &= \frac{-0.833 \pm \sqrt{(0.833)^2 - 4 \times (-2.5)}}{2} \\ V_{ov1(1)} &= 1.218\text{V}, V_{ov1(2)} = -2.052\text{V} \end{aligned}$$

Kako je, $V_{ov} = V_{SG} - |V_{TH}|$, definisan kao pozitivan napon treba usvojiti pozitivno rešenje. Struja drejna tranzistora T_1 je,

$$I_{D1} = A_1V_{ov1(1)}^2 = 89.011\mu\text{A}$$

Na osnovu pravila 3 za tranzistore $\{T_1, T_2\}$ $\{T_6, T_7\}$, i Kirhofovog zakona za čvorove D_{4-7} i zanemarivanja struja Gejta, važi da su sve struje Drejna u kolu iste i jednake I_{D1} . Dakle ostaje samo da se proračunaju svi naponi u kolu,

$$V_{D1} = I_{D1}R_1 = 1.782\text{V}$$

$$V_{D4} = V_{GS7} = V_{GS6} = V_{TH6} + \sqrt{\frac{I_{D6}}{A_6}} = 1.892\text{V}$$

$$V_{D2} = I_{D2}R_2 + V_{D4} = 2.782\text{V}$$

$$V_{D6} = V_{D2} - V_{GS4} = V_{D2} - V_{TH4} - \sqrt{\frac{I_{D4}}{A_4}} = 0.89\text{V}$$

$$V_{D7} = V_{D2} - V_{GS5} = V_{D2} - V_{TH5} - \sqrt{\frac{I_{D5}}{A_4}} = 0.89\text{V}$$

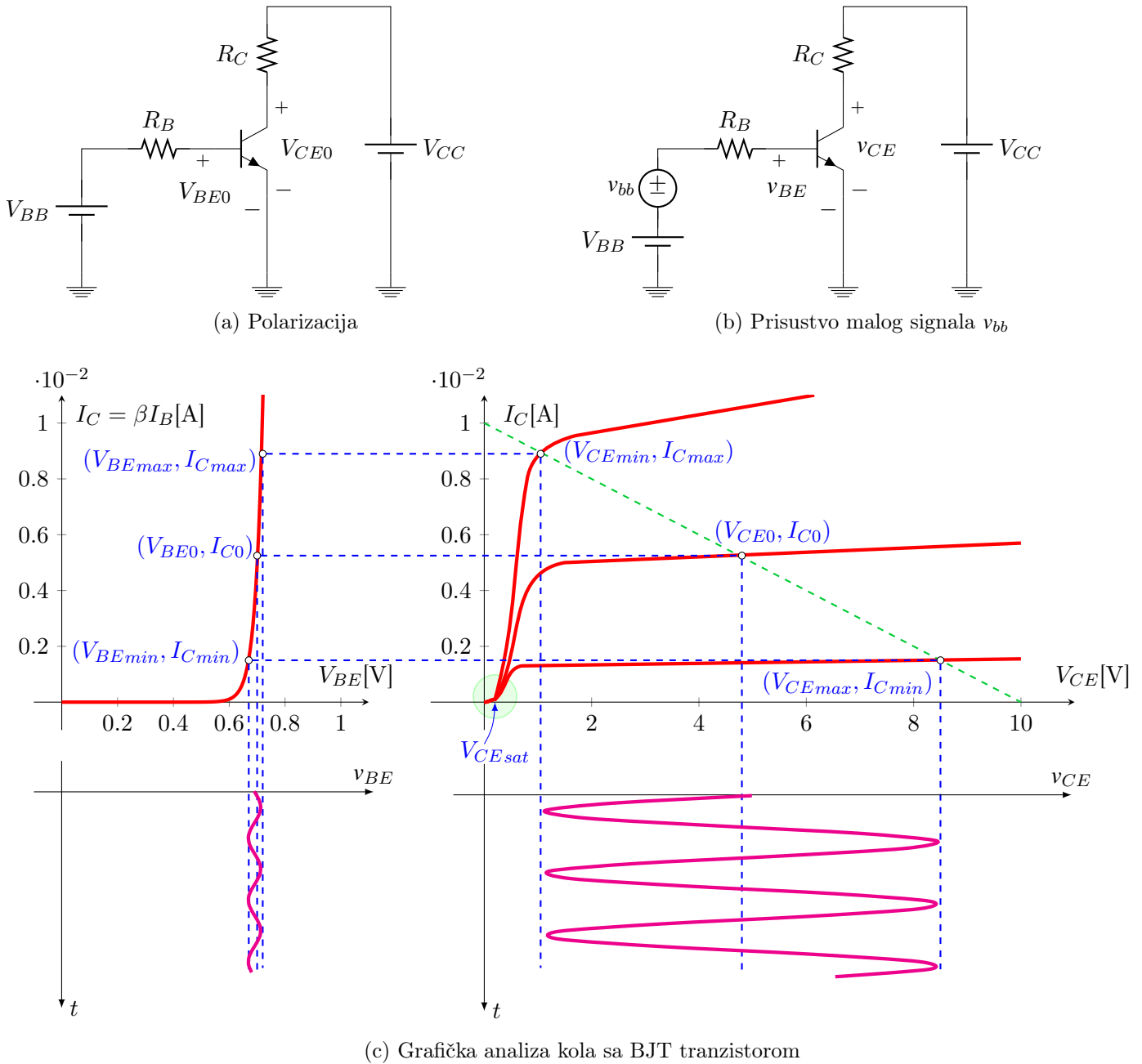
$$V_{SG3} = |V_{TH3}| + \sqrt{\frac{I_{D3}}{A_3}} = 1.244\text{V}$$

$$V_{i1} = V_{D3} = V_{DD} - V_{SG3} = 2.056\text{V}$$

$$V_{i2} = V_{D5} = V_{i2} - I_{D3}R_3 = 1.7\text{V}$$

5 Modeli tranzistora za male signale

5.1 Model BJT tranzistora za male signale



Slika 5.1: Test postavka za održavanje parametara modela tranzistora za male signale

$$V_{BE0} = V_{BB} - I_{B0}R_B \quad (5.1)$$

$$I_{C0} = \beta I_{B0} \quad (5.2)$$

$$V_{CE0} = V_{CC} - I_{C0}R_C. \quad (5.3)$$

$$v_{BE} \approx V_{BE0} + v_{bb}. \quad (5.4)$$

$$i_c = I_{C0}e^{v_{BE}/V_T} = I_{C0}e^{(V_{BE0}+v_{bb})/V_T} = I_{C0}e^{V_{BE0}/V_T}e^{v_{bb}/V_T} = I_{C0}e^{v_{bb}/V_T}. \quad (5.5)$$

$$i_C \approx I_{C0} \left(1 + \frac{v_{bb}}{V_T} \right) \approx I_{C0} + g_m v_{bb} \approx I_{C0} + i_c, \quad (5.6)$$

$$g_m = \frac{I_{C0}}{V_T}. \quad (5.7)$$

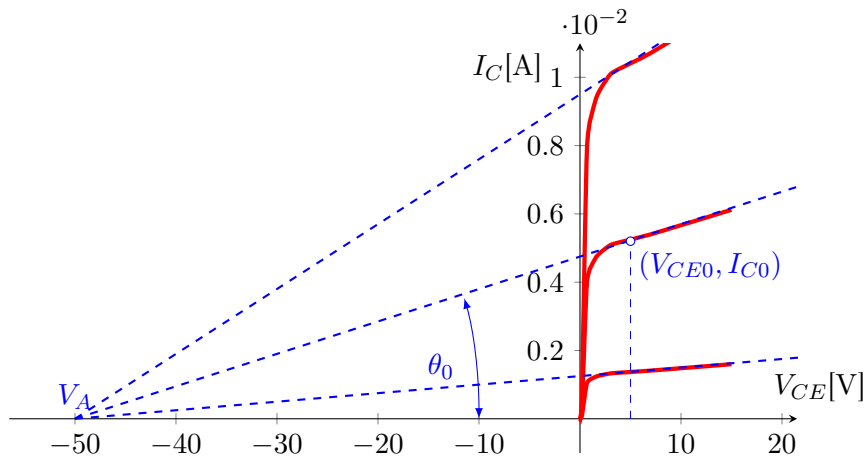
$$\frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} = \frac{\partial}{\partial V_{BE}} \left(I_{CS} e^{V_{BE}/V_T} \right) = \frac{I_{C0}}{V_T} = g_m. \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}} = \frac{\partial}{\partial V_{BE}} \left(I_{BS} e^{V_{BE}/V_T} \right) = \frac{I_{B0}}{V_T} = \frac{1}{r_\pi} \quad (5.9)$$

$$g_m r_\pi = \frac{I_{C0}}{I_{B0}} = \beta. \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} v_{CE} &= V_{CC} - i_C R_C = V_{CC} - I_{C0} R_C - i_c R_C \\ &= V_{CC} - I_{C0} R_C - g_m R_C v_{bb} = V_{CE0} + v_{ce} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Erljev efekat



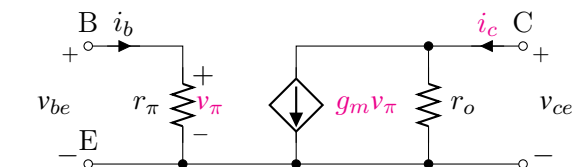
Slika 5.2: Erljev (*Early*) efekat

$$\frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \approx \tan \theta_0 = \frac{I_{C0}}{V_A + V_{CE0}} = \frac{1}{r_o}. \quad (5.12)$$

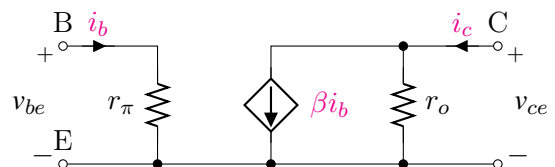
Y i H modeli

$$i_b = \frac{v_{be}}{r_\pi} \quad (5.13)$$

$$i_c = g_m v_{be} + \frac{v_{ce}}{r_o}. \quad (5.14)$$



(a) r_π - g_m Y model BJT tranzistora za male signale



(b) r_π - β H model BJT tranzistora za male signale

Slika 5.3: Modeli BJT tranzistora za male signale

$$v_{be} = r_\pi i_b \quad (5.15)$$

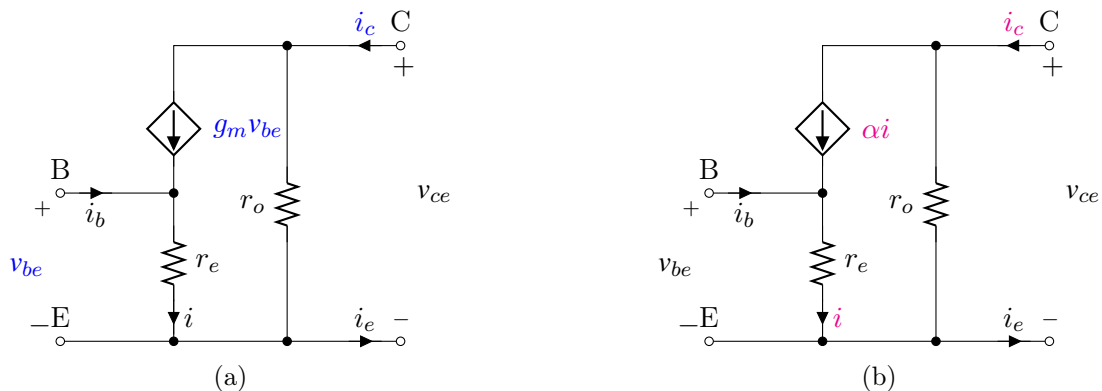
$$i_c = \beta i_b + \frac{v_{ce}}{r_o}. \quad (5.16)$$

T modeli

$$v_{be} = r_e i \quad (5.17)$$

$$i_c = \alpha i + \frac{v_{ce}}{r_o}, \quad i_b = (1 - \alpha) i \quad (5.18a)$$

$$i_c = g_m v_{be} + \frac{v_{ce}}{r_o}, \quad i_b = i - g_m v_{be} \quad (5.18b)$$



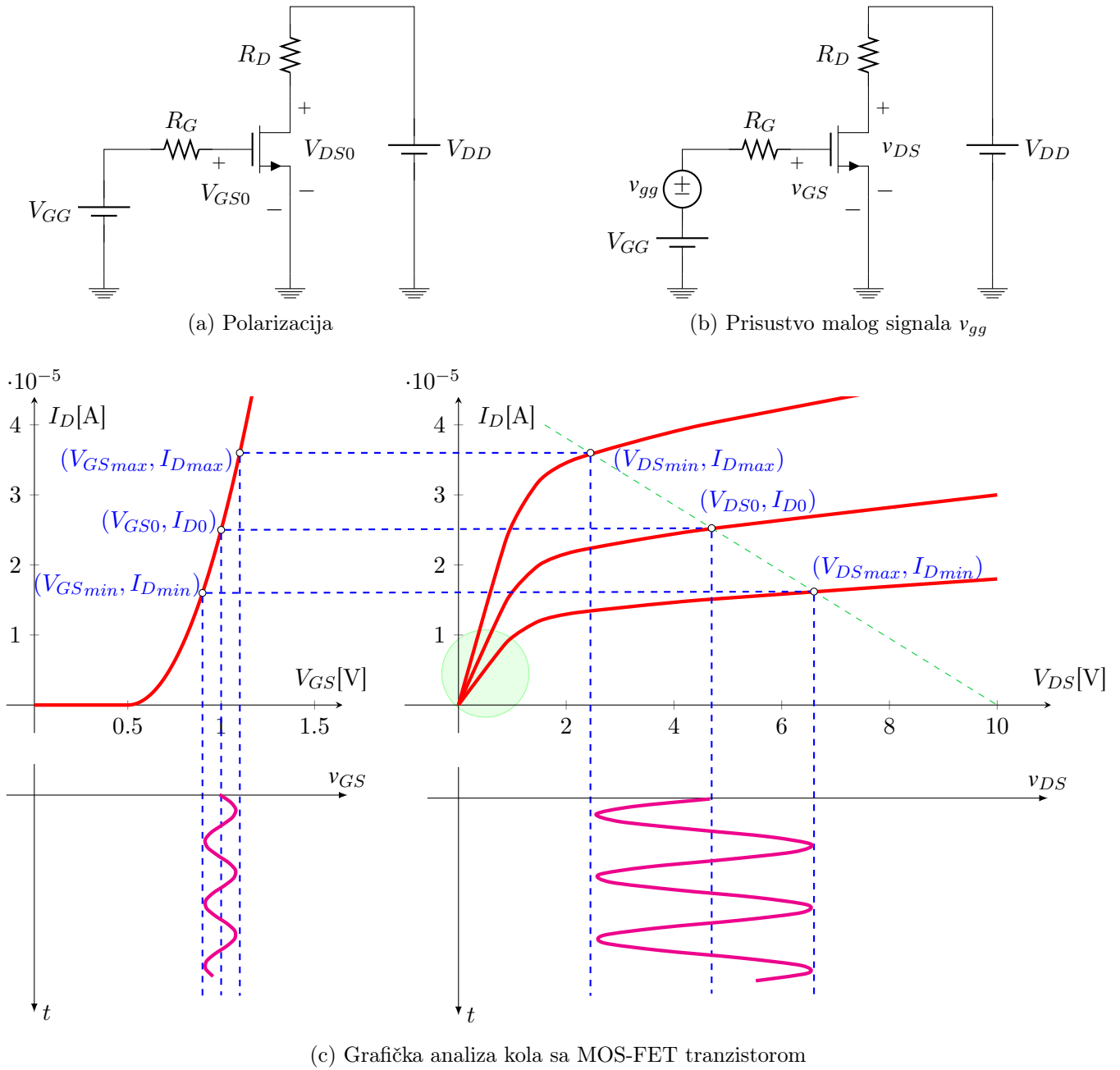
Slika 5.4: Varijante T modela BJT tranzistora za male signale

$$\frac{1}{r_e} = \frac{\partial I_E}{\partial V_{BE}} = \frac{\partial}{\partial V_{BE}} \left(I_{ES} e^{V_{BE}/V_T} \right) = \frac{I_{E0}}{V_T} \quad (5.19)$$

Radana prava (prava opterećenja)

$$I_C = \frac{V_{CC}}{R_C} - \frac{V_{CE}}{R_C}. \quad (5.20)$$

5.2 Model MOS-FET tranzistora za male signale



Slika 5.5: Test postavka za održivanje parametara modela tranzistora za male signale

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TH} = V_{ov}. \quad (5.21)$$

$$I_D = A (2V_{DS} (V_{GS} - V_{TH}) - V_{DS}^2). \quad (5.22)$$

$$\frac{1}{R_{on}} = \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \approx \frac{\partial}{\partial V_{DS}} (2AV_{DS} (V_{GS} - V_{TH})) = 2A (V_{GS} - V_{TH}). \quad (5.23)$$

$$I_D = A (V_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda V_{DS}) = AV_{ov}^2 (1 + \lambda V_{DS}). \quad (5.24)$$

$$V_{GS0} = V_{GG} \quad (5.25)$$

$$I_{D0} \approx A(V_{GS0} - V_{TH})^2 \quad (5.26)$$

$$V_{DS0} = V_{DD} - I_{D0}R_D, \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} i_D &\approx A(v_{GS} - V_{TH})^2 = A(V_{GS0} + v_{gg} - V_{TH})^2 \\ &= A(V_{GS0} - V_{TH})^2 + 2A|V_{GS0} - V_{TH}|v_{gg} + Av_{gg}^2 \approx I_{D0} + i_d, \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$g_m = 2A|V_{GS0} - V_{TH}| \quad (5.29)$$

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} = 2AV_{ov} = 2\sqrt{AI_{D0}} = \frac{2I_{D0}}{V_{ov}}. \quad (5.30)$$

$$v_{DS} = V_{DD} - i_D R_D = V_{DD} - I_{D0}R_D - i_d R_D = V_{DS0} + v_{ds}, \quad (5.31)$$

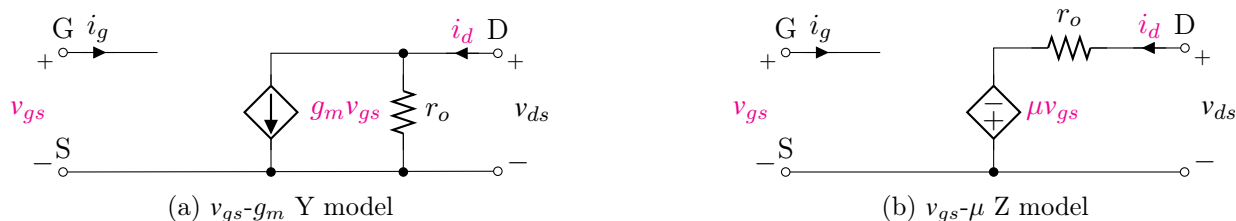
Modulacija dužine kanala

$$r_o = \frac{1}{\partial I_D / \partial V_{DS}} \approx \frac{V_A + V_{DS0}}{I_{D0}} \approx \frac{V_A}{I_{D0}} = \frac{1}{\lambda I_{D0}}. \quad (5.32)$$

Y i Z modeli

$$i_g = 0 \quad (5.33)$$

$$i_d = g_m v_{gs} + \frac{v_{ds}}{r_o}, \quad (5.34)$$



Slika 5.6: Modeli MOS-FET tranzistora za male signale

$$i_g = 0 \quad (5.35)$$

$$v_{ds} = r_o i_d - \mu v_{gs}. \quad (5.36)$$

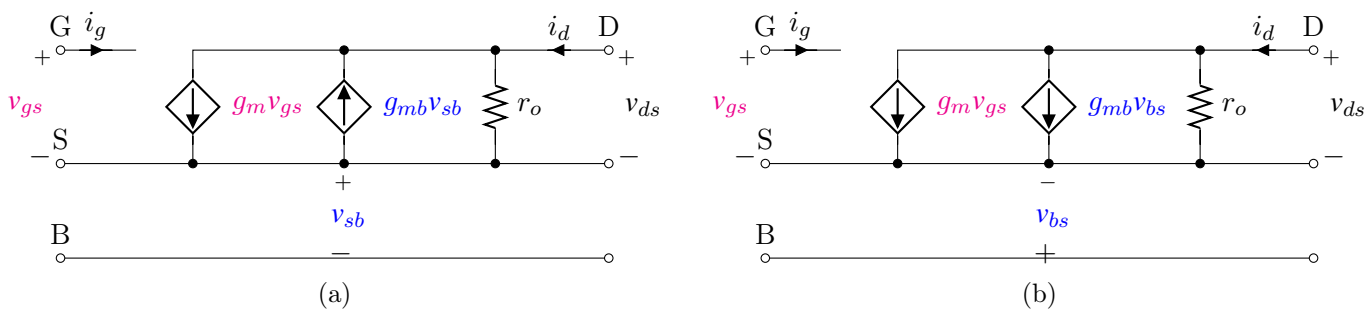
Efekat podloge

$$V_{TH} = V_{TH0} + \gamma \left(\sqrt{2|\Phi_F| + V_{SB}} - \sqrt{2|\Phi_F|} \right), \quad (5.37)$$

$$\frac{\partial I_D}{\partial V_{SB}} = -g_m \frac{\gamma}{2\sqrt{2|\Phi_F| + V_{SB}}} = -g_{mb}. \quad (5.38)$$

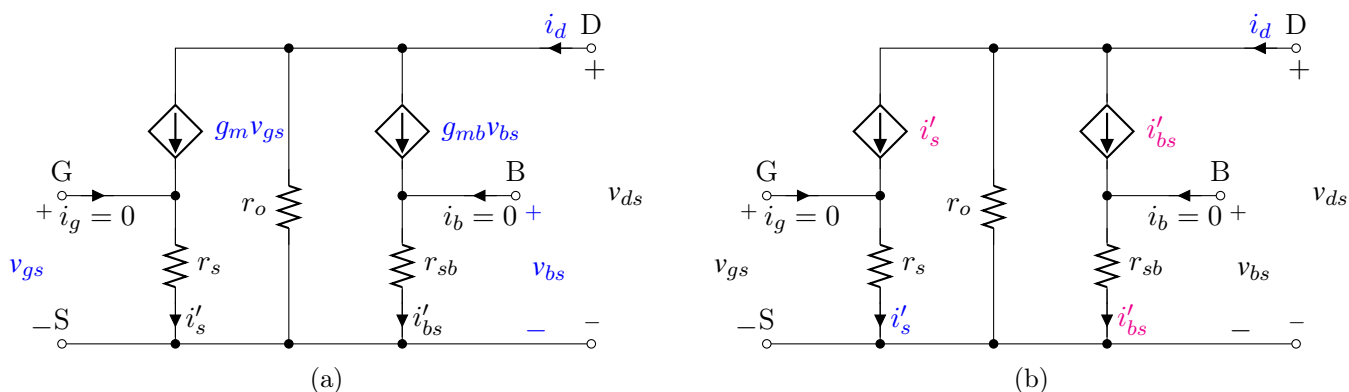
$$i_g = 0 \quad (5.39)$$

$$i_d = g_m v_{gs} - g_{mb} v_{sb} + \frac{v_{ds}}{r_o}, \quad (5.40)$$



Slika 5.7: Varijante v_{gs} - g_m model MOS-FET tranzistora za male signale sa efektom podloge

T modeli



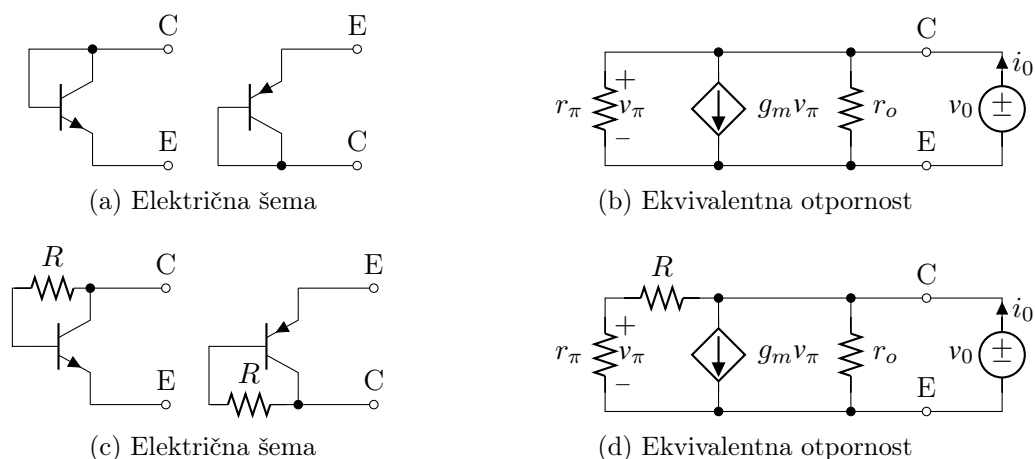
Slika 5.8: Varijante T modela MOS-FET tranzistora za male signale

Radna prava (prava opterećenja)

$$I_D = \frac{V_{DD}}{R_D} - \frac{V_{DS}}{R_D}. \quad (5.41)$$

5.3 Diodno povezan tranzistor

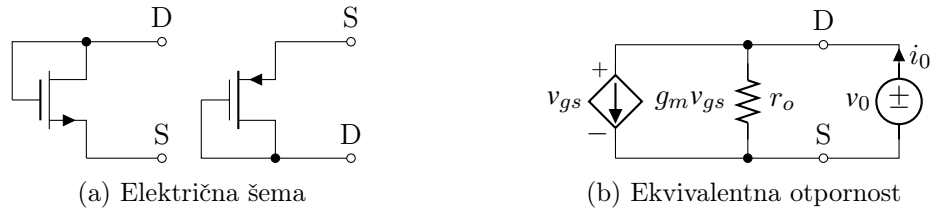
BJT



Slika 5.9: Diodno povezan BJT tranzistor

$$C : i_0 = g_m v_\pi + \frac{v_\pi}{r_\pi} + \frac{v_0}{r_o}$$

$$K : v_\pi = v_0$$



Slika 5.10: Diodno povezan MOS-FET tranzistor

$$R_{dio} = \frac{1}{\frac{1}{r_{\pi} || r_o} + g_m} = (r_{\pi} || r_o) || \frac{1}{g_m} = \frac{r_o}{1 + (1 + \beta) \frac{r_o}{r_{\pi}}}. \quad (5.42)$$

$$C : i_0 = g_m v_{\pi} + \frac{v_{\pi}}{r_{\pi}} + \frac{v_0}{r_o}$$

$$K : v_{\pi} = -\frac{v_{\pi}}{r_{\pi}} R + v_0,$$

$$R_{dio,R} = r_o || \frac{r_{\pi} + R}{1 + \beta} \quad (5.43)$$

$$R_{dio} = \frac{r_{\pi}}{1 + \beta} \quad (5.44)$$

$$R_{dio,R} = \frac{r_{\pi} + R}{1 + \beta}. \quad (5.45)$$

$$R_{dio} = \frac{1}{g_m} \quad (5.46)$$

$$R_{dio,R} = \frac{1}{g_m} + \frac{R}{\beta}. \quad (5.47)$$

MOS-FET

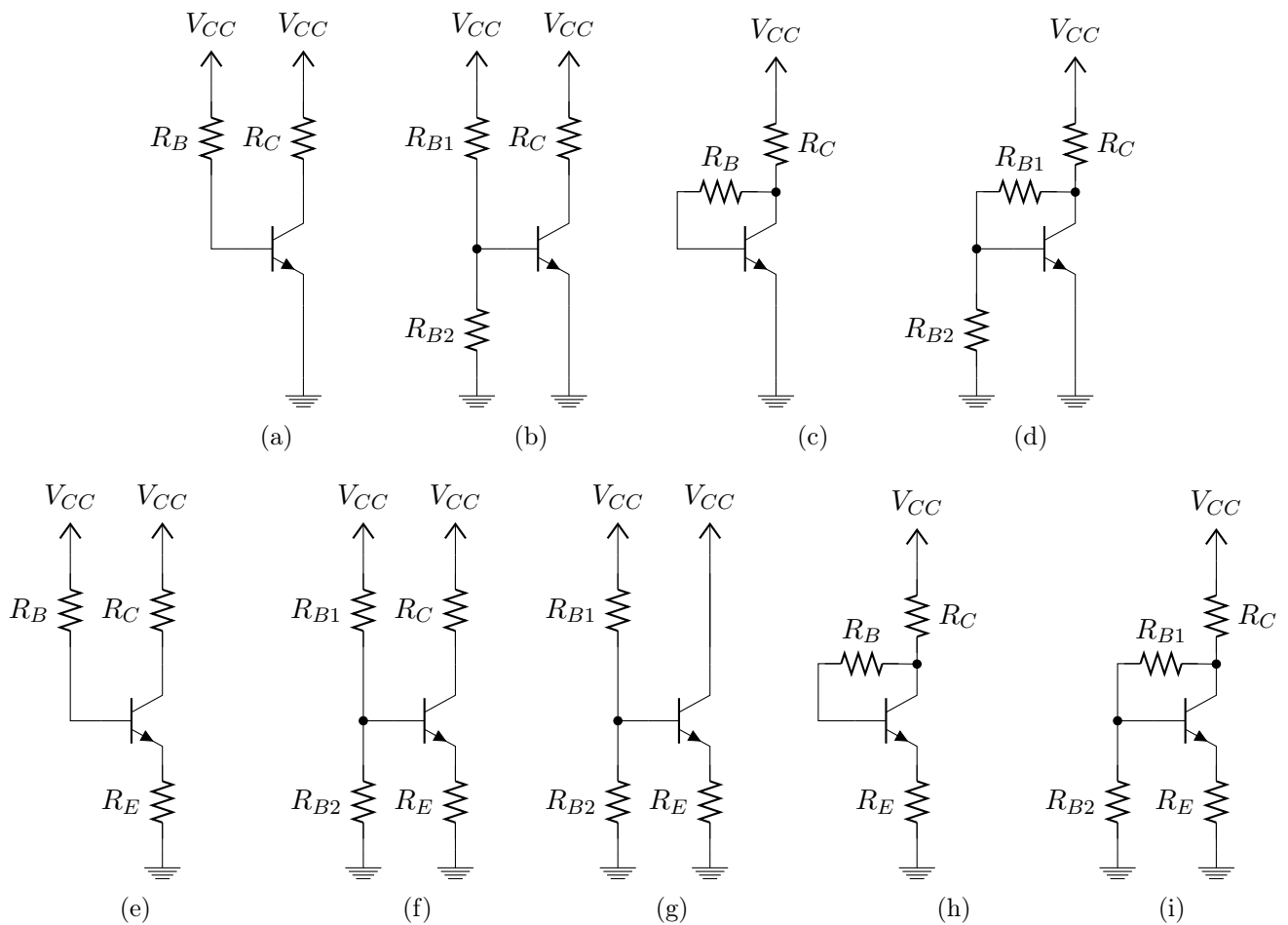
$$D : i_0 = \frac{v_0}{r_o} + g_m v_{gs}$$

$$K : v_{gs} = v_0$$

$$R_{dio} = \frac{1}{\frac{1}{r_o} + g_m}. \quad (5.48)$$

6 Polarizacija diskretnih pojačavača

6.1 Polarizacija BJT tranzistora



Slika 6.1: Polarizacija BJT NPN tranzistora u pojačavačkom kolu

NPN

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} \quad (6.1a)$$

$$I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_{BB}} \quad (6.1b)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + (1 + \beta) R_C} \quad (6.1c)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} \left(1 + \frac{R_C + R_{B1}}{R_{B2}} \right)}{R_{B1} + (1 + \beta) R_C} \quad (6.1d)$$

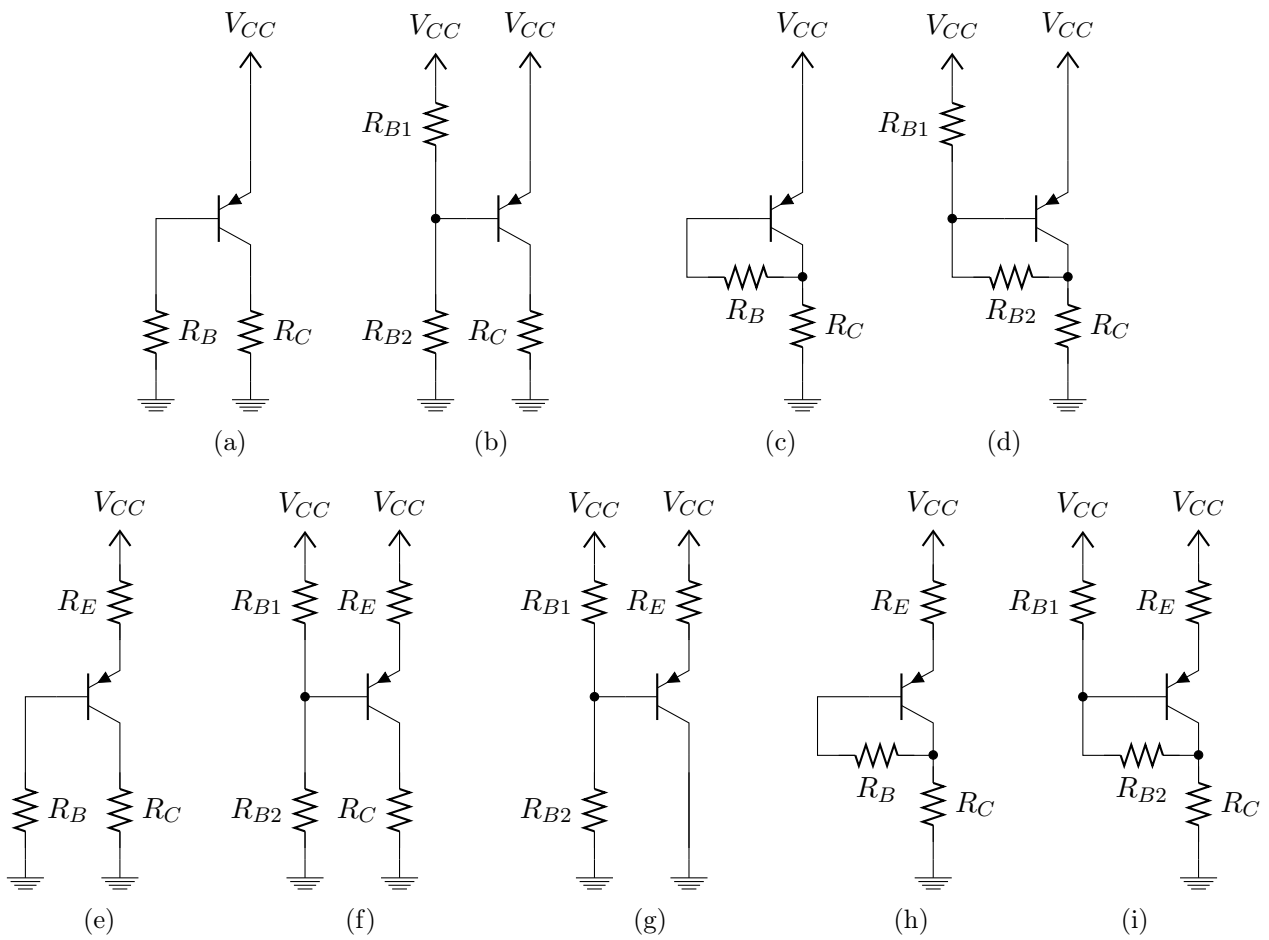
$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + (1 + \beta) R_E} \quad (6.1e)$$

$$I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_{BB} + (1 + \beta) R_E} \quad (6.1f)$$

$$I_B = \frac{V_{BB} - |V_{BE}|}{R_{BB} + (1 + \beta) R_E} \quad (6.1g)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + (1 + \beta) (R_C + R_E)} \quad (6.1h)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} \left(1 + \frac{R_C + R_{B1}}{R_{B2}} \right)}{R_{B1} + (1 + \beta) \left[R_C + R_E \left(\frac{R_C + R_{B1}}{R_{B2}} \right) \right]} \quad (6.1i)$$



Slika 6.2: Polarizacija BJT PNP tranzistora u pojačavačkom kolu

PNP

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{EB}}{R_B} \quad (6.2a)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BB} - V_{EB}}{R_{BB}} \quad (6.2b)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{EB}}{R_B + (1 + \beta) R_C} \quad (6.2c)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{EB} \left(1 + \frac{R_C + R_{B2}}{R_{B1}} \right)}{R_{B2} + (1 + \beta) R_C} \quad (6.2d)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{EB}}{R_B + (1 + \beta) R_E} \quad (6.2e)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BB} - V_{EB}}{R_{BB} + (1 + \beta) R_E} \quad (6.2f)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BB} - V_{EB}}{R_{BB} + (1 + \beta) R_E} \quad (6.2g)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{EB}}{R_B + (1 + \beta) (R_C + R_E)} \quad (6.2h)$$

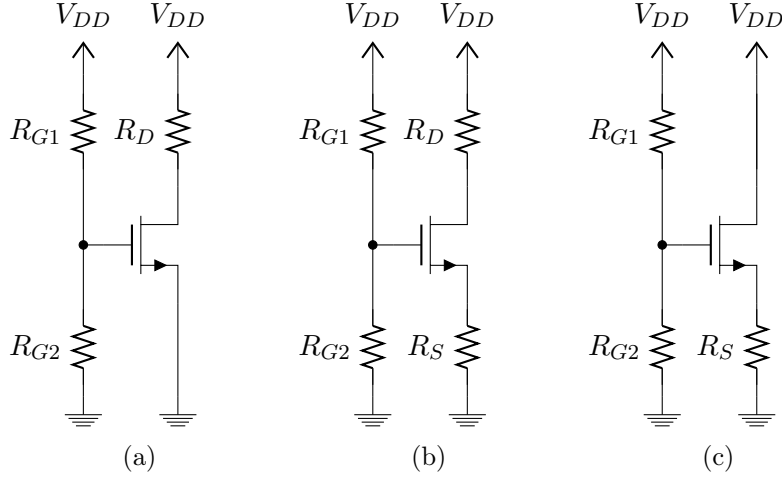
$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{EB} \left(1 + \frac{R_C + R_{B2}}{R_{B1}} \right)}{R_{B2} + (1 + \beta) \left[R_C + R_E \left(\frac{R_C + R_{B2}}{R_{B1}} \right) \right]} \quad (6.2i)$$

U oba seta izraza, ekvivalentni Tevenenov generator je definisan sa

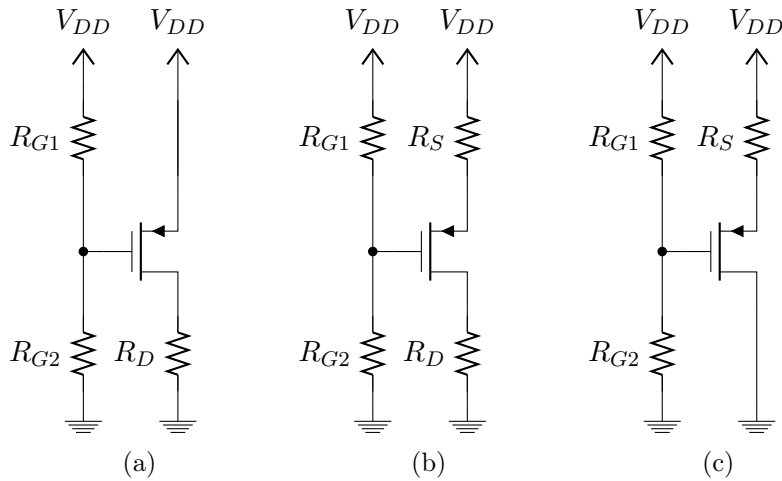
$$V_{BB} = \frac{R_{B2}}{R_{B2} + R_{B1}} V_{CC}$$

$$R_{BB} = R_{B1} || R_{B2}.$$

6.2 Polarizacija MOS-FET tranzistora



Slika 6.3: Polarizacija N MOS-FET tranzistora u pojačavačkom kolu



Slika 6.4: Polarizacija P MOS-FET tranzistora u pojačavačkom kolu

NMOS & PMOS

$$V_G = \frac{R_{G2}}{R_{G2} + R_{G1}} V_{DD}, \quad (6.3)$$

$$I_D = AV_{ov}^2. \quad (6.4)$$

NMOS

$$V_{ov} = V_G - V_{TH}, \quad (6.5)$$

$$V_{ov} = \frac{1}{2AR_S} \left(\sqrt{1 + 4AR_S (V_G - V_{TH})} - 1 \right). \quad (6.6)$$

PMOS

$$V_{ov} = V_{DD} - V_G - |V_{TH}|, \quad (6.7)$$

$$V_{ov} = \frac{1}{2AR_S} \left(\sqrt{1 + 4AR_S (V_{DD} - V_G - |V_{TH}|)} - 1 \right). \quad (6.8)$$

7 Osnovni pojačavački stepeni sa BJT tranzistorom

$$V_T = \frac{kT}{q}$$

Termički napon, $V_T \approx 26\text{mV}@\{T = 300\text{K}\}$.

$$V_A$$

Erlijev napon (Early). Kreće se u opsegu (15 – 150)V.

$$\beta = \frac{I_C}{I_B}$$

Koeficijent strujnog pojačanja, $\beta \approx (50 - 200)$.

$$g_m = \frac{I_C}{V_T}$$

Transkonduktansa tranzistora, $g_m \approx 38\text{mS} = \frac{1}{26\Omega}@\{I_C = 1\text{mA}\}$.

$$r_o = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C} \approx \frac{V_A}{I_C}$$

Unutrašnja otpornost tranzistora, $r_o \approx 100\text{k}\Omega@\{V_A = 100\text{V}, I_C = 1\text{mA}\}$.

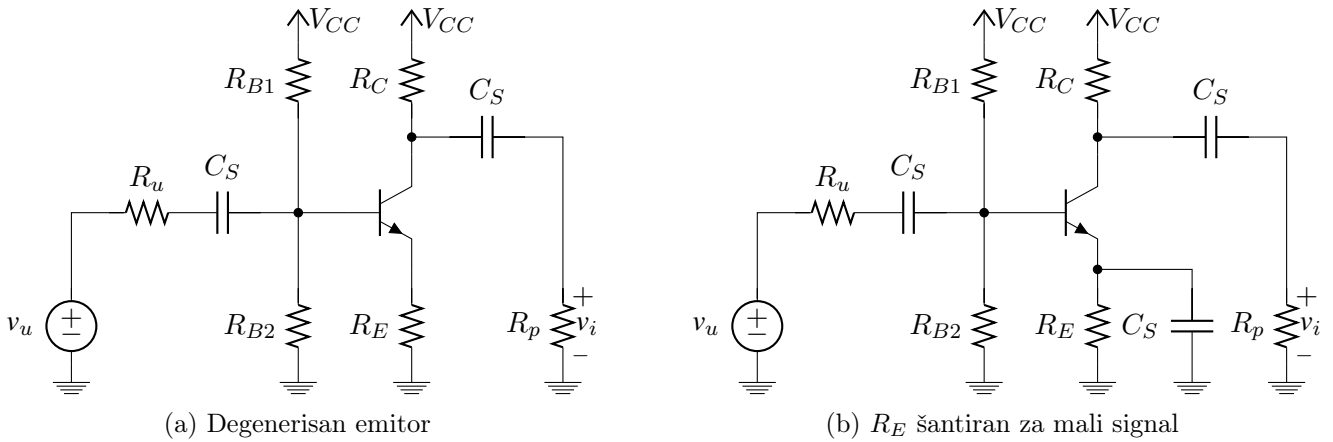
$$r_\pi = \frac{V_T}{I_B}$$

Otpornost baze, $r_\pi \approx 2.6\text{k}\Omega@\{I_C = 1\text{mA}, \beta = 100\}$.

$$\beta = g_m r_\pi.$$

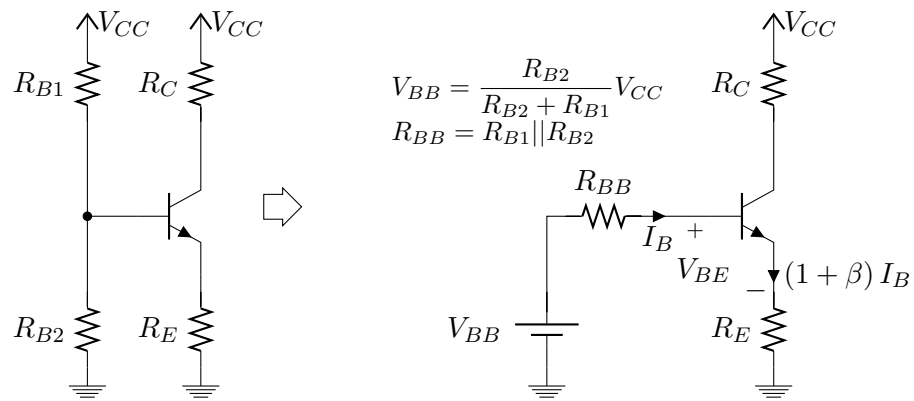
$$\mu = g_m r_o = \frac{V_A}{V_T}.$$

7.1 Zajednički emitor



Slika 7.1: Pojačavač sa zajedničkim emitorom

Polarizacija

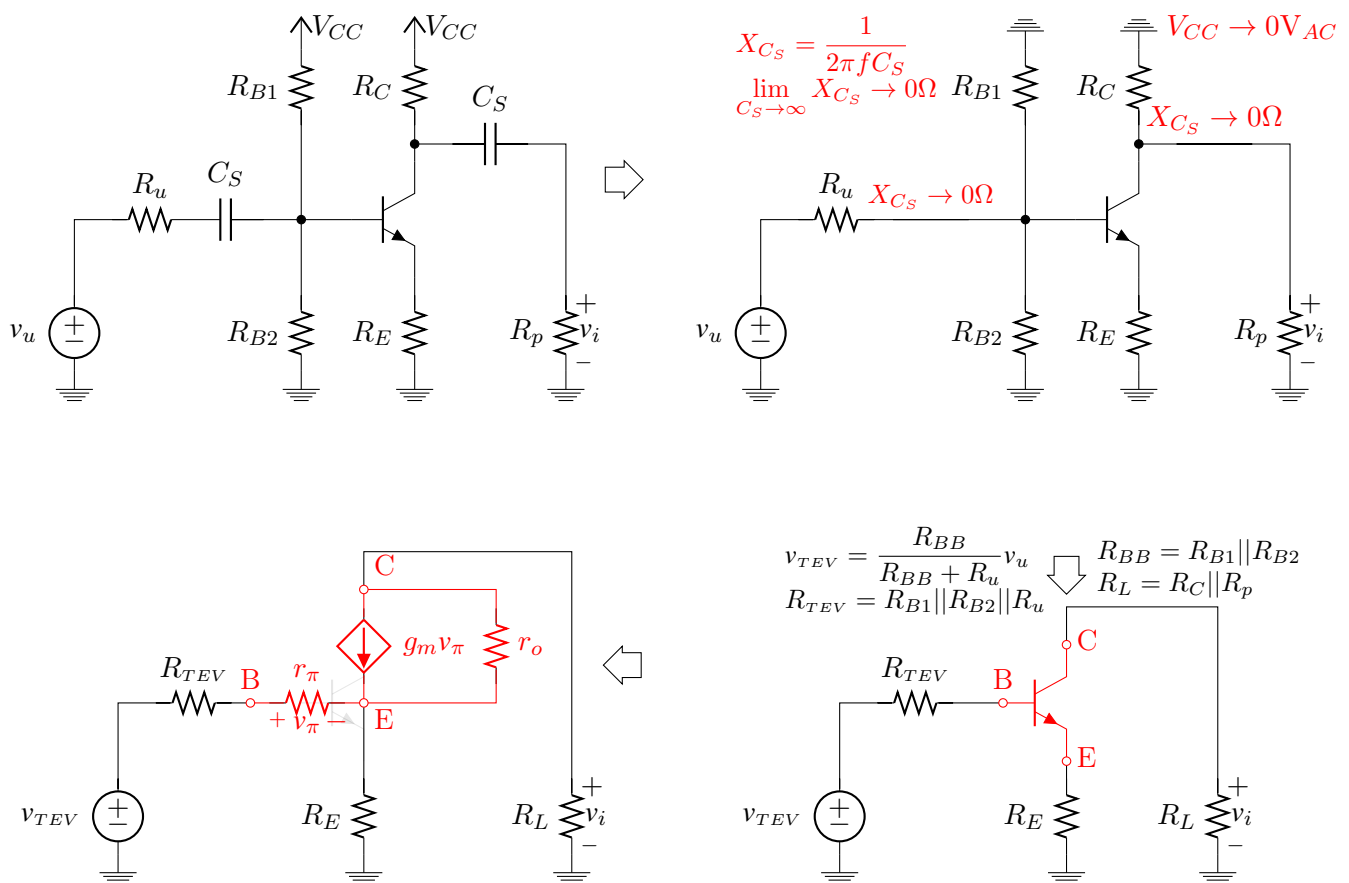


Slika 7.2: Polarizacija

Primenom Tevenenove teorema lako se dobija,

$$I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_{BB} + (1 + \beta) R_E} \Rightarrow I_C = \beta I_B \Rightarrow g_m = \frac{I_C}{V_T}, r_\pi = \frac{V_T}{I_B}, V_T = \frac{kT}{q}. \quad (7.1)$$

Naponsko pojačanje



Slika 7.3: Zajednički, degenerisan, emitor, naponsko pojačanje

$$E: \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi + \frac{v_i - v_e}{r_o} = \frac{v_e}{R_E}$$

$$C: g_m v_\pi + \frac{v_i - v_e}{r_o} + \frac{v_i}{R_L} = 0$$

$$K: v_{TEV} = \frac{v_\pi}{r_\pi} R_{TEV} + v_\pi + v_e,$$

$$\frac{v_i}{v_{TEV}} = - \frac{\left(\beta - \frac{R_E}{r_o}\right) R_L}{r_\pi + R_{TEV} + (1 + \beta) R_E + (r_\pi + R_{TEV} + R_E || R_L) \frac{(R_L + R_E)}{r_o}}$$

$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = - \frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} \cdot \frac{\left(\beta - \frac{R_E}{r_o}\right) R_L}{r_\pi + R_{TEV} + (1 + \beta) R_E + (r_\pi + R_{TEV} + R_E || R_L) \frac{(R_L + R_E)}{r_o}}$$

$$A_n \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = - \frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} \frac{\beta R_L}{r_\pi + R_{TEV} + (1 + \beta) R_E}$$

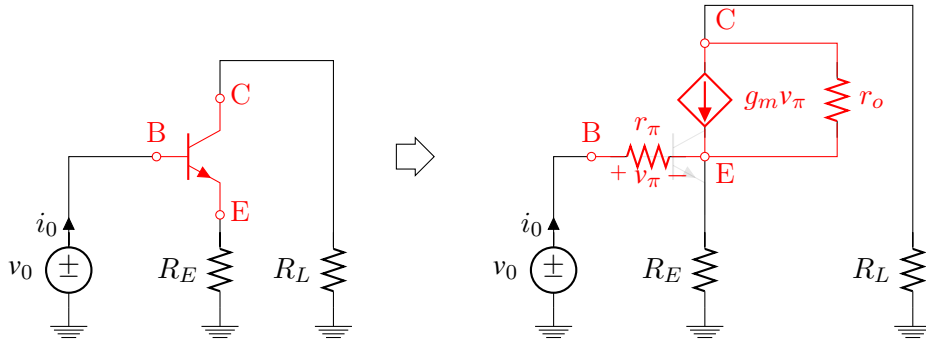
$$A_n \Big|_{R_u \ll R_{BB}} = - \frac{\beta R_L}{r_\pi + R_u + (1 + \beta) R_E}$$

$$A_n \Big|_{R_u \ll r_\pi} = - \frac{\beta R_L}{r_\pi + (1 + \beta) R_E}$$

$$A_n \Big|_{r_\pi \ll \beta R_E} \approx - \frac{R_L}{R_E}$$

$$A_n \Big|_{R_u \ll r_\pi, R_E \rightarrow 0} = - \frac{\beta R_L}{r_\pi} = -g_m R_L$$

Ulazna otpornost



Slika 7.4: Zajednički, degenerisan, emitor, ulazna otpornost

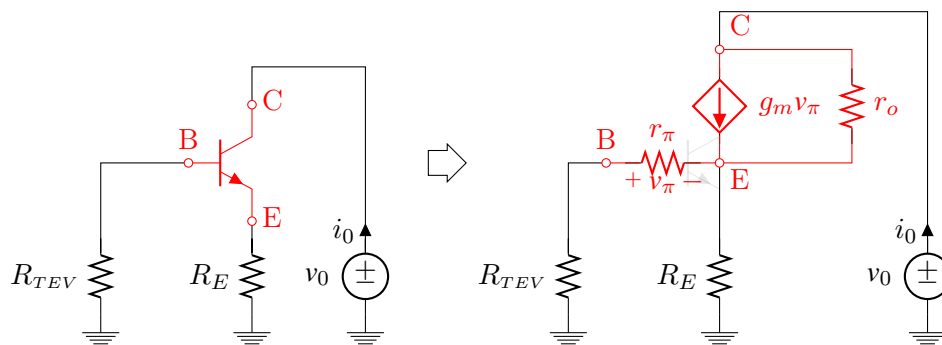
$$\begin{aligned} \text{E} : \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi + \frac{v_c - v_e}{r_o} &= \frac{v_e}{R_E} \\ \text{C} : g_m v_\pi + \frac{v_c - v_e}{r_o} + \frac{v_c}{R_L} &= 0 \\ \text{B} : i_0 &= \frac{v_\pi}{r_\pi} \\ \text{K} : v_0 &= v_\pi + v_e, \end{aligned}$$

$$R_{ulT} = \frac{v_0}{i_0} = r_\pi + \frac{(1 + \beta) R_E + \frac{R_E R_L}{r_o}}{1 + \frac{R_E + R_L}{r_o}}$$

$$R_{ulT} \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = r_\pi + (1 + \beta) R_E$$

$$R_{ul} = R_{ulT} || R_{BB}$$

Izlazna otpornost



Slika 7.5: Zajednički, degenerisan, emitor, izlazna otpornost

$$\text{E: } \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi + \frac{v_0 - v_e}{r_o} = \frac{v_e}{R_E}$$

$$\text{C: } g_m v_\pi + \frac{v_0 - v_e}{r_o} = i_0$$

$$\text{K: } v_\pi = -\frac{v_\pi}{r_\pi} R_{TEV} - v_e,$$

$$R_{izT} = r_o \left(1 + g_m \frac{r_\pi R_E}{r_\pi + R_E + R_{TEV}} \right) + \frac{r_\pi R_E}{r_\pi + R_E + R_{TEV}} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_\pi} \right).$$

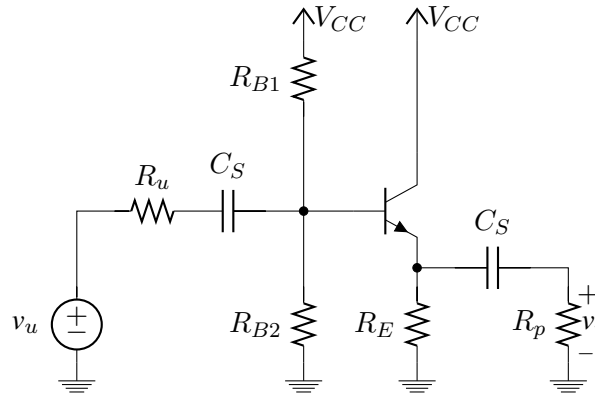
$$R_{izT} \Big|_{R_{TEV} \ll r_\pi} = r_o + (1 + \mu) (r_\pi \parallel R_E).$$

$$R_{izT} \Big|_{r_\pi \ll R_E} = \beta r_o.$$

$$R_{izT} \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = \infty \Omega.$$

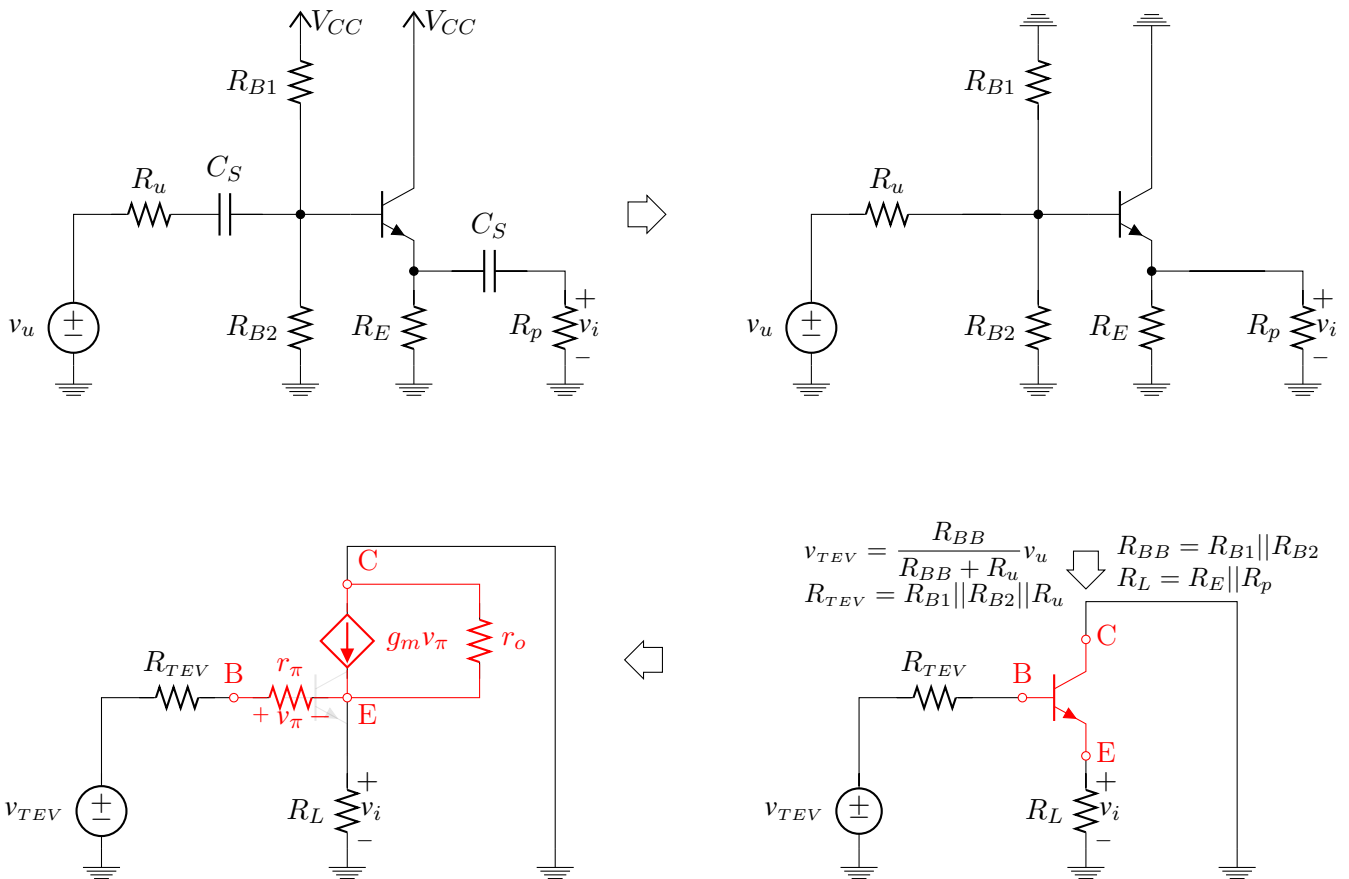
$$R_{iz} = R_{izT} \parallel R_C.$$

7.2 Zajednički kolektor (Emitter Follower)



Slika 7.6: Zajednički kolektor

Naponsko pojačanje



Slika 7.7: Zajednički kolektor, naponsko pojačanje

$$E: \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi = \frac{v_i}{r_o} + \frac{v_i}{R_L}$$

$$K: v_{TEV} = \frac{v_\pi}{r_\pi} R_{TEV} + v_\pi + v_i$$

$$\frac{v_i}{v_{TEV}} = \frac{(1 + \beta) r_o \parallel R_L}{r_\pi + R_{TEV} + (1 + \beta) r_o \parallel R_L}$$

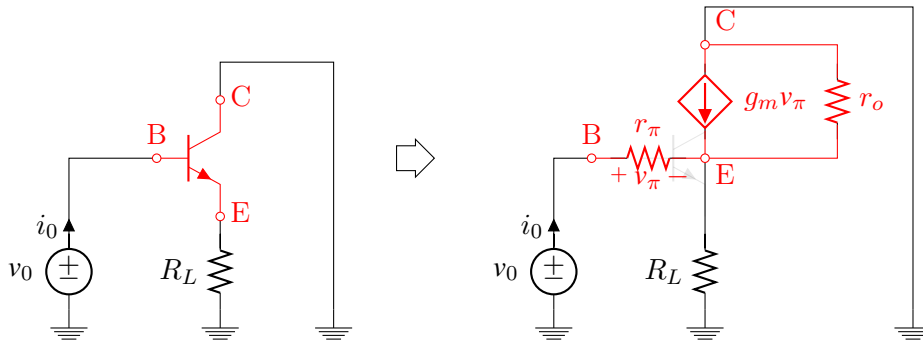
$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = \frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} \cdot \frac{(1 + \beta) r_o \parallel R_L}{r_\pi + R_{TEV} + (1 + \beta) r_o \parallel R_L}$$

$$A_n \Big|_{R_{BB} \gg R_u, r_o \rightarrow \infty} = \frac{(1 + \beta) R_L}{r_\pi + R_u + (1 + \beta) R_L}.$$

$$A_n \Big|_{R_u \ll r_\pi} = \frac{(1 + \beta) R_L}{r_\pi + (1 + \beta) R_L}.$$

$$A_n \Big|_{r_\pi \ll \beta R_L} \approx 1.$$

Ulazna otpornost



Slika 7.8: Zajednički kolektor, ulazna otpornost

$$\text{E : } i_0 + g_m v_\pi = \frac{v_e}{r_o} + \frac{v_e}{R_L}$$

$$\text{B : } i_0 = \frac{v_\pi}{r_\pi}$$

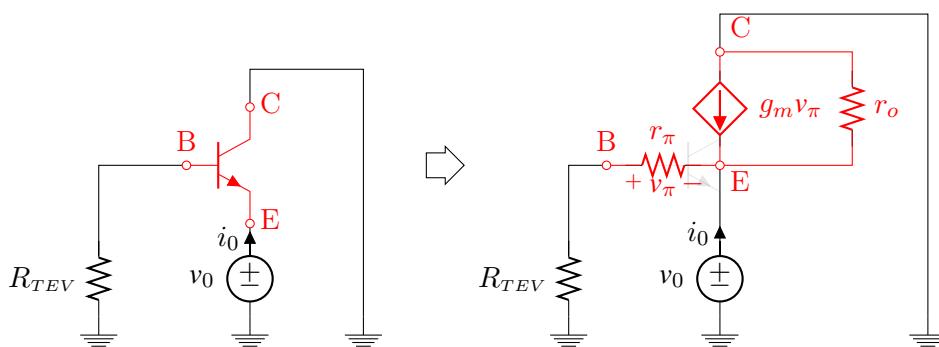
$$\text{K : } v_0 = v_\pi + v_e,$$

$$R_{ulT} = \frac{v_0}{i_0} = r_\pi + (1 + \beta) (r_o \parallel R_L).$$

$$R_{ulT} \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = r_\pi + (1 + \beta) R_L.$$

$$R_{ul} = R_{ulT} \parallel R_{BB}.$$

Izlazna otpornost



Slika 7.9: Zajednički kolektor, izlazna otpornost

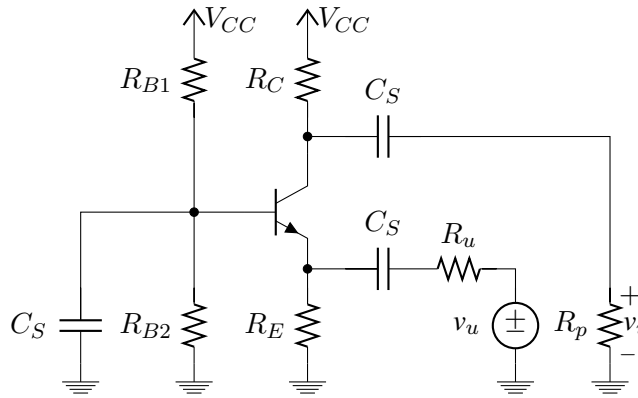
$$\text{E : } \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi + i_0 = \frac{v_0}{r_o}$$

$$\text{K : } v_0 = -v_\pi - \frac{v_\pi}{r_\pi} R_{TEV},$$

$$R_{izT} = r_o \parallel \frac{r_\pi + R_{TEV}}{1 + \beta}$$

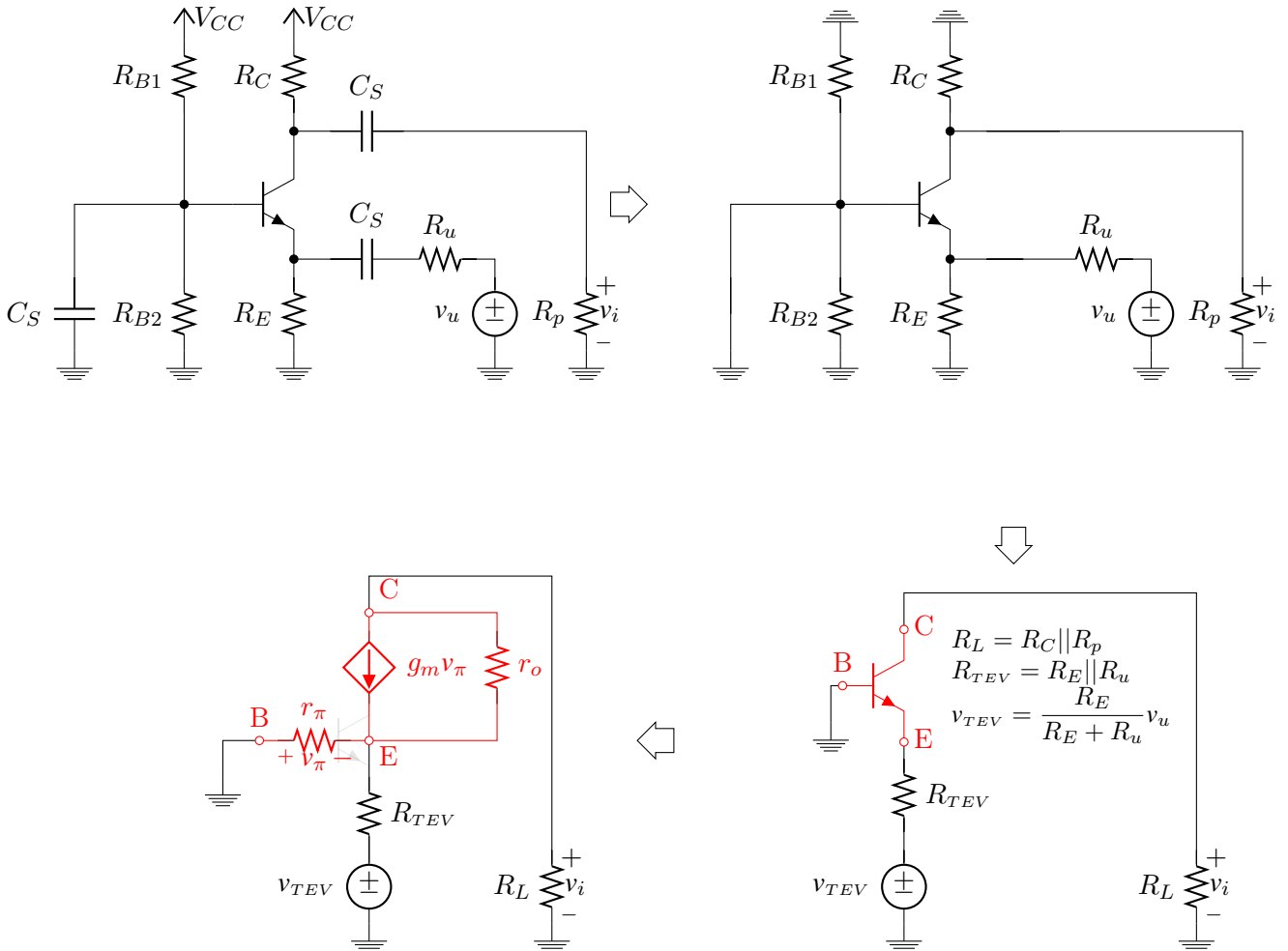
$$R_{izT} = \frac{r_\pi + R_{TEV}}{1 + \beta}.$$

7.3 Zajednička baza



Slika 7.10: Zajednička baza

Naponsko pojačanje



Slika 7.11: Zajednička baza, naponsko pojačanje

$$E: \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi + \frac{v_i + v_\pi}{r_o} + \frac{v_{TEV} + v_\pi}{R_{TEV}} = 0$$

$$C: g_m v_\pi + \frac{v_i + v_\pi}{r_o} + \frac{v_i}{R_L} = 0,$$

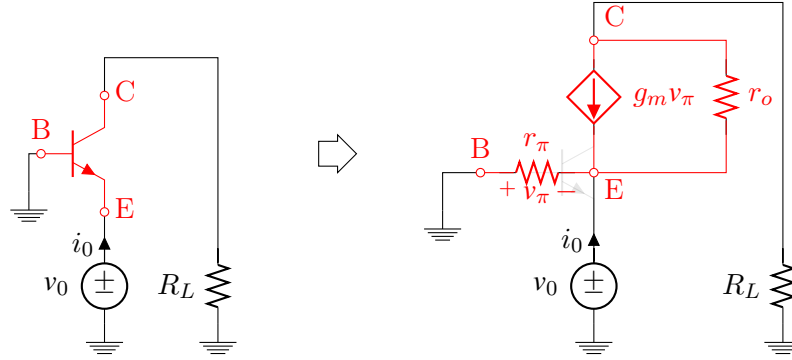
$$\frac{v_i}{v_{TEV}} = \frac{R_L}{R_{TEV}} \cdot \frac{(1 + g_m r_o)(r_\pi || R_{TEV})}{R_L + r_o + (1 + g_m r_o)(r_\pi || R_{TEV})}$$

$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = \frac{R_E}{R_E + R_u} \cdot \frac{R_L}{R_{TEV}} \cdot \frac{(1 + g_m r_o)(r_\pi || R_{TEV})}{R_L + r_o + (1 + g_m r_o)(r_\pi || R_{TEV})}$$

$$A_n \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = \frac{R_E}{R_E + R_u} \cdot \frac{R_L}{R_{TEV}} \cdot \frac{g_m (r_\pi || R_{TEV})}{1 + g_m (r_\pi || R_{TEV})} = \frac{R_E}{R_E + R_u} \cdot \frac{\beta R_L}{r_\pi + (1 + \beta) R_{TEV}}$$

$$A_n \Big|_{R_u \rightarrow 0} \approx g_m R_L$$

Ulazna otpornost



Slika 7.12: Zajednička baza, ulazna otpornost

$$E: i_0 + \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi + \frac{v_c - v_0}{r_o} = 0$$

$$C: g_m v_\pi + \frac{v_c - v_0}{r_o} + \frac{v_c}{R_L} = 0$$

$$K: v_\pi = -v_0,$$

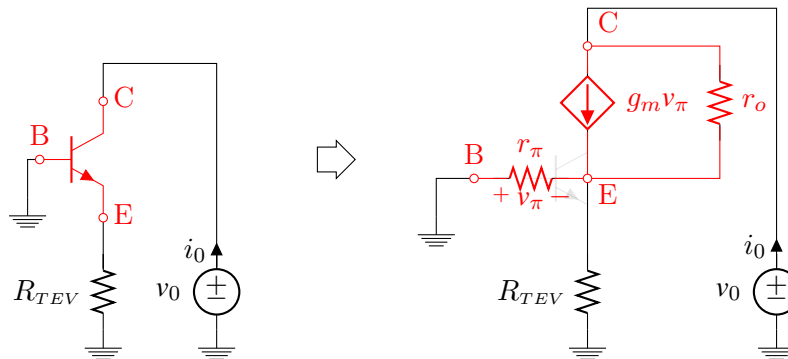
$$R_{ulT} = \frac{r_\pi (r_o + R_L)}{r_\pi + R_L + (1 + \beta) r_o}$$

$$R_{ulT} = \frac{r_\pi}{1 + \beta}$$

$$R_{ulT} \Big|_{\beta \gg 1} = \frac{1}{g_m}$$

$$R_{ul} = R_{ulT} || R_E$$

Izlazna otpornost



Slika 7.13: Zajednička baza, izlazna otpornost

$$E : g_m v_\pi + \frac{v_0 + v_\pi}{r_o} + \frac{v_\pi}{r_\pi} + \frac{v_\pi}{R_{TEV}} = 0$$

$$C : i_0 = g_m v_\pi + \frac{v_0 + v_\pi}{r_o},$$

$$R_{izT} = \frac{v_0}{i_0} = r_o + (1 + \mu) (r_\pi || R_{TEV}).$$

$$R_{izT} \Big|_{r_\pi \ll R_{TEV}} = \beta r_o.$$

$$R_{izT} \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = \infty \Omega.$$

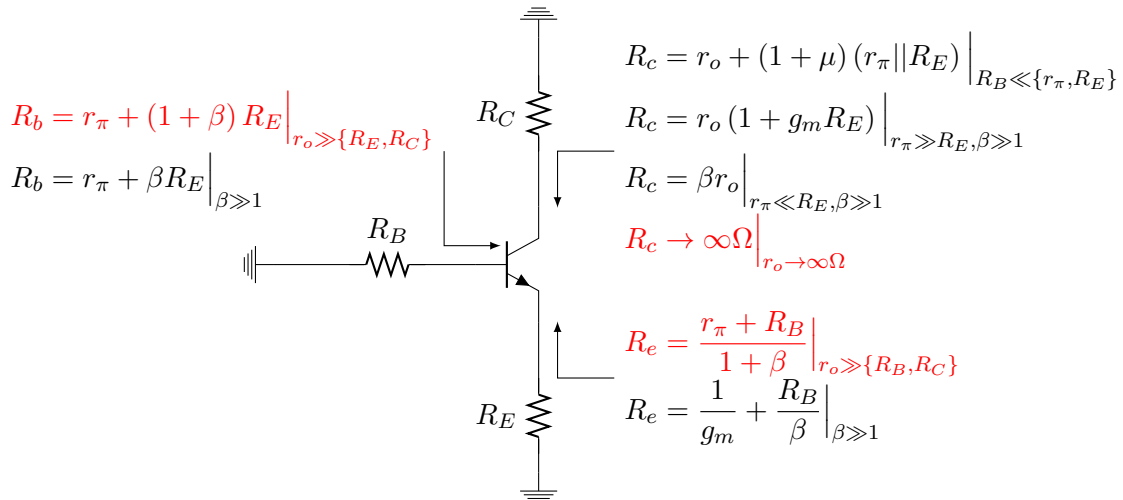
7.4 Sistematizacija

Tabela 7.1: Naponsko pojačanje, ulazna i izlazna otpornost za male signale za osnovne pojačavačke stepene sa BJT tranzistorima.

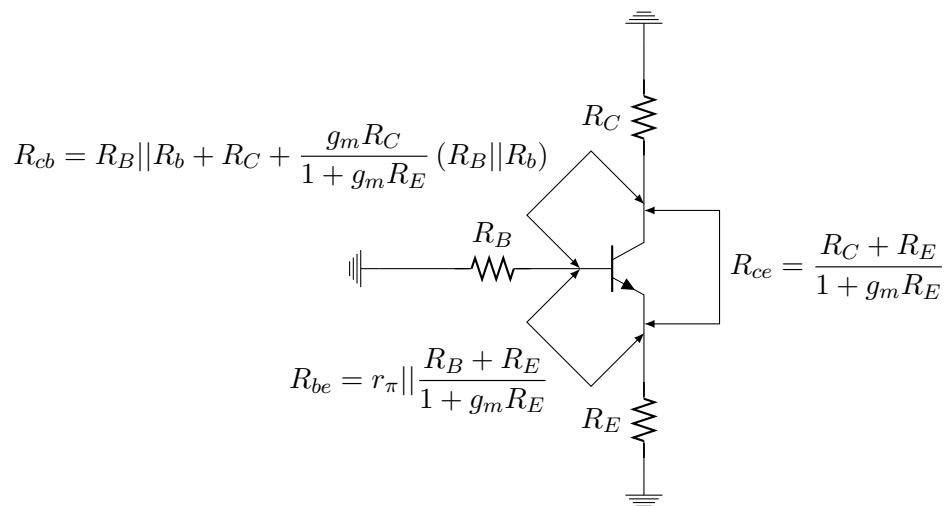
Pojačavač	Nponsko pojačanje	Ulazna otpornost	Izlazna otpornost
Zajednički emitor ($R_L = R_C R_P$) ($R_{BB} = R_{B1} R_{B2}$) ($R_{TEV} = R_{BB} R_u$)	$-\frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} \cdot \frac{\beta R_L}{r_\pi + R_{TEV} + (1 + \beta) R_E}$ ^a $-\frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} \cdot g_m R_L$ ^b	$[r_\pi + (1 + \beta) R_E] R_{BB}$ ^a $r_\pi R_{BB}$ ^b	R_C
Zajednički kolektor ($R_L = R_E R_P$) ($R_{BB} = R_{B1} R_{B2}$) ($R_{TEV} = R_{BB} R_u$)	$\frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} \cdot \frac{(1 + \beta) R_L}{r_\pi + R_{TEV} + (1 + \beta) R_L}$	$[r_\pi + (1 + \beta) R_L] R_{BB}$	$\frac{r_\pi + R_{TEV}}{1 + \beta} R_E$
Zajednička baza ($R_L = R_C R_P$) ($R_{TEV} = R_E R_u$)	$\frac{R_E}{R_E + R_u} \cdot \frac{\beta R_L}{r_\pi + (1 + \beta) R_{TEV}}$	$\frac{r_\pi}{1 + \beta} R_E$	R_C

^a Degenerisan emitor

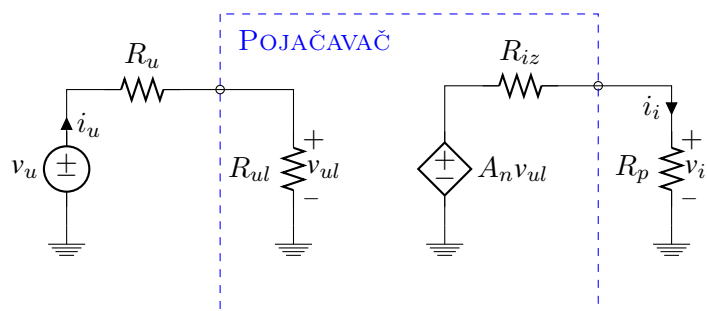
^b Nedegenerisan emitor



Slika 7.14: Ekvivalentne otpornosti za mali signal na priključcima BJT tranzistora



Slika 7.15: Ekvivalentne otpornosti za mali signal između priključaka BJT tranzistora



Slika 7.16: Naponski model pojačavača

7.5 Strujno pojačanje

$$A_s = \frac{i_i}{i_u} = \frac{i_i}{v_i} \frac{v_i}{v_u} \frac{v_u}{i_u} = \frac{1}{R_p} A_n (R_u + R_{ul}) = \frac{R_u + R_{ul}}{R_p} A_n.$$

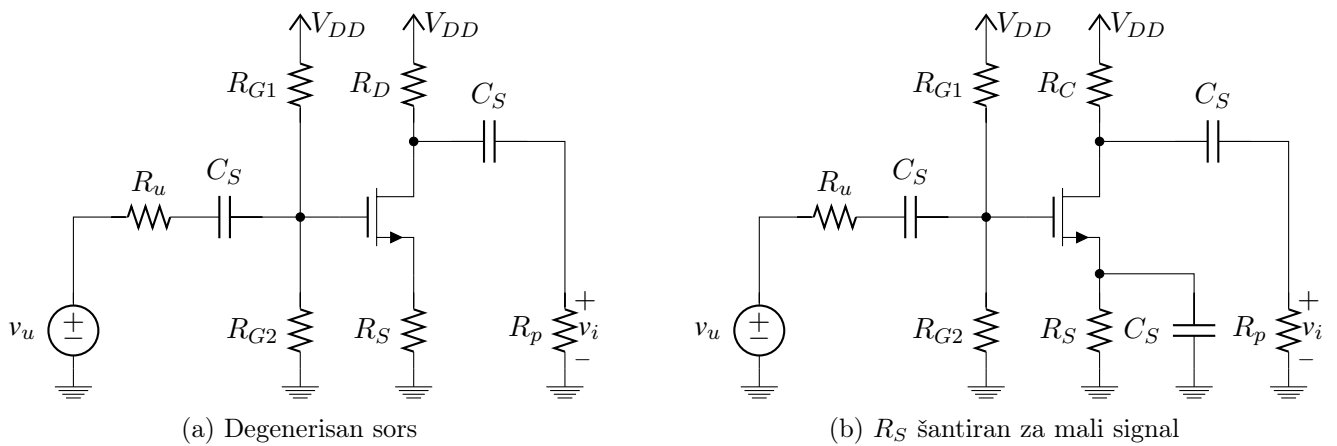
NAPOMENA: Za strujno pojačanje u kolu koje se rešava mora se obavezno označiti u kojoj grani teče izlazna, i_i , odnosno, ulazna, i_u , struja.

8 Osnovni pojačavački stepeni sa MOS-FET tranzistorom

A	Tehnološka konstanta, $A = \mu_0 C'_{ox} \frac{W}{2L}$. Kreće se u opsegu $(0.1 - 10) \text{mA V}^{-2}$.
λ	Faktor modulacije dužine kanala, $\lambda \approx (0.1 - 0.01) \text{V}^{-1}$.
$V_A = \frac{1}{\lambda}$	Erlijev napon.
V_{TH}	Napon praga. Obično se kreće u opsegu $(0.4 - 2) \text{V}$.
$V_{ov} = V_{GS} - V_{TH}$	Efektivna vrednost napona između gejta i sorsa.
$g_m = \frac{2I_D}{V_{ov}} = 2AV_{ov}$	Transkonduktansa tranzistora.
$r_o = \frac{V_A + V_{DS}}{I_D} \approx \frac{V_A}{I_D} = \frac{1}{\lambda I_D}$	Unutrašnja otpornost tranzistora.

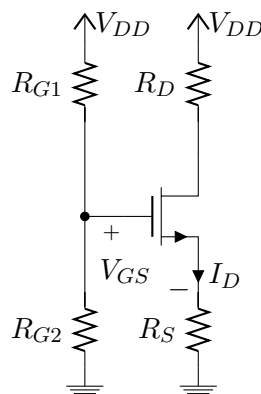
$$\mu = g_m r_o = 2 \frac{V_A}{V_{ov}} = \frac{2}{\lambda V_{ov}}$$

8.1 Zajednički sors



Slika 8.1: Pojačavač sa zajedničkim sorsom

Polarizacija



Slika 8.2: Polarizacija

$$V_G = \frac{R_{G2}}{R_{G2} + R_{G1}} V_{DD}.$$

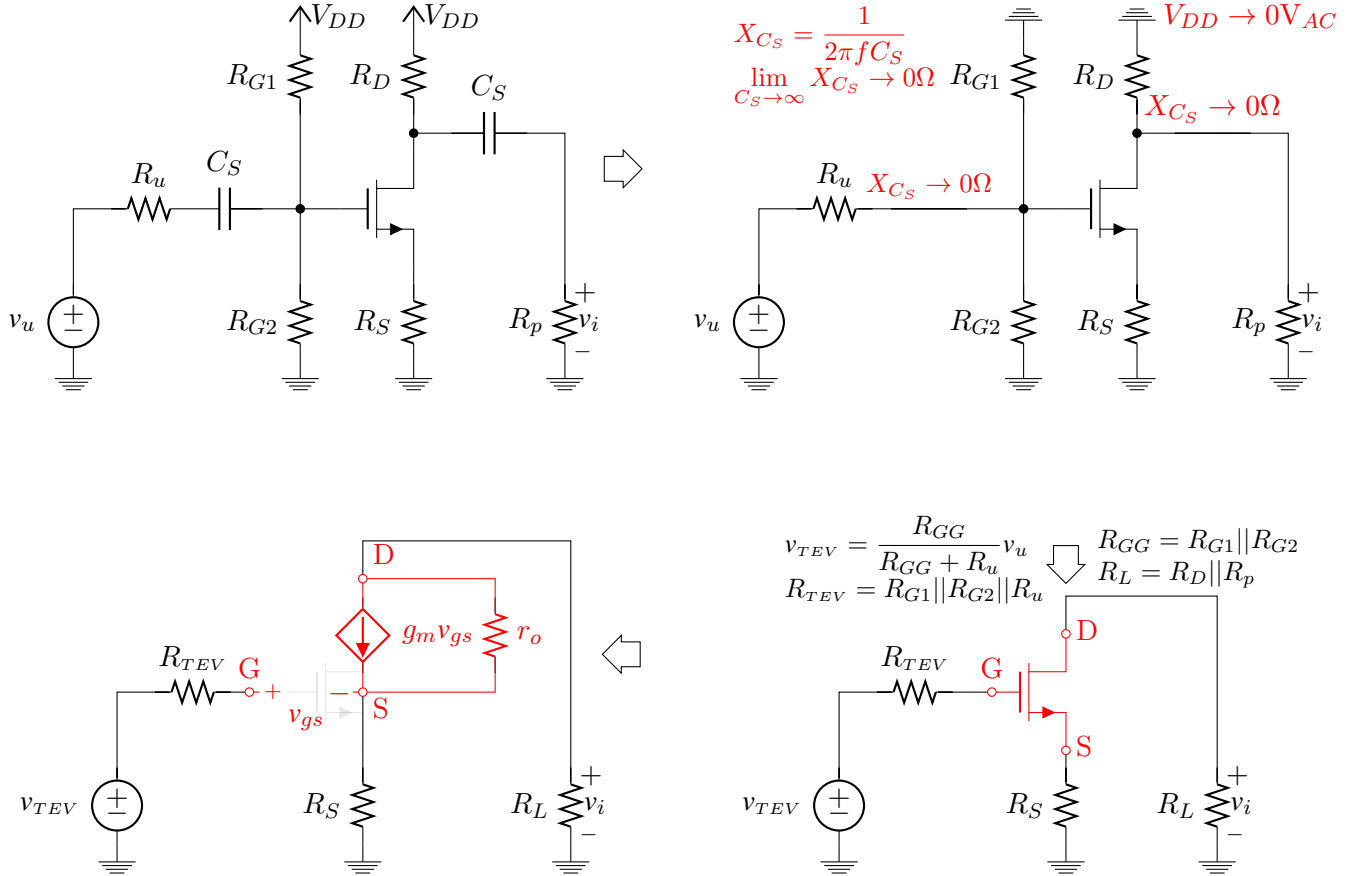
$$V_G = V_{GS} + I_D R_S, \quad V_{ov} = V_{GS} - V_{TH}$$

$$V_{ov}^2 + \frac{1}{A R_S} V_{ov}^2 - \frac{V_G - V_{TH}}{A R_S} = 0$$

$$V_{ov} = \frac{1}{2 A R_S} \left[\sqrt{4 A R_S (V_G - V_{TH}) + 1} - 1 \right]$$

$$I_D = A V_{ov}^2, \quad g_m = \frac{2 I_D}{V_{ov}}, \quad r_o = \frac{1}{\lambda I_D} = \frac{V_A}{I_D}.$$

Naponsko pojačanje



Slika 8.3: Zajednički, degenerisan, sors, naponsko pojačanje

$$S : g_m v_{gs} + \frac{v_i - v_s}{r_o} = \frac{v_s}{R_S}$$

$$D : \frac{v_i}{R_D} + \frac{v_s}{R_S} = 0$$

$$K : v_{TEV} = v_{gs} + v_s,$$

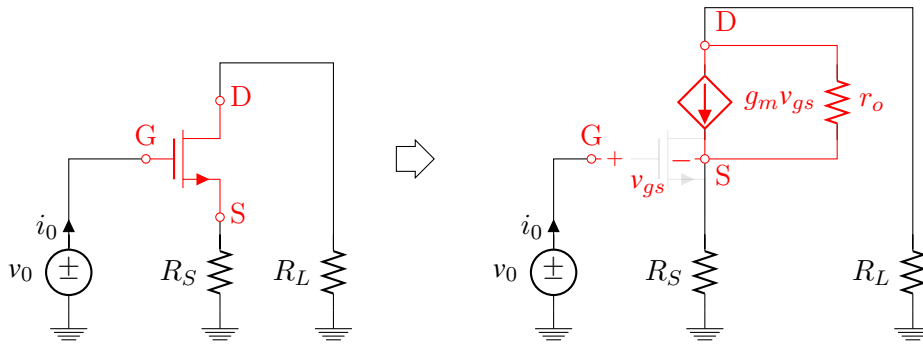
$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = -\frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} \cdot \frac{\mu R_L}{R_L + r_o + (1 + \mu) R_S}$$

$$A_n \Big|_{R_{GG} \gg R_u, r_o \rightarrow \infty} = -\frac{R_L}{R_S}.$$

$$A_n \Big|_{R_{GG} \gg R_u, R_S \rightarrow 0} = -\frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} \cdot \frac{\mu R_L}{R_L + r_o} = -\frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} \cdot g_m (R_L || r_o).$$

$$A_n \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = -g_m R_L.$$

Ulazna otpornost

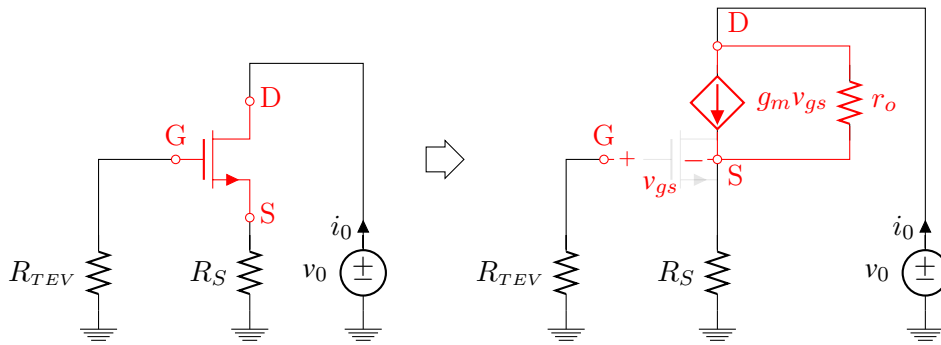


Slika 8.4: Zajednički, degenerisan, sors ulazna otpornost

$$i_0 = 0 \Rightarrow R_{ulT} = \frac{v_0}{i_0} \rightarrow \infty \Omega,$$

$$R_{ul} = R_{GG} || R_{ulT} = R_{GG}.$$

Izlazna otpornost



Slika 8.5: Zajednički, degenerisan, sors, izlazna otpornost

$$S : gm v_{gs} + \frac{v_0 - v_s}{r_o} = \frac{v_s}{R_S}$$

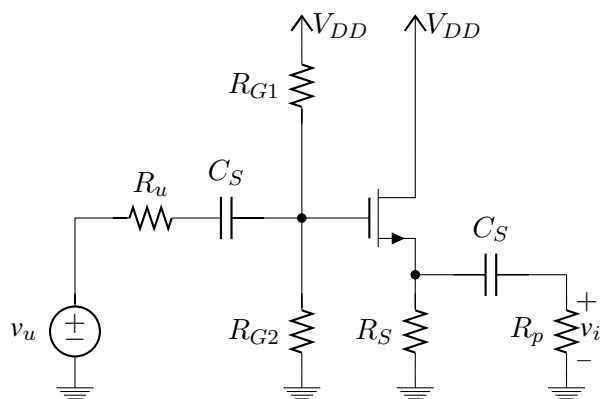
$$D : i_0 = \frac{v_s}{R_S}$$

$$K : v_{gs} = -v_s,$$

$$R_{izT} = r_o + (1 + \mu) R_S.$$

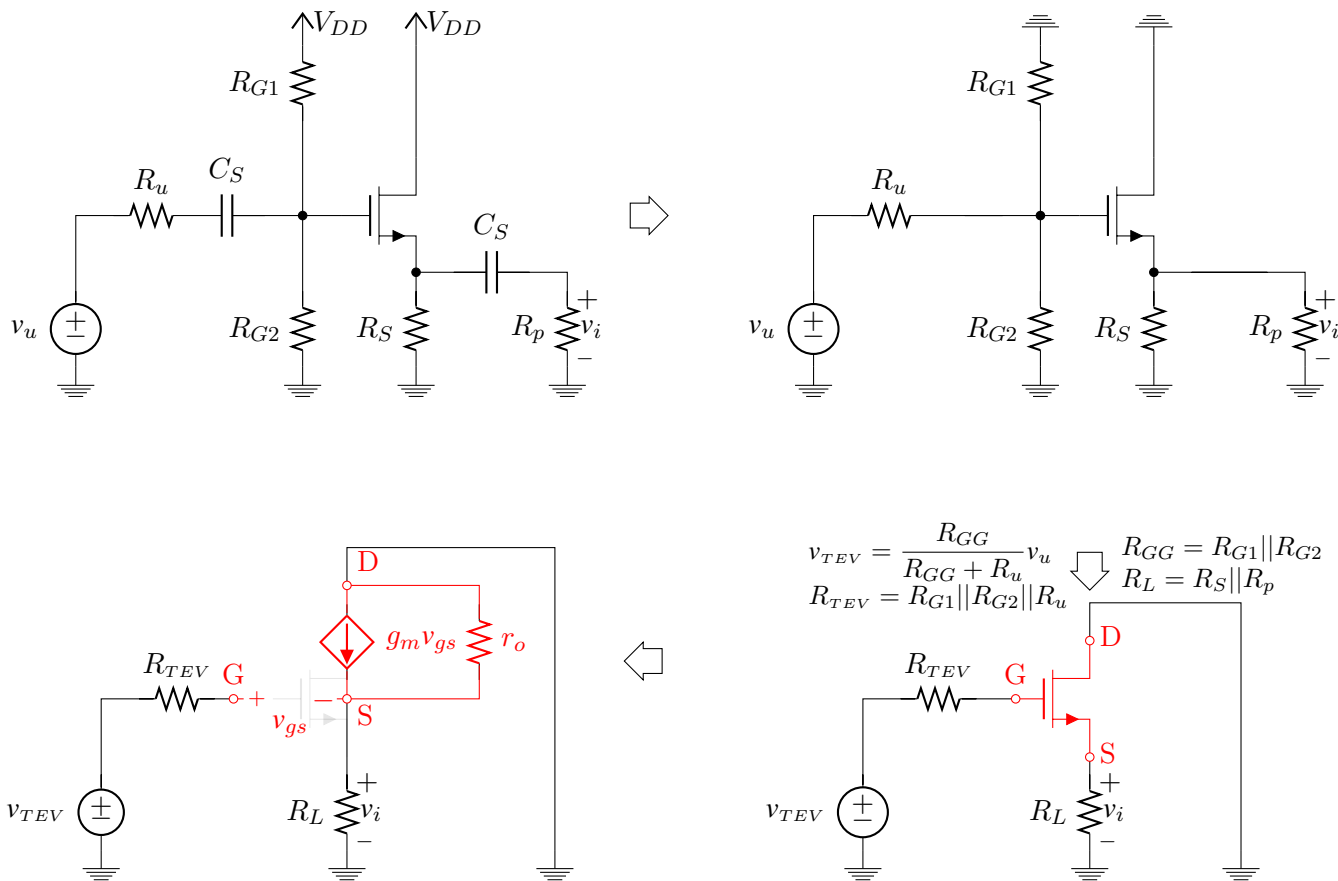
$$R_{iz} = R_D || R_{izT}.$$

8.2 Zajednički drejn (Source Follower)



Slika 8.6: Zajednički drejn

Naponsko pojačanje



Slika 8.7: Zajednički drejn, naponsko pojačanje

$$S : g_m v_{gs} = \frac{v_s}{r_o || R_S}$$

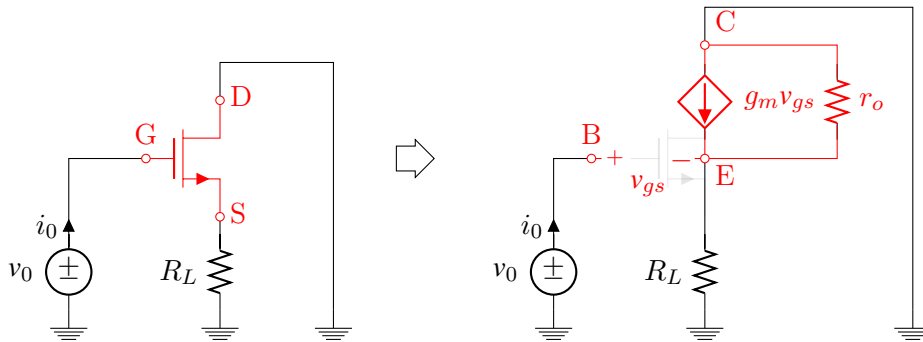
$$K : v_{gs} = v_{TEV} - v_i,$$

$$\begin{aligned} A_n = \frac{v_i}{v_u} &= \frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} \cdot \frac{g_m (r_o || R_L)}{1 + g_m (r_o || R_L)} \\ &= \frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} \cdot \frac{\mu R_L}{r_o + (1 + \mu) R_L} \end{aligned}$$

$$A_n \Big|_{R_{GG} \gg R_u, r_o \rightarrow \infty} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L}.$$

$$A_n \Big|_{1/g_m \ll R_L} \approx 1.$$

Ulazna otpornost

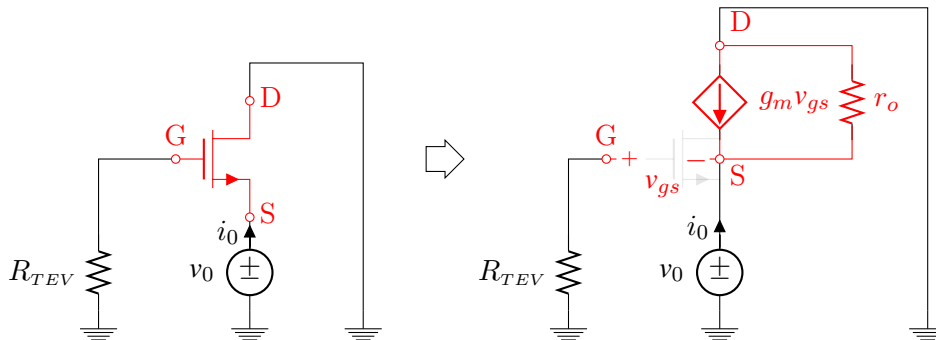


Slika 8.8: Zajednički drejn, ulazna otpornost

$$i_0 = 0 \Rightarrow R_{ulT} = \frac{v_0}{i_0} \rightarrow \infty \Omega,$$

$$R_{ul} = R_{GG} \parallel R_{ulT}.$$

Izlazna otpornost



Slika 8.9: Zajednički drejn, izlazna otpornost

$$S : g_m v_{gs} + i_0 = \frac{v_0}{r_o}$$

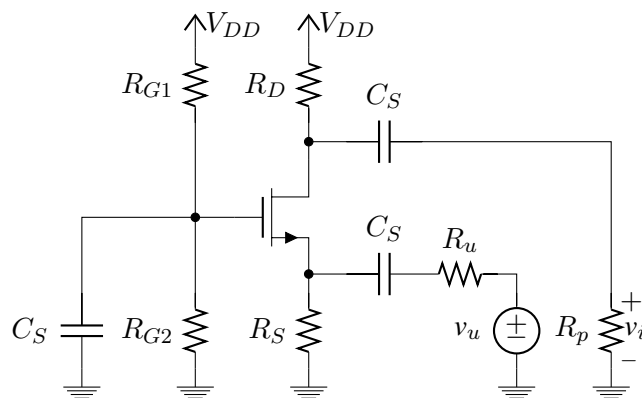
$$K : v_{gs} = -v_0$$

$$R_{izT} = \frac{r_o}{1 + g_m r_o} = \frac{r_o}{1 + \mu}$$

$$R_{izT} \Big|_{\mu \gg 1} = \frac{1}{g_m}.$$

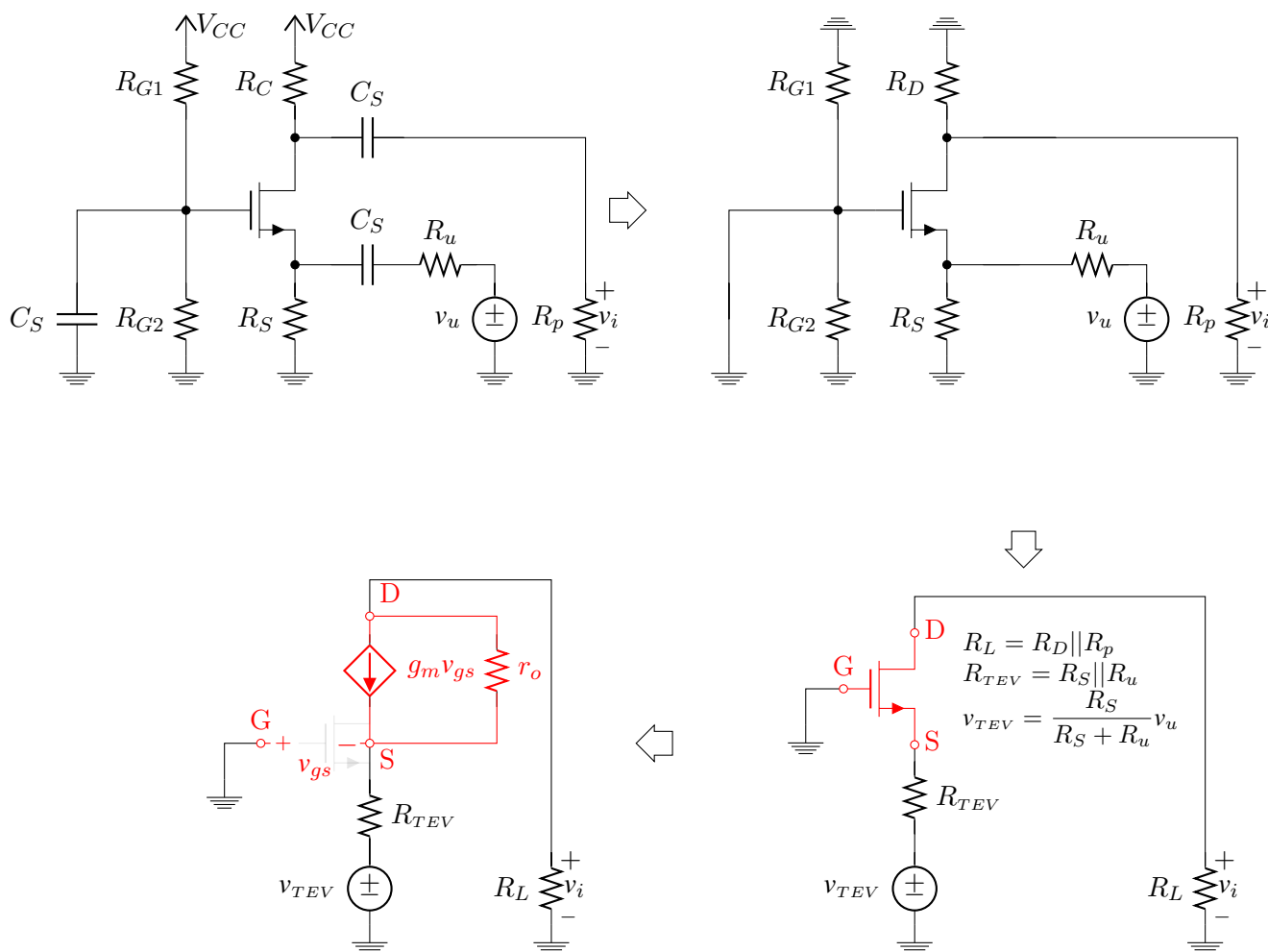
$$R_{iz} = R_S \parallel R_{izT}.$$

8.3 Zajednički gejt



Slika 8.10: Zajednički gejt

Naponsko pojačanje



Slika 8.11: Zajednički gejt, naponsko pojačanje

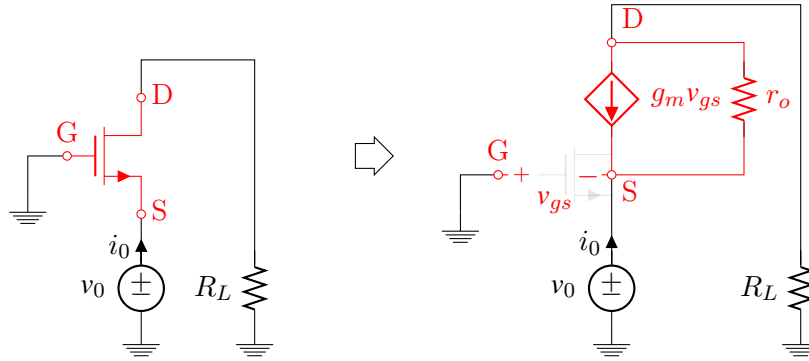
$$\begin{aligned}
 \text{S: } & g_m v_{gs} + \frac{v_i - v_s}{r_o} + \frac{v_{TEV} - v_s}{R_{TEV}} = 0 \\
 \text{D: } & \frac{v_i}{R_L} = \frac{v_{TEV} - v_s}{R_{TEV}} \\
 \text{K: } & v_s = -v_{gs},
 \end{aligned}$$

$$A_n = \frac{v_i}{v_g} = \frac{R_S}{R_S + R_u} \cdot \frac{(1 + \mu)R_L}{R_L + r_o + (1 + \mu)R_{TEV}}.$$

$$A_n \Big|_{R_S \gg R_u, r_o \rightarrow \infty} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_u}.$$

$$A_n \Big|_{R_u \ll 1/g_m} \approx g_m R_L.$$

Ulazna otpornost



Slika 8.12: Zajednički gejt, ulazna otpornost

$$S : i_0 + g_m v_{gs} + \frac{v_d - v_0}{r_o} = 0$$

$$D : i_0 = \frac{v_d}{R_L}$$

$$K : v_{gs} = -v_0,$$

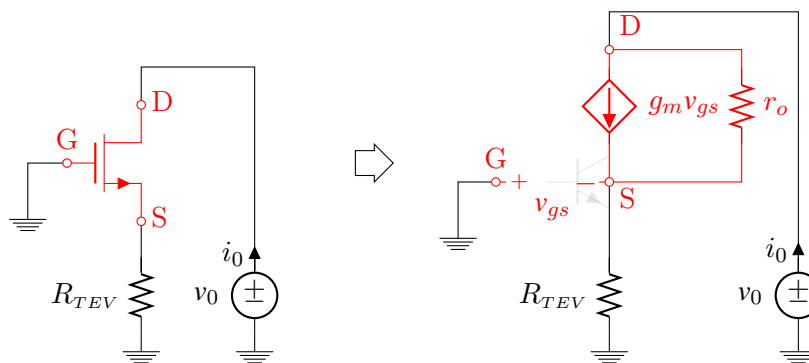
$$R_{ulT} = \frac{v_0}{i_0} = \frac{r_o + R_L}{1 + \mu}.$$

$$R_{ulT} \Big|_{R_L \ll r_o, \mu \gg 1} = 1/g_m.$$

$$R_{ul} = R_S || R_{ulT}.$$

(8.1)

Izlazna otpornost



Slika 8.13: Zajednički gejt, izlazna otpornost

$$S : g_m v_{gs} + \frac{v_0 - v_s}{r_o} = + \frac{v_s}{R_{TEV}} = 0$$

$$D : i_0 = \frac{v_s}{R_S}$$

$$K : v_s = -v_{gs},$$

$$R_{izT} = \frac{v_0}{i_0} = r_o + (1 + \mu) R_{TEV}.$$

$$R_{iz} = R_D || R_{izT}.$$

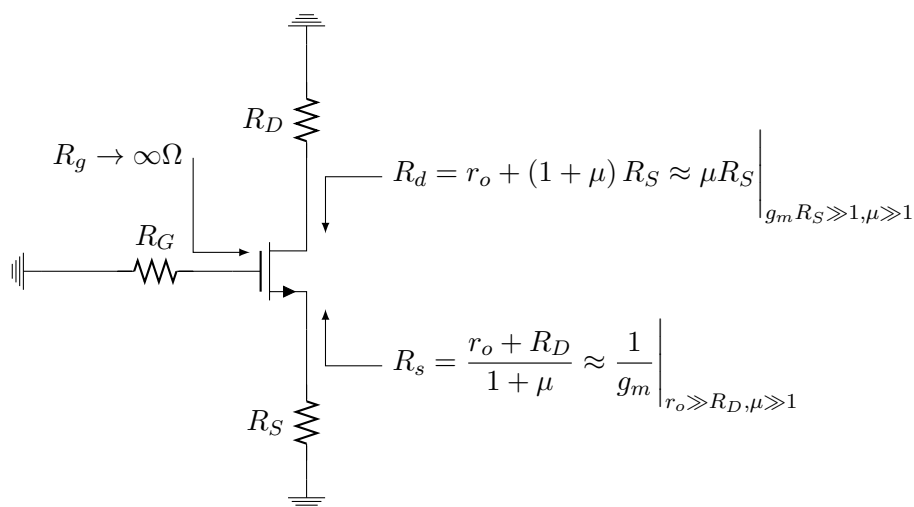
8.4 Sistematizacija

Tabela 8.1: Naponsko pojačanje, ulazna i izlazna otpornost za male signale za osnovne pojačavačke stepene sa MOS-FET tranzistorima.

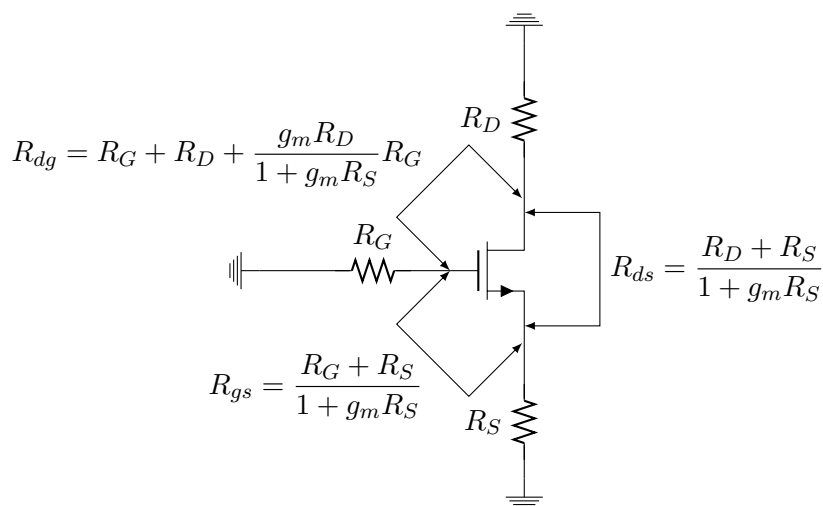
Pojačavač	Nponsko pojačanje	Ulazna otpornost	Izlazna otpornost
Zajednički sors ($R_L = R_D R_P$) ($R_{GG} = R_{G1} R_{G2}$)	$-\frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} \cdot \frac{\mu R_L}{R_L + r_o + (1 + \mu) R_S}$ ^a $-g_m (R_L r_o)$ ^b	R_{GG}	$[r_o + (1 + \mu) R_S] R_D$ ^a $r_o R_D$ ^b
Zajednički drejn ($R_L = R_S R_P$) ($R_{GG} = R_{G1} R_{G2}$)	$\frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} \cdot \frac{\mu R_L}{r_o + (1 + \mu) R_L}$	R_{GG}	$\frac{r_o}{1 + \mu} R_S$
Zajednički gejt ($R_L = R_D R_P$) ($R_{TEV} = R_S R_u$)	$\frac{R_S}{R_S + R_u} \cdot \frac{(1 + \mu) R_L}{R_L + r_o + (1 + \mu) R_{TEV}}$	$\frac{r_o + R_L}{1 + \mu} R_S$	$[r_o + (1 + \mu) R_{TEV}] R_D$

^a Degenerisan sors

^b Nedegenerisan sors



Slika 8.14: Ekvivalentne otpornosti za mali signal na priključcima MOS-FET tranzistora



Slika 8.15: Ekvivalentne otpornosti za mali signal između priključaka MOS-FET tranzistora

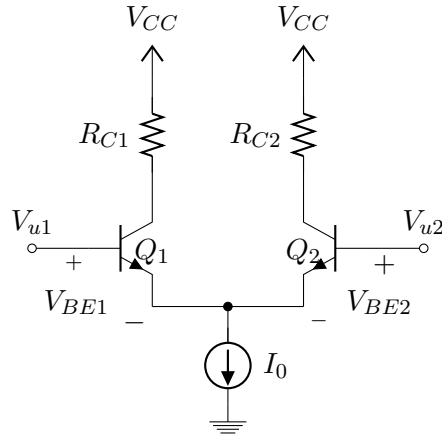
8.5 Strujno pojačanje

Kako je niskofrekventna struja gejta izuzetno mala (praktično 0A) nema smisla tražiti strujno pojačanje kod stepena sa zajedničkim sorsom/drejnem (ulaz na gejt). Matematički gledano strujno pojačanje kod ovih stepena je bekonačno. Kod stepena sa zajedničkim gejtom strujno pojačanje tranzistora je jedan, pošto ista struja (struja drejna) teče kroz ulazni (sors) i izlazni (drejn) priključak tranzistora. Naravno, ovo važi ukoliko je ulazna struja definisana kao struja koja teče kroz priključak sorsa, a izlazna kao ona koja teče kroz priključak drejna. U suprotnom, strujno pojačanje je manje od jedan usled strujnih razdelnika na ulazu (uznutrašnja otpornost generatora i otpornost u kolu sorsa) i izlazu pojačavača (otpornost potrošača i otpornost u kolu drejna).

9 Diferencijalni pojačavač

9.1 Analiza velikih signala

9.1.1 Diferencijalni par sa BJT tranzistorima



Slika 9.1: Jezgro diferencijalnog pojačavača sa BJT tranzistorima

$$\Delta V_u = V_{u1} - V_{u2} = V_{BE1} - V_{BE2}. \quad (9.1)$$

$$I_{C1} = I_{CS} \exp\left(\frac{V_{BE1}}{V_T}\right) \quad (9.2)$$

$$I_{C2} = I_{CS} \exp\left(\frac{V_{BE2}}{V_T}\right) \quad (9.3)$$

$$\frac{I_{C1}}{I_{C2}} = \exp\left(\frac{\Delta V_u}{V_t}\right) \quad (9.4)$$

$$I_{C1} + I_{C2} = \alpha (I_{E1} + I_{E2}) = \alpha I_0. \quad (9.5)$$

$$I_{C1} = \frac{\alpha I_0}{1 + \exp\left(-\frac{\Delta V_u}{V_T}\right)} \quad (9.6)$$

$$I_{C2} = \frac{\alpha I_0}{1 + \exp\left(\frac{\Delta V_u}{V_T}\right)}. \quad (9.7)$$

$$\begin{aligned} \Delta I_C = I_{C1} - I_{C2} &= \alpha I_0 \frac{e^{\frac{\Delta V_u}{V_t}} - e^{-\frac{\Delta V_u}{V_T}}}{\left(1 + e^{\frac{\Delta V_u}{V_T}}\right) \left(1 + e^{-\frac{\Delta V_u}{V_T}}\right)} \\ &= \alpha I_0 \frac{\left(e^{\frac{\Delta V_u}{2V_T}} - e^{-\frac{\Delta V_u}{2V_T}}\right) \left(e^{\frac{\Delta V_u}{2V_T}} + e^{-\frac{\Delta V_u}{2V_T}}\right)}{\left(e^{-\frac{\Delta V_T}{2V_T}} + e^{\frac{\Delta V_u}{2V_T}}\right) \left(e^{\frac{\Delta V_u}{2V_T}} + e^{-\frac{\Delta V_u}{2V_T}}\right)} \end{aligned} \quad (9.8)$$

$$= \alpha I_0 \frac{e^{\frac{\Delta V_u}{2V_T}} - e^{-\frac{\Delta V_u}{2V_T}}}{e^{-\frac{\Delta V_u}{2V_T}} + e^{\frac{\Delta V_u}{2V_T}}} \quad (9.9)$$

$$\Delta I_C = \alpha I_0 \tanh\left(\frac{\Delta V_u}{2V_T}\right). \quad (9.10)$$

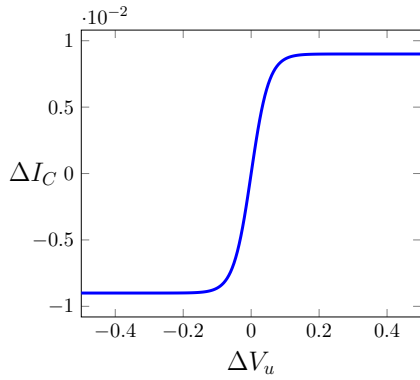
$$\lim_{x \ll 0} (\tanh x) = -1, \quad \lim_{x=0} (\tanh x) = 0, \quad \lim_{x \gg 0} (\tanh x) = 1,$$

$$\lim_{\frac{\Delta V_u}{2V_T} \ll 0} \Delta I_C \approx -\alpha I_0 = \Delta I_{Cmin} \quad (9.11)$$

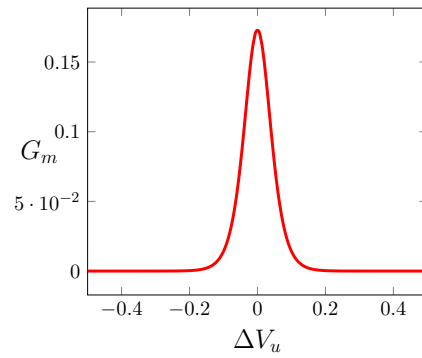
$$\lim_{\frac{\Delta V_u}{2V_T} = 0} \Delta I_C \approx 0 \quad (9.12)$$

$$\lim_{\frac{\Delta V_u}{2V_T} \gg 0} \Delta I_C \approx \alpha I_0 = \Delta I_{Cmax}. \quad (9.13)$$

$$G_m = \left| \frac{\partial \Delta I_C}{\partial \Delta V_u} \right| = \frac{\alpha I_0}{2V_T} \frac{1}{\left(\cosh \left(\frac{\Delta V_u}{2V_T} \right) \right)^2}. \quad (9.14)$$



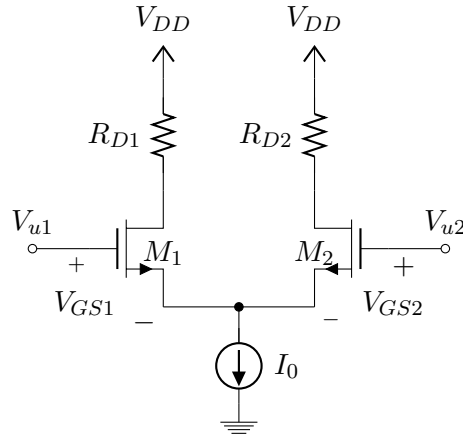
(a) $\Delta I_C = f(\Delta V_u)$



(b) $G_m = f(\Delta V_u)$

Slika 9.2: Zavisnost razlike struja kolektora (a) i transkonduktanse (b) od razlike potencijala između baza tranzistora. Usvojeno je $\alpha = 0.9$ i $I_0 = 10\text{mA}$

9.1.2 Diferencijalni par sa MOS-FET tranzistorima



Slika 9.3: Jezgro diferencijalnog pojačavača sa MOS-FET tranzistorima

Ulazni, diferencijalni, napon je

$$\Delta V_u = V_{u1} - V_{u2} = V_{GS1} - V_{GS2}. \quad (9.15)$$

$$\Delta V_u = \sqrt{\frac{I_{D1}}{A}} - \sqrt{\frac{I_{D2}}{A}} \quad (9.16)$$

$$A\Delta V_u^2 = I_{D1} - 2\sqrt{I_{D1}I_{D2}} + I_{D2}. \quad (9.17)$$

$$4I_{D1}I_{D2} = (I_0 - A\Delta V_u^2)^2. \quad (9.18)$$

$$4I_{D1}I_{D2} = (I_{D1} + I_{D2})^2 - (I_{D1} - I_{D2})^2 \quad (9.19)$$

$$= I_0^2 - \Delta I_D^2. \quad (9.20)$$

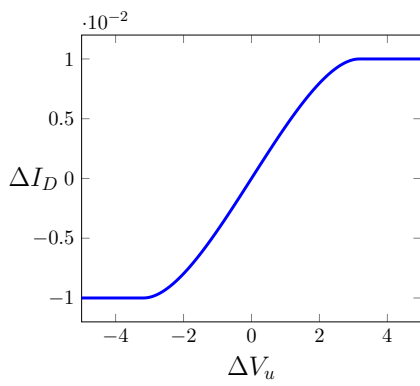
$$I_0^2 - \Delta I_D^2 = I_0^2 - 2I_0A\Delta V_u^2 + A^2\Delta V_u^4 \quad (9.21)$$

$$\Delta I_D = A\Delta V_u \sqrt{\frac{2I_0}{A} - \Delta V_u^2}. \quad (9.22)$$

$$\Delta V_u \geq \Delta V_{u_{max}} \Rightarrow M2, \text{OFF} \Rightarrow I_{D1} = I_0 \wedge I_{D2} = 0A \Rightarrow \Delta V_{u_{max}} = \sqrt{\frac{I_0}{A}}, \Delta I_{D_{max}} = I_0$$

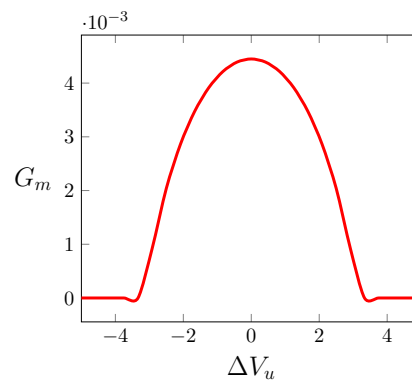
$$\Delta V_u \leq \Delta V_{u_{min}} \Rightarrow M1, \text{OFF} \Rightarrow I_{D1} = 0A \wedge I_{D2} = I_0 \Rightarrow \Delta V_{u_{min}} = -\sqrt{\frac{I_0}{A}}, \Delta I_{D_{min}} = -I_0$$

$$G_m = \left| \frac{\partial \Delta I_D}{\partial \Delta V_u} \right| = 2A \frac{\frac{I_0}{A} - \Delta V_u^2}{\sqrt{2\frac{I_0}{A} - \Delta V_u^2}}. \quad (9.23)$$



(a)

(a) $\Delta I_D = f(\Delta V_u)$

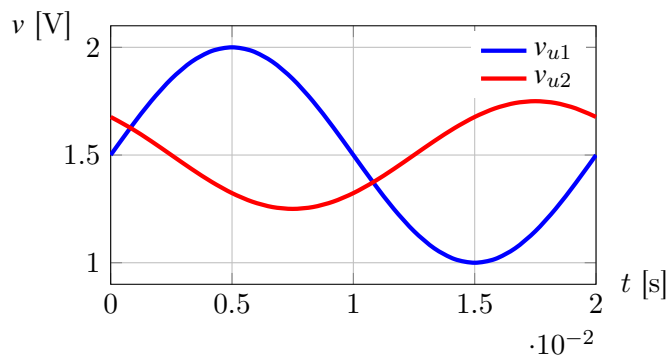


(b)

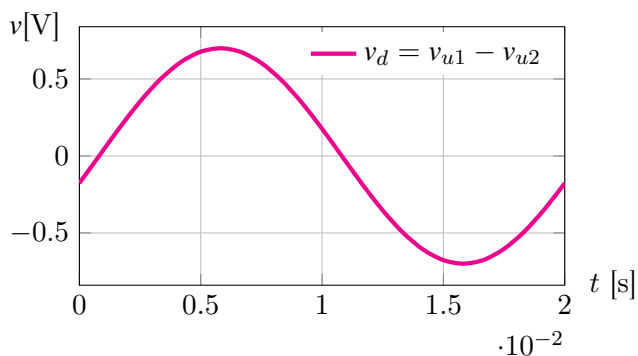
(b) $G_m = f(\Delta V_u)$

Slika 9.4: Zavisnost razlike struja drejnova (a) i transkonduktanse (b) od razlike potencijala između gejtova tranzistora za $I_0 = 10\text{mA}$ i $A = 1\text{mA V}^{-2}$.

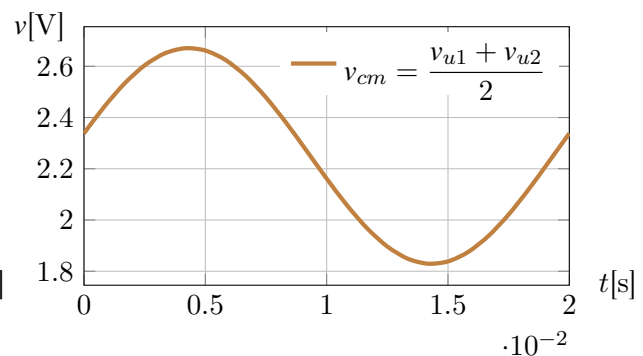
9.2 Analiza malih signala



(a) Ulazni signali



(b) Diferencijalni signal



(c) Signal srednje vrednosti

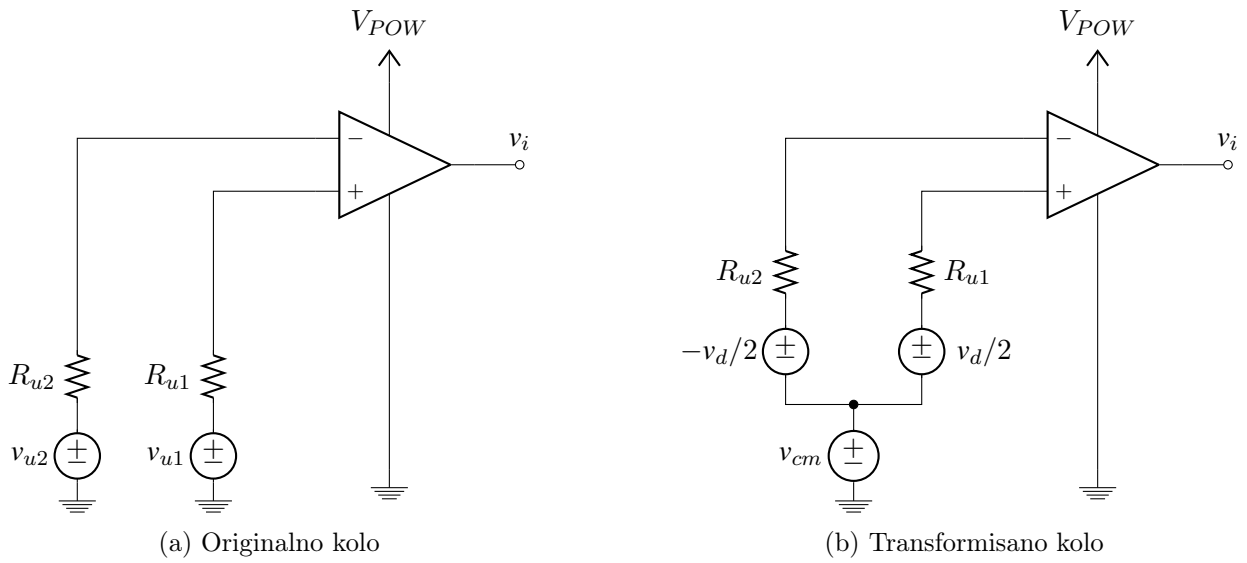
Slika 9.5: Definicija diferencijalnog i signala srednje vrednosti

- diferencijalno pojačanje, $A_d = \frac{v_i}{v_d}$ i
- pojačanje srednje vrednosti, $A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}}$

$$\begin{aligned}
 v_{u1} &= \frac{v_{u1}}{2} + \frac{v_{u1}}{2} + \frac{v_{u2}}{2} - \frac{v_{u2}}{2} \\
 &= \frac{v_{u1} - v_{u2}}{2} + \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \\
 v_{u2} &= \frac{v_{u2}}{2} + \frac{v_{u2}}{2} + \frac{v_{u1}}{2} - \frac{v_{u1}}{2} \\
 &= -\frac{v_{u1} - v_{u2}}{2} + \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2},
 \end{aligned}$$

$$v_{u1} = \frac{v_d}{2} + v_{cm}$$

$$v_{u2} = -\frac{v_d}{2} + v_{cm}$$

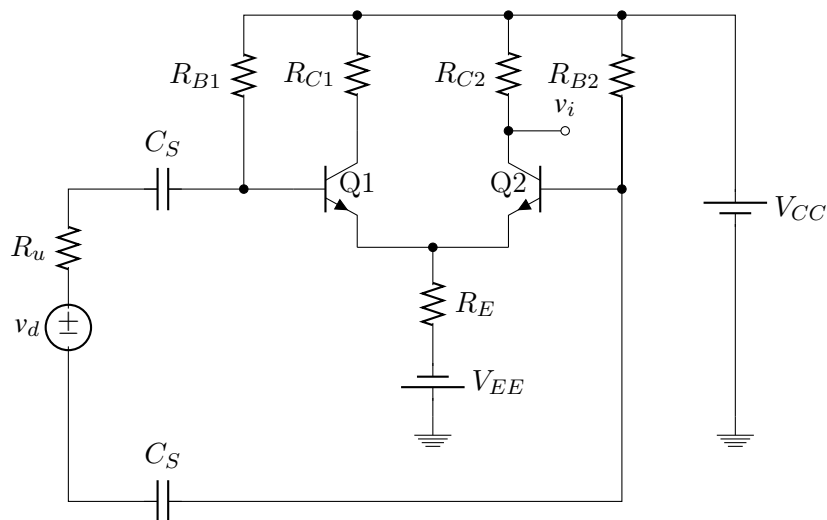


Slika 9.6: Transformacija pobude diferencijalnog pojačavača

$$v_i = A_d v_d + A_{cm} v_{cm}. \quad (9.24)$$

$$R_u = R_{u1} + R_{u2}. \quad (9.25)$$

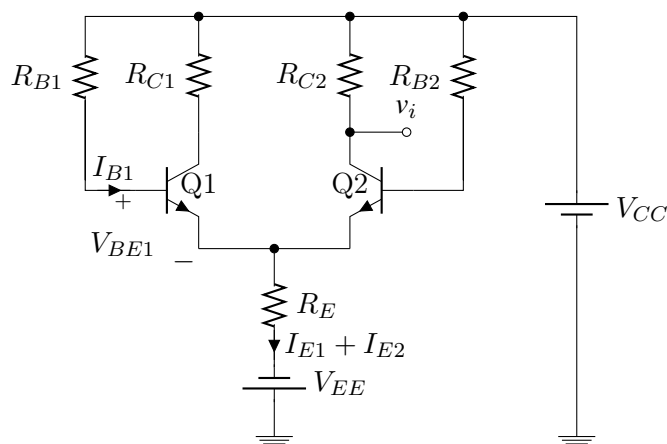
9.2.1 Diferencijalni pojačavač sa BJT tranzistorima



Slika 9.7: Diferencijalni pojačavač sa BJT tranzistorima u diskretnoj tehnici

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta, V_{BE1} = V_{BE2} = V_{BE}, V_{A1} = V_{A2} = V_A.$$

Polarizacija



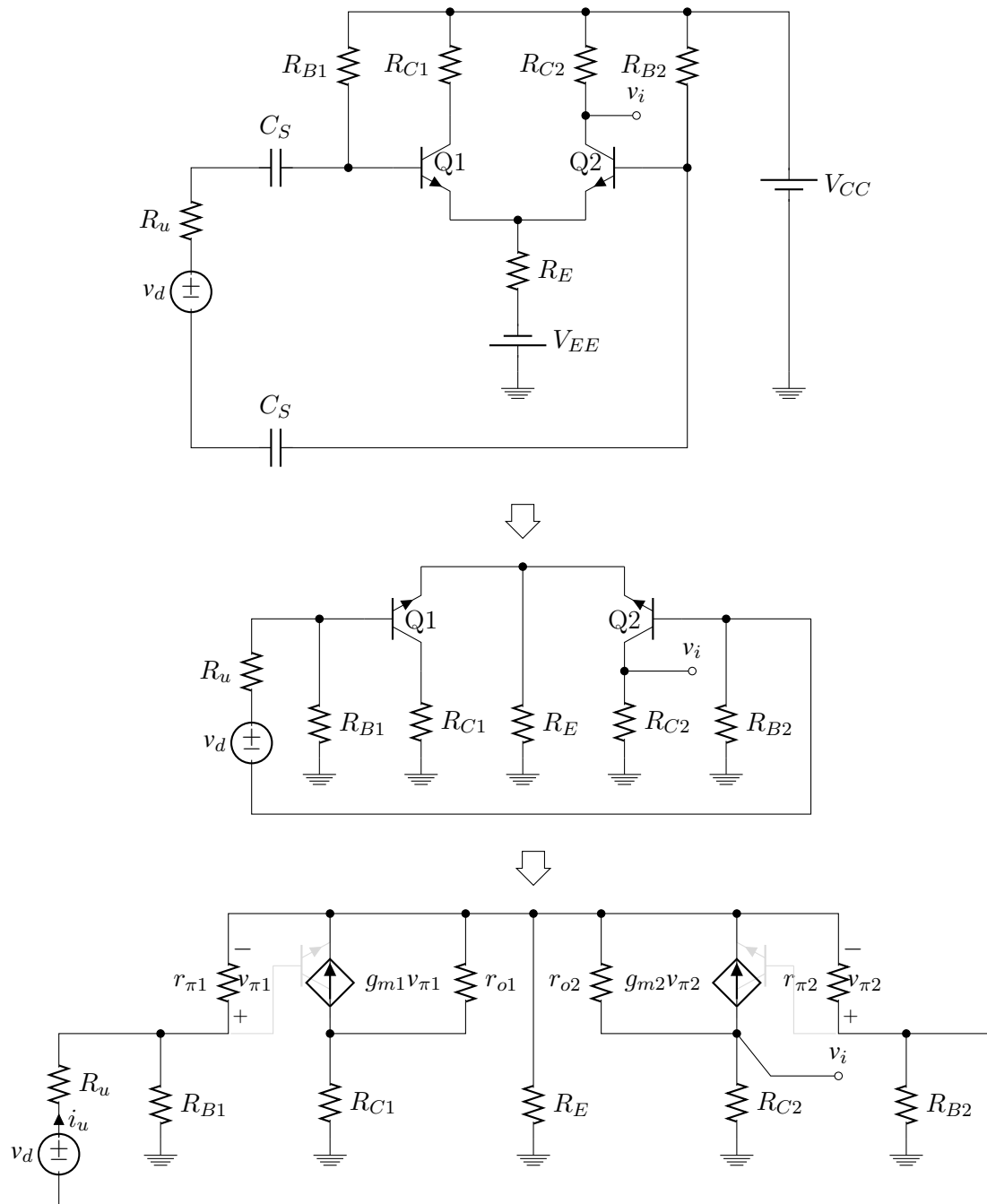
Slika 9.8: Polarizacija diferencijalnog pojačavača sa BJT tranzistorima u diskretnoj tehnici

$$R_{B1} = R_{B2} = R_B, R_{C1} = R_{C2} = R_C.$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} + V_{EE}}{R_B + 2(1 + \beta)R_E},$$

$$g_{m1,2} = \frac{I_C}{V_T}, \quad r_{\pi 1,2} = \frac{V_T}{I_B}, \quad r_{o1,2} = \frac{V_A}{I_C}, \quad \mu_{1,2} = g_{m1,2}r_{o1,2}.$$

Diferencijalno pojačanje



Slika 9.9: Šema za diferencijalno naponsko pojačanje

$$\begin{aligned}
\text{E} : & \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi}} + g_m v_{\pi 1} + \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi}} + g_m v_{\pi 2} + \frac{v_{c1} - v_e}{r_o} + \frac{v_i - v_e}{r_o} = \frac{v_e}{R_E} \\
\text{C1} : & g_m v_{\pi 1} + \frac{v_{c1} - v_e}{r_o} + \frac{v_{c1}}{R_{C1}} = 0 \\
\text{C2} : & g_m v_{\pi 2} + \frac{v_i - v_e}{r_o} + \frac{v_i}{R_{C2}} = 0 \\
\text{B1} : & \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi}} + \frac{v_{b1}}{R_{B1}} = i_u \\
\text{B2} : & \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi}} + \frac{v_{b2}}{R_{B2}} = -i_u \\
\text{K1} : & v_{\pi 1} = v_{b1} - v_e \\
\text{K2} : & v_{\pi 2} = v_{b2} - v_e \\
\text{K3} : & v_g = i_u R_u + v_{\pi 1} - v_{\pi 2}
\end{aligned}$$

$$v_{\pi 1} + v_{\pi 2} = -\frac{2r_{\pi}}{R_B + r_{\pi}} v_e.$$

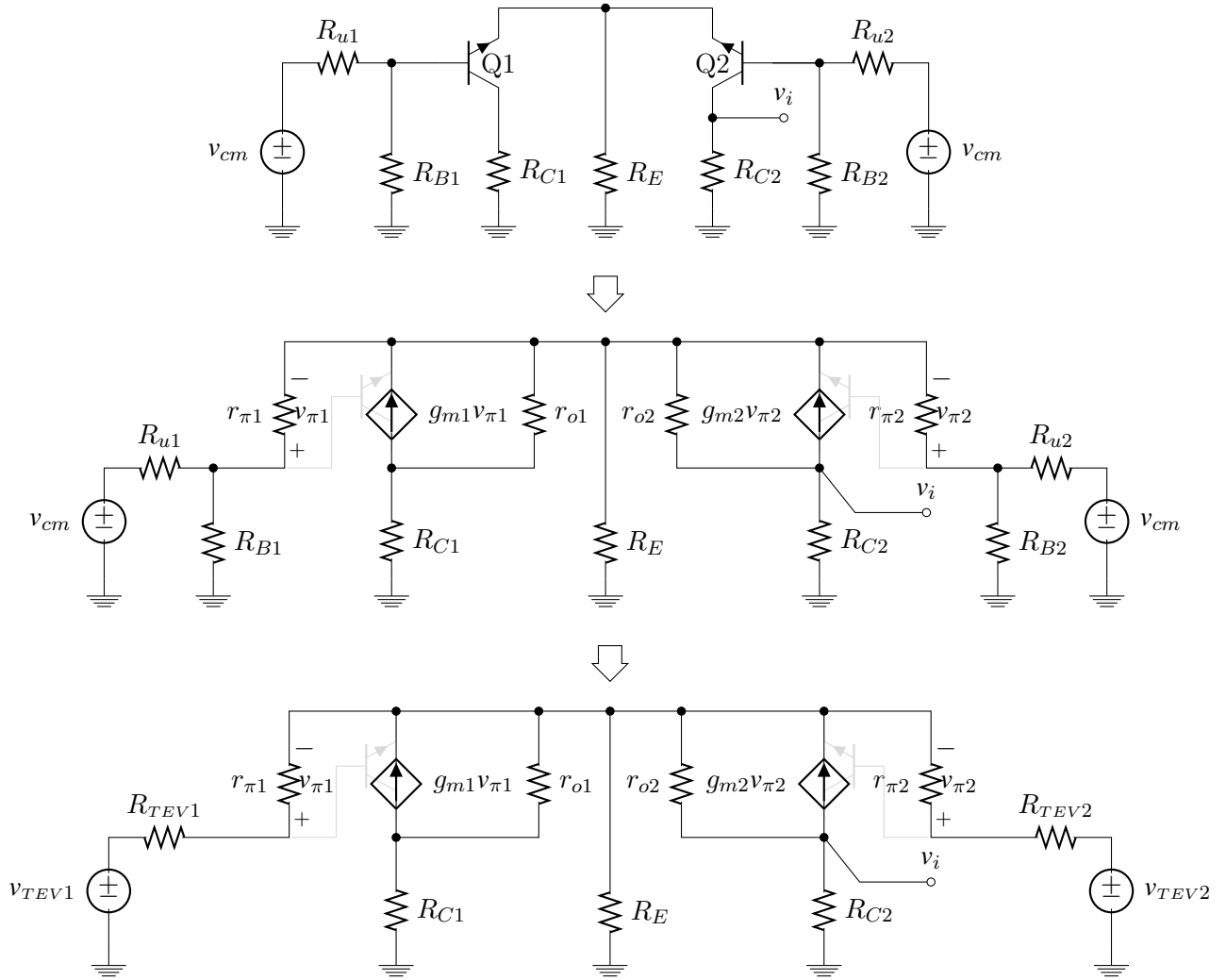
$$v_{c1} + v_i = (R_C || r_o) \left(\frac{2}{r_o} + \frac{2\beta}{R_B + r_{\pi}} \right) v_e.$$

$$\left[-2 \frac{(1 + \beta)}{R_B + r_{\pi}} + \frac{R_C}{R_C + r_o} \left(\frac{2}{r_o} - \frac{2\beta}{R_B + r_{\pi}} \right) - \frac{1}{(R_E || r_o / 2)} \right] v_e = 0,$$

$$A_d = \frac{v_i}{v_d} = \frac{g_m (r_o || R_C)}{2 + \frac{R_u}{R_B || r_{\pi}}}.$$

$$A_d \Big|_{R_u \rightarrow 0, r_o \rightarrow \infty} = \frac{g_m R_C}{2}.$$

Pojačanje srednje vrednosti



Slika 9.10: Šema pojačanje srednje vrednosti

$$v_{TEV1} = v_{TEV2} = v_{TEV} = \frac{R_B}{R_B + R_u/2} v_{cm}$$

$$R_{TEV1} = R_{TEV2} = R_{TEV} = R_B || R_u/2.$$

$$E : \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi}} + g_m v_{\pi 1} + \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi}} + g_m v_{\pi 2} + \frac{v_{c1} - v_e}{r_o} + \frac{v_i - v_e}{r_o} = \frac{v_e}{R_E}$$

$$C1 : g_m v_{\pi 1} + \frac{v_{c1} - v_e}{r_o} + \frac{v_{c1}}{R_{C1}} = 0$$

$$C2 : g_m v_{\pi 2} + \frac{v_i - v_e}{r_o} + \frac{v_i}{R_{C2}} = 0$$

$$K1 : v_{TEV} = \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi}} R_{TEV} + v_{\pi 1} - v_{\pi 2} - \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi}} R_{TEV} + v_{TEV}$$

$$K2 : v_e = -v_{\pi 2} - \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi}} R_{TEV} + v_{TEV}.$$

$$A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}} = \frac{R_B}{R_B + R_u/2} \cdot \frac{\frac{1}{r_o} \frac{G_1}{G_2} - \frac{1}{r_o/2 || R_E}}{\frac{1}{r_o || R_C} \frac{G_1}{G_2} - \frac{2}{r_o}},$$

$$G_1 = 2 \frac{(1 + \beta)}{r_{\pi}} + \frac{1}{r_o/2 || R_E} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi}} \right)$$

$$G_2 = g_m + \frac{1}{r_o} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi}} \right).$$

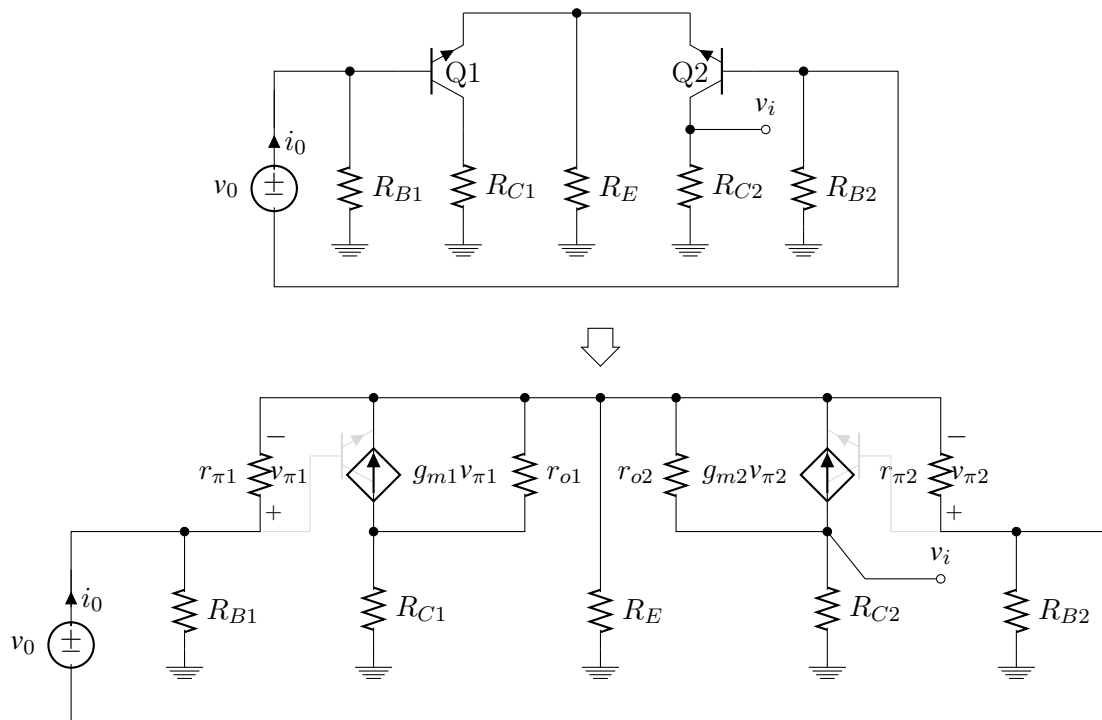
$$A_{cm} \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = -\frac{R_B}{R_B + R_u/2} \cdot \frac{\beta R_C}{r_\pi + R_{TEV} + (1 + \beta) 2R_E}.$$

$$A_{cm} \Big|_{R_u \rightarrow 0} = -\frac{\beta R_C}{r_\pi + (1 + \beta) 2R_E}.$$

Faktor potiskivanja srednje vrednosti (CMRR - Common Mode Rejection Ratio)

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right| \approx \frac{1}{2} + (1 + \beta) \frac{R_E}{r_\pi}.$$

Ulazna otpornost



Slika 9.11: Šema za ulaznu otpornost

$$B1 : i_0 = \frac{v_{\pi 1}}{r_\pi \parallel R_{B1}}$$

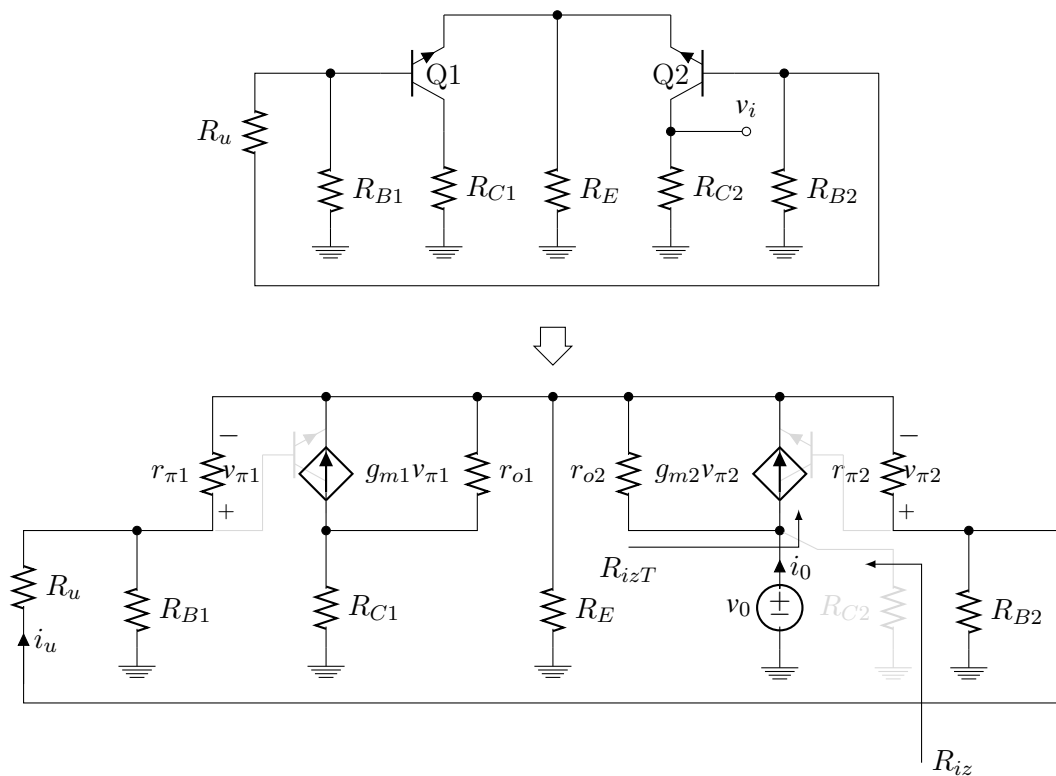
$$B2 : i_0 = -\frac{v_{\pi 2}}{r_\pi \parallel R_{B2}}$$

$$K : v_0 = v_{\pi 1} - v_{\pi 2},$$

$$R_{ul} = \frac{v_0}{i_0} = 2(r_\pi \parallel R_B)$$

$$R_{ul} \Big|_{r_\pi \ll R_B} = 2r_\pi.$$

Izlazna otpornost



Slika 9.12: Šema za izlaznu otpornost

$$E: \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi}} + g_m v_{\pi 1} + \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi}} + g_m v_{\pi 2} + \frac{v_{c1} - v_e}{r_o} + \frac{v_0 - v_e}{r_o} = \frac{v_e}{R_E}$$

$$C1: g_m v_{\pi 1} + \frac{v_{c1} - v_e}{r_o} + \frac{v_{c1}}{R_{C1}} = 0$$

$$C2: g_m v_{\pi 2} + \frac{v_0 - v_e}{r_o} - i_0 = 0$$

$$B1: \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi}} + \frac{v_{b1}}{R_{B1}} = i_u$$

$$B2: \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi}} + \frac{v_{b2}}{R_{B2}} = -i_u$$

$$K1: v_{\pi 1} = v_{b1} - v_e$$

$$K2: v_{\pi 2} = v_{b2} - v_e$$

$$K3: v_{\pi 1} = -i_u R_u + v_{\pi 2}$$

$$v_{\pi} = -\frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + R_B} v_e.$$

$$v_{c1} = \frac{R_C}{R_C + r_o} v_0 - (r_o || R_C) i_0.$$

$$v_e = \frac{G_2}{G_1} v_0 - \frac{K}{G_1} i_0,$$

$$K = \frac{R_C}{R_C + r_o}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_E || r_o / 2} + 2 \frac{1 + \beta}{r_{\pi} + R_B}$$

$$G_2 = \frac{1}{r_o} (1 + K).$$

$$R_{izT} = \frac{v_0}{i_0} = r_o \frac{1 - K \frac{G_3}{G_1}}{1 - (1 + K) \frac{G_3}{G_1}},$$

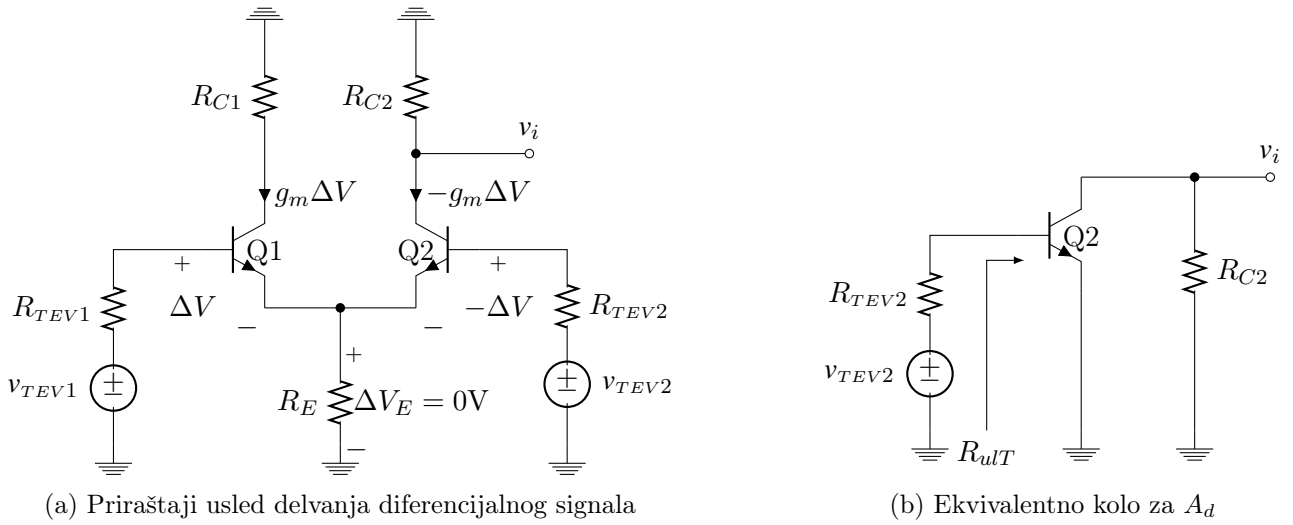
$$G_3 = \frac{1}{r_o} + \frac{\beta}{r_\pi + R_B}.$$

$$\frac{G_3}{G_1} \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = \frac{\beta R_E}{r_\pi + R_B + (1 + \beta) 2R_E}.$$

$$R_{izT} \Big|_{r_o \rightarrow \infty} = \infty$$

$$R_{iz} = R_C || R_{izT}.$$

Analiza diferencijalnog pojačavača korišćenjem simetrije kola



Slika 9.13: Diferencijalno pojačanje, intuitivni pristup

Diferencijalno pojačanje

$$v_{TEV1} = -v_{TEV2} = v_{TEV} = \frac{R_B}{R_B + R_u/2} v_d/2$$

$$R_{TEV1} = R_{TEV2} = R_{TEV} = R_B || R_u/2.$$

$$A_d = \frac{v_i}{v_{b2}} \cdot \frac{v_{b2}}{v_{TEV2}} \cdot \frac{v_{TEV2}}{v_d} = -g_m (R_C || r_o) \cdot \frac{R_{ulT}}{R_{ulT} + R_{TEV2}} \cdot \left(-\frac{1}{2} \frac{R_B}{R_B + R_u/2} \right).$$

$$A_d = \frac{v_i}{v_d} = \frac{g_m (r_o || R_C)}{2 + \frac{R_u}{R_B || r_\pi}}.$$

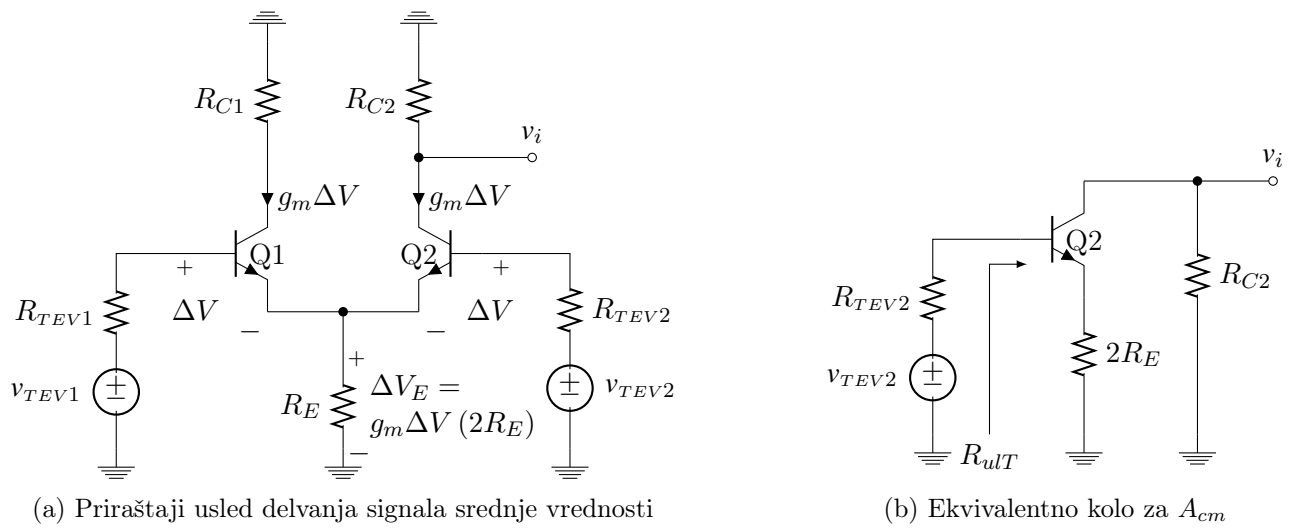
$$A_d \Big|_{\{r_o, R_B\} \rightarrow \infty} = \frac{g_m R_C}{2}.$$

Pojačanje srednje vrednosti

$$v_{TEV1} = v_{TEV2} = v_{TEV} = \frac{R_B}{R_B + R_u/2} v_{cm}$$

$$A_{cm} = \frac{v_i}{v_{b2}} \cdot \frac{v_{b2}}{v_{TEV2}} \cdot \frac{v_{TEV2}}{v_{cm}} =$$

$$= - \frac{\left(\beta - \frac{2R_E}{r_o} \right) R_C}{r_\pi + (1 + \beta) 2R_E + (r_\pi + 2R_E || R_C) \frac{(R_C + 2R_E)}{r_o}} \cdot \frac{R_{ulT}}{R_{ulT} + R_{TEV2}} \cdot \left(\frac{R_B}{R_B + R_u/2} \right),$$



Slika 9.14: Pojačanje srednje vrednosti, intuitivni pristup

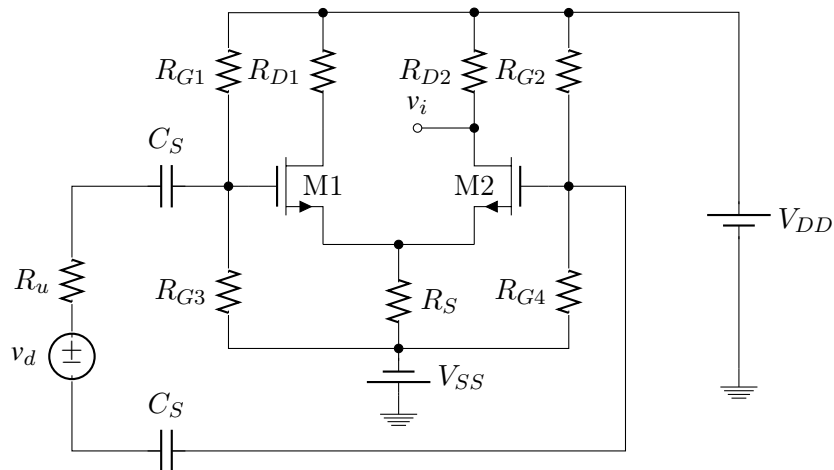
$$R_{ulT} = \frac{v_0}{i_0} = r_\pi + \frac{(1 + \beta) 2R_E + \frac{2R_E R_C}{r_o}}{1 + \frac{r_o}{2R_E + R_C}}$$

$$A_{cm} \Big|_{R_u \rightarrow 0, r_o \rightarrow \infty} = -\frac{\beta R_C}{r_\pi + (1 + \beta) 2R_E}$$

Faktor potiskivanja srednje vrednosti (CMRR)

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right| \approx \frac{1}{2} + (1 + \beta) \frac{R_E}{r_\pi}$$

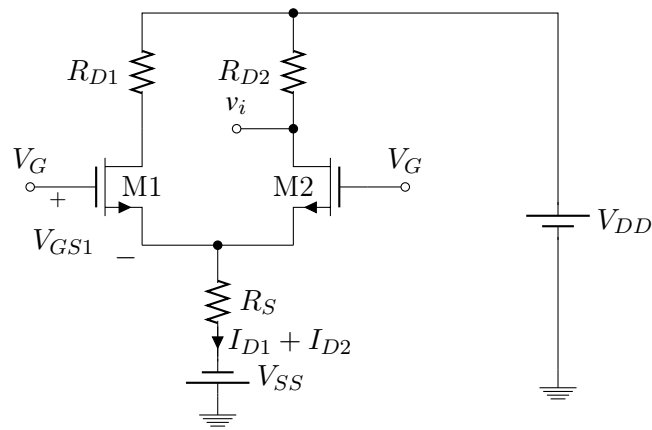
9.2.2 Diferencijalni pojačavač sa MOS-FET tranzistorima



Slika 9.15: Diferencijalni pojačavač sa MOS-FET tranzistorom u diskretnoj tehnici

$$A_1 = A_2 = A, V_{TH1} = V_{TH2} = V_{TH}, V_{A1} = V_{A2} = V_A, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$$

Polarizacija



Slika 9.16: Polarizacija diferencijalnog pojačavača sa MOS-FET tranzistorom u diskretnoj tehnici

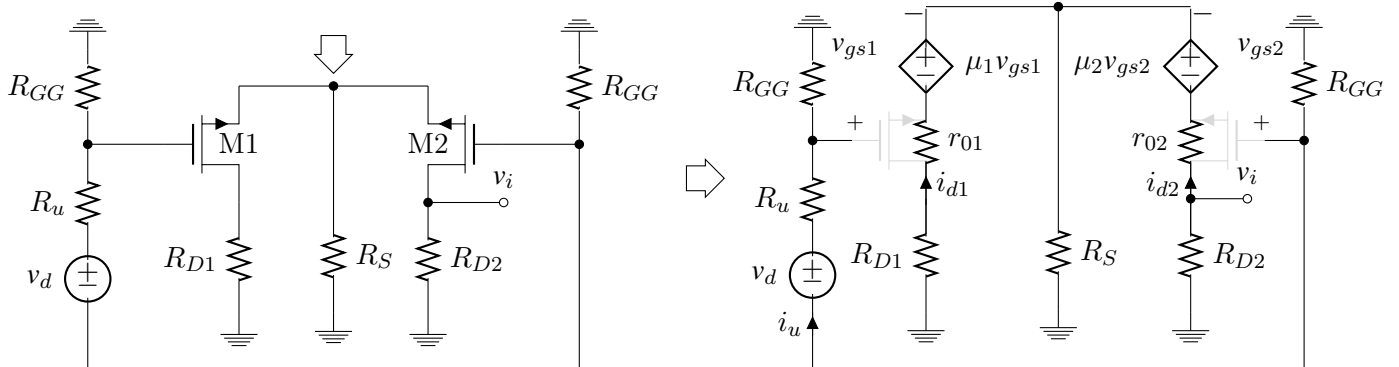
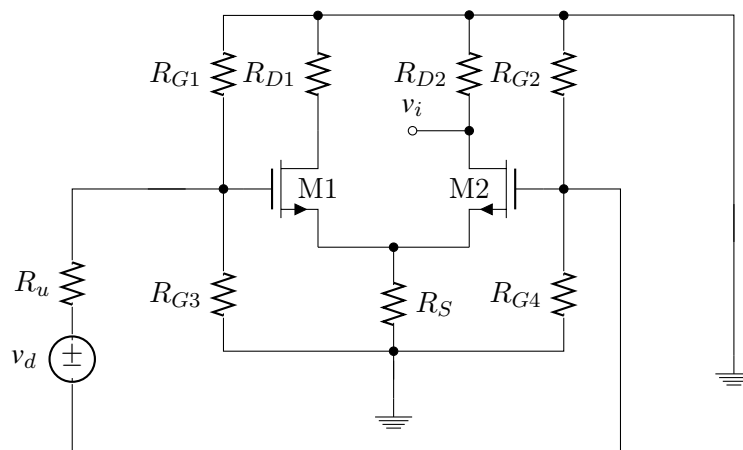
$$V_G = \frac{R_{G3,4}}{R_{G3,4} + R_{G1,2}} V_{DD} - \frac{R_{G1,2}}{R_{G3,4} + R_{G1,2}} V_{SS}. \quad (9.26)$$

$$V_G = V_{GS} + 2I_D R_S - V_{SS},$$

$$V_{GS} - V_{TH} = V_{ov} = \frac{1}{4AR_S} \left[\sqrt{1 + 8AR_S (V_G - V_{TH} + V_{SS})} - 1 \right].$$

$$g_{m1,2} = \frac{2I_D}{V_{ov}}, \quad r_{o1,2} = \frac{V_A}{I_D} = \frac{1}{\lambda I_D}, \quad \mu_{1,2} = g_{m1,2} r_{o1,2}.$$

Diferencijalno pojačanje



Slika 9.17: Šema za diferencijalno naponsko pojačanje

$$R_{GG} = R_{G1,3} || R_{G2,4}$$

$$K1 : v_d = i_u R_u + v_{gs1} - v_{gs2}$$

$$K2 : v_d = i_u (R_u + 2R_{GG}) \Rightarrow i_u = \frac{v_d}{R_u + 2R_{GG}}$$

$$Kv_d = v_{gs1} - v_{gs2} \Rightarrow v_{gs1} = -v_{gs2} = K \frac{v_d}{2}, K = \frac{2R_{GG}}{2R_{GG} + R_u}$$

$$K3 : \mu v_{gs1} = (i_{d1} + i_{d2})R_S + i_{d1}(r_0 + R_{D1})$$

$$K4 : \mu v_{gs2} = (i_{d1} + i_{d2})R_S + i_{d2}(r_0 + R_{D2})$$

$$S : i_{d1} + i_{d2} = \frac{v_S}{R_S}$$

$$K5 : v_i = -i_{d2}R_{D2}$$

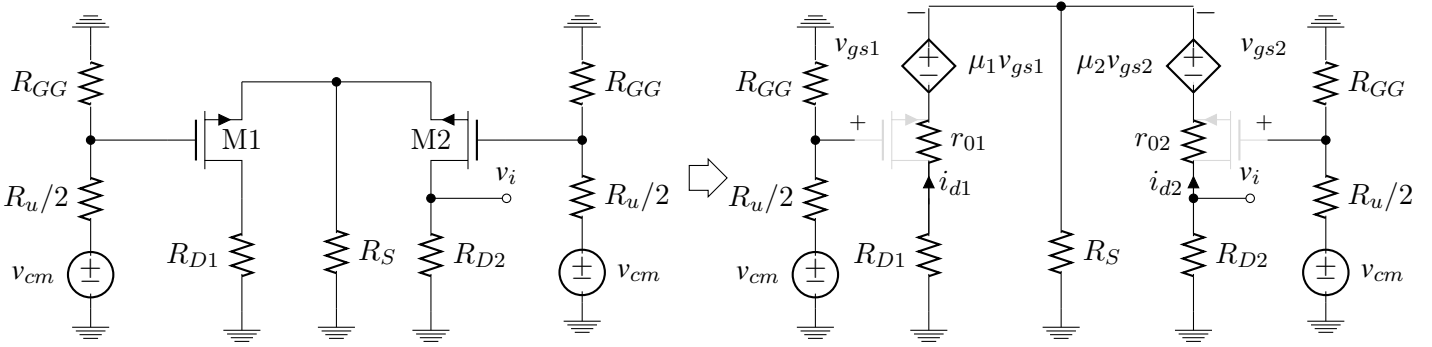
$$R_{D1} = R_{D2} = R_D.$$

$$i_{d1} = -i_{d2} \Rightarrow v_S = 0V.$$

$$i_{d2} = -\frac{K}{2} \cdot \frac{\mu v_d}{r_0 + R_D},$$

$$A_n = \frac{v_i}{v_d} = \frac{K}{2} \cdot \frac{\mu R_D}{r_0 + R_D} = \frac{K}{2} \cdot g_m (R_D || r_0),$$

Pojačanje srednje vrednosti



Slika 9.18: Šema za pojačanje srednje vrednosti

$$R_{GG} = R_{G1,3} || R_{G2,4}, K = \frac{2R_{GG}}{2R_{GG} + R_u}$$

$$K1 : Kv_{cm} = v_{gs1} - v_{gs2} + Kv_{cm} \Rightarrow v_{gs1} = v_{gs2}$$

$$K2 : \mu v_{gs1} = (i_{d1} + i_{d2})R_S + i_{d1}(r_0 + R_{D1})$$

$$K3 : \mu v_{gs2} = (i_{d1} + i_{d2})R_S + i_{d2}(r_0 + R_{D2})$$

$$S : i_{d1} + i_{d2} = \frac{v_S}{R_S}$$

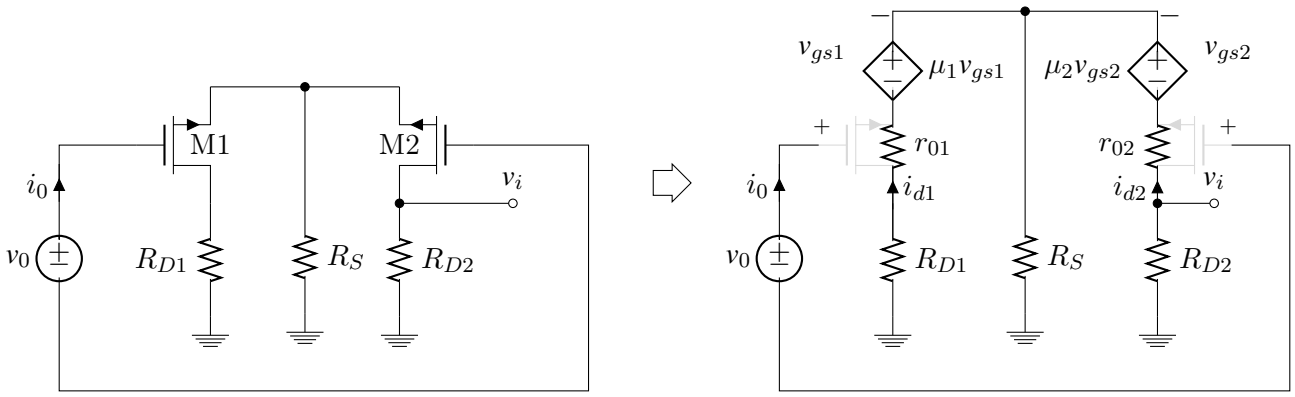
$$K4 : v_i = -i_{d2}R_{D2}$$

$$R_{D1} = R_{D2} = R_D$$

$$i_{d1} = i_{d2} \Rightarrow v_S = 2i_{d2}R_S$$

$$i_{d2} = \frac{\mu Kv_{cm}}{r_0 + R_D + (1 + \mu)2R_S},$$

$$A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}} = -K \frac{\mu R_D}{r_0 + R_D + (1 + \mu)2R_S}.$$



Slika 9.19: Diferencijalni pojačavač, ulazna otpornost

Faktor potiskivanja srednje vrednosti (CMRR)

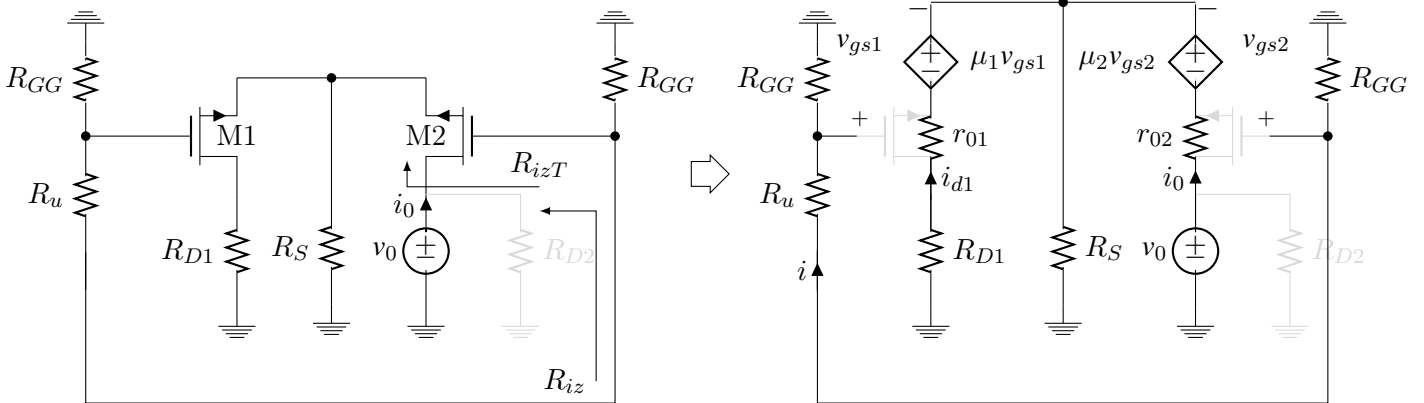
$$CMRR = \left| \frac{A_n}{A_{cm}} \right| = \frac{1}{2} + \frac{(1 + \mu)R_S}{R_D + r_0}.$$

Ulazna otpornost

$$i_0 = 0A \Rightarrow R_{ulT} = \frac{v_0}{i_0} \rightarrow \infty \Omega.$$

$$R_{ul} = (2R_{GG}) \parallel R_{ulT} = 2R_{GG}.$$

Izlazna otpornost



Slika 9.20: Diferencijalni pojačavač, izlazna otpornost

$$K1 : i(R_u + 2R_{GG}) = 0 \Rightarrow i = 0A, v_{g1} = v_{g2} = 0A$$

$$K2 : v_{gs1} = -iR_u + v_{gs2} \Rightarrow v_{gs1} = v_{gs2} = -v_s$$

$$K3 : v_0 = -\mu v_{gs2} + i_0 r_o + v_s = (1 + \mu)v_s + i_0 r_o$$

$$K4 : \mu v_{gs1} = i_{d1}(r_o + R_{D1}) + v_s \Rightarrow (1 + \mu)v_s = -i_{d1}(R_{D1} + r_o)$$

$$S : i_{d1} + i_0 = \frac{v_s}{R_S}$$

$$v_s = i_0 \frac{R_S(R_{D1} + r_o)}{(1 + \mu)R_S + R_{D1} + r_o},$$

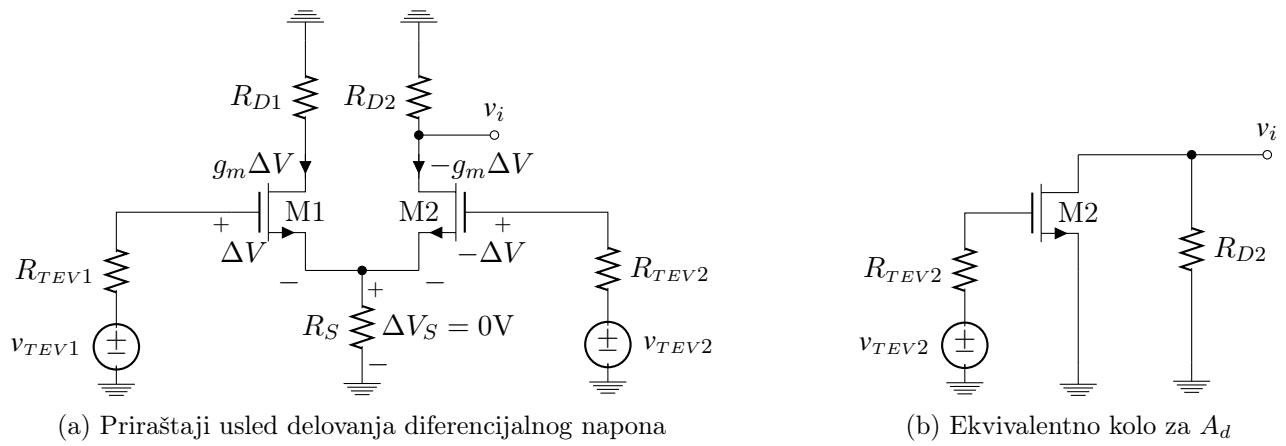
$$v_s = i_0 \frac{R_{ek}}{1 + \mu},$$

$$R_{ek} = [(1 + \mu)R_S] \parallel [R_{D1} + r_o].$$

$$R_{izT} = \frac{v_0}{i_0} = R_{ek} + r_o \Rightarrow R_{iz} = R_{izT} \parallel R_{D2}$$

$$R_{izT} \Big|_{\mu \gg 1, r_o \rightarrow \infty} = 2r_o.$$

Analiza diferencijalnog pojačavača korišćenjem simetrije kola



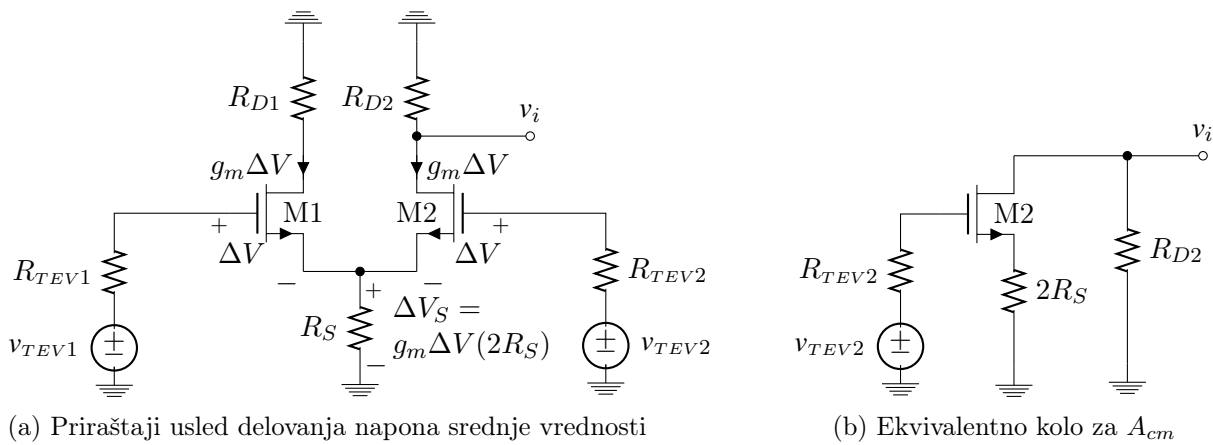
Slika 9.21: Diferencijano pojačanje, intuitivni pristup

Diferencijalno pojačanje

$$v_{TEV1} = -v_{TEV2} = v_{TEV} = \frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u/2} v_d/2 = K v_d/2$$

$$R_{TEV1} = R_{TEV2} = R_{TEV} = R_{GG} || (R_u/2).$$

$$A_d = \frac{v_i}{v_d} = \frac{K}{2} \cdot \frac{\mu R_{D2}}{R_{D2} + r_0} = \frac{K}{2} \cdot g_m (R_{D2} || r_0)$$



Slika 9.22: Pojačanje srednje vrednosti, intuitivni pristup

Pojačanje srednje vrednosti

$$v_{TEV1} = v_{TEV2} = v_{TEV} = \frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u/2} v_{cm} = K v_{cm},$$

$$A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}} = -K \frac{\mu R_{D2}}{R_{D2} + r_0 + (1 + \mu) 2R_S}.$$

Faktor potiskivanja srednje vrednosti (CMRR)

$$CMRR = \left| \frac{A_n}{A_{cm}} \right| = \frac{1}{2} + \frac{(1 + \mu) R_S}{R_D + r_0}.$$

9.3 Analiza diferencijalnih pojačavača

PRIMER 9.1: Za diferencijalni pojačavača sa slike 9.7 odrediti diferencijalno pojačanje, pojačanje srednje vrednosti, faktor potiskivanja srednje vrednosti, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je $R_{B1} = R_{B2} = 100\text{k}\Omega$, $R_{C1} = R_{C2} = 1\text{k}\Omega$, $R_E = 500\Omega$, $V_{CC} = 10\text{V}$, $V_{EE} = 5\text{V}$, $R_u = 50\Omega$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike, $\beta_1 = \beta_2 = 100$, $V_{BE1} = V_{BE2} = 0.7\text{V}$ i $V_{A1} = V_{A2} \rightarrow \infty\text{V}$.

REŠENJE 9.1: Da bi se došlo do parametara modela za male signale treba odrediti jednosmernu struju kolektora tranzistora. Analizom kola za DC režim dobija se,

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} + V_{EE}}{R_B + (1 + \beta) 2R_E} = 71.14\mu\text{A} \Rightarrow I_C = \beta I_B = 7.114\text{mA},$$

pa su parametri modela za male signale,

$$g_{m1,2} = g_m = \frac{I_C}{V_T} = 273.63\text{mS}, \quad r_{\pi 1,2} = r_{\pi} = \frac{V_T}{I_B} = 365.45\Omega, \quad r_{o1,2} = r_o = \frac{V_A}{I_C} \rightarrow \infty\Omega.$$

Diferencijano pojačanje je,

$$A_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_B}{R_B + R_u/2} \cdot \frac{\beta R_C}{r_{\pi} + R_{TEV}} = 128.03,$$

gde je $R_{TEV} = R_B || (R_u/2) = 24.99\Omega \approx R_u/2$. Za pojačanje sredje vrednosti dobija se,

$$A_{cm} = -\frac{R_B}{R_B + R_u/2} \cdot \frac{\beta R_C}{r_{\pi} + R_{TEV} + (1 + \beta) 2R_E} = -0.97,$$

pa je faktor potiskivanja srednje vrednosti,

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right| = 129.84,$$

odnosno $CMRR_{dB} = 42.28\text{dB}$. Ulazna diferencijalna otpornost je,

$$R_{ul} = 2R_B || r_{\pi} = 728.25\Omega,$$

a izlazna,

$$R_{iz} = r_o || R_C \approx R_C = 1\text{k}\Omega.$$

PRIMER 9.2: Za diferencijalni pojačavača sa slike 9.15 odrediti diferencijalno pojačanje, pojačanje srednje vrednosti, faktor potiskivanja srednje vrednosti, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je $R_{G1} = R_{G3} = 10\text{M}\Omega$, $R_{G2} = R_{G4} = 15\text{M}\Omega$, $R_{D1} = R_{D2} = 3\text{k}\Omega$, $R_S = 1\text{k}\Omega$, $V_{DD} = 5\text{V}$, $V_{SS} = -5\text{V}$, $R_u = 50\Omega$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike, $A_1 = A_2 = 1\text{mA/V}^2$, $V_{TH1} = V_{TH2} = 1\text{V}$ i $V_{A1} = V_{A2} = 70\text{V}$.

REŠENJE 9.2: Da bi se došlo do parametara modela za male signale treba odrediti jednosmernu struju kolektora tranzistora. Analizom kola za DC režim dobija se,

$$V_{ov} = \frac{1}{4AR_S} \left[\sqrt{1 + 8AR_S (V_G - V_{TH} + V_{SS})} - 1 \right] = 1.19\text{V},$$

gde je jednosmerni napon na gejtu tranzistora,

$$V_G = \frac{R_{G3}}{R_{G1} + R_{G3}} V_{DD} - \frac{R_{G1}}{R_{G3} + R_{G1}} V_{SS} = 0\text{V}.$$

Jednosmerna struja drena tranzistora je $I_D = AV_{ov}^2 = 1.41\text{mA}$ pa su parametri modela za male signale,

$$g_{m1,2} = g_m = \frac{2I_D}{V_{ov}} = 2.37\text{mS}, \quad r_{o1,2} = r_o = \frac{V_A}{I_D} = 49.75\text{k}\Omega, \quad \mu_{1,2} = \mu = g_m r_o = 118.03.$$

Diferencijano pojačanje je,

$$A_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u/2} \cdot \frac{\mu R_D}{R_D + r_o} = 3.36,$$

gde je $R_{GG} = R_{G1} || R_{G3} = 6\text{M}\Omega$. Za pojačanje srednje vrednosti dobija se,

$$A_{cm} = -\frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u/2} \cdot \frac{\mu R_D}{R_D + r_o + (1 + \mu) 2R_S} = -1.22.$$

pa je faktor potiskivanja srednje vrednosti,

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right| = 2.76,$$

odnosno $CMRR_{dB} = 8.8\text{dB}$. Na osnovu brojnih vrednosti može se zaključiti da je diferencijalni pojačavač sa MOS-FET tranzistorima inferioran u odnosu na isti sa BJT tranzistorima. Upravo iz ovog razloga se za diferencijalni pojačavač u diskretnoj tehnici veoma retko koriste MOS-FET tranzistori. Ulazna diferencijalna otpornost je,

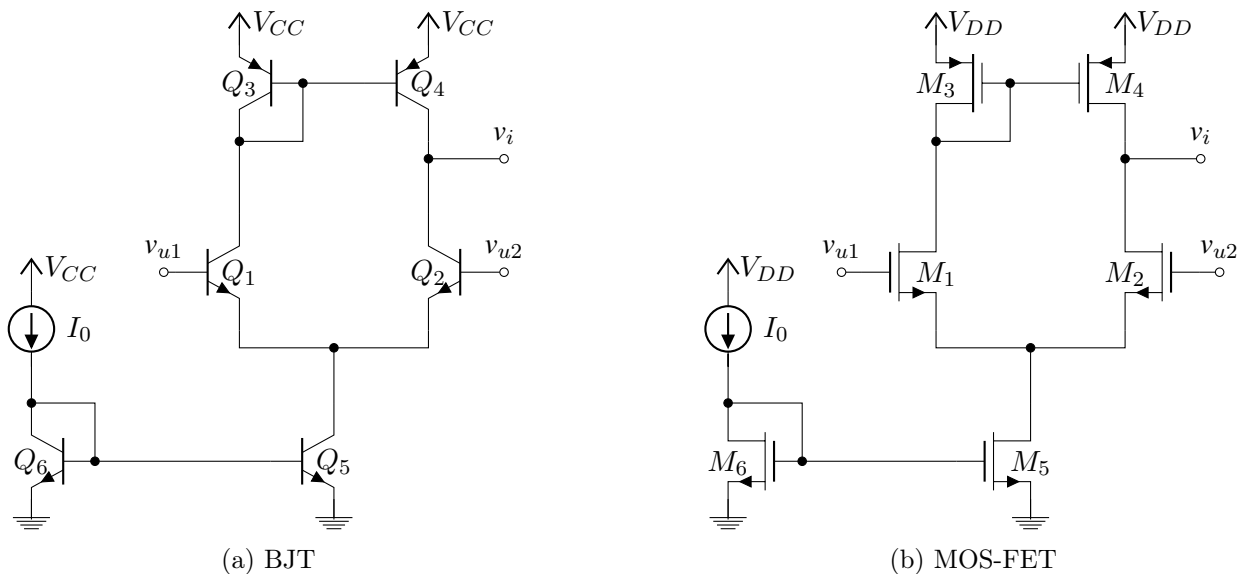
$$R_{ul} = 2R_{GG} = 12\text{M}\Omega,$$

a izlazna,

$$R_{iz} = R_D || [r_o + (1 + \mu) R_x] = 2.9\text{k}\Omega,$$

gde je $R_x = R_S || \left(\frac{r_o + R_D}{1 + \mu} \right) = 307.1\Omega$.

PRIMER 9.3: Za diferencijalne pojačavače sa slike 9.23 odrediti diferencijalno pojačanje, pojačanje srednje vrednosti, faktor potiskivanja srednje vrednosti, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je $I_0 = 2\text{mA}$, $V_{CC} = V_{DD} = 5\text{V}$. BJT tranzistori imaju sledeće karakteristike $\{\beta, V_{BE}, V_A\}_{1,2,5,6} = \{60, 0.7\text{V}, 80\text{V}\}$, $\{\beta, V_{BE}, V_A\}_{3,4} = \{40, 0.6\text{V}, 70\text{V}\}$. MOS-FET tranzistori imaju sledeće karakteristike $\{A, V_{TH}, V_A\}_{1,2,5,6} = \{1\text{mA/V}^2, 0.7\text{V}, 70\text{V}\}$, $\{A, V_{TH}, V_A\}_{3,4} = \{1\text{mA/V}^2, 0.6\text{V}, 60\text{V}\}$.



Slika 9.23: Integrisani diferencijalni pojačavač

REŠENJE 9.3: Kada god se radi o kolu sa više tranzistora uvek je dobra praksa pre analize posmatrati kolo i uočiti (prepoznati) manje, već poznate, funkcionalne celine (osnovne pojačavačke stepene, aktivna opterećenja, strujna ogledala, itd.). Generalno, treba uočiti koji tranzistori učestvuju u kreiranju pojačanja (pojačavački tranzistori), a koji služe za polarizaciju. Drugim rečima, treba prepoznati ulogu svakog od tranzistora u kolu. Na taj način se dolazi do saznanja koja omogućavaju uvođenje razumnih aproksimacija koje u konačnom značajno olakšavaju analizu kola. Takon npr. kada se posmatra 9.23a može uočiti da tranzistori Q_1 i Q_2 čine diferencijalni par, tranzistori Q_3 i Q_4 predstavljaju dinamičko opterećenje za diferencijalni par (umesto otpornika u kolu kolektora), dok tranzistori Q_5 i Q_6 služe za polarizaciju diferencijalnog para. Referentna struja I_0 se "preslikava" putem strujnog ogledala Q_6 i Q_5 u kolo emitora pojačavačkih tranzistora Q_1 i Q_2 . Dakle, osnovna uloga tranzistora Q_5 je da obezbedi konstantnu struju tranzistora u diferencijalnom paru (izvor konstantne struje). Isto razmatranje važi i za varijantu sa MOS-FET tranzistorima. Pošto su električne šeme date na slikama 9.23a i 9.23b topološki iste, svi tranzistori koji imaju isti indeks imaju istu i ulogu.

Između jednosmernih struja diferencijalnog pojačavača sa BJT tranzistorima važe sledeće relacije,

$$\alpha_{1,2,5,6} = \alpha_n = \frac{\beta_1}{1 + \beta_1} = 0.984, \quad \alpha_{3,4} = \alpha_p = \frac{\beta_3}{1 + \beta_3} = 0.976$$

$$I_{C5} = I_{C6} = \frac{\beta_n}{\beta_n + 2} I_0 = 1.935 \text{mA}$$

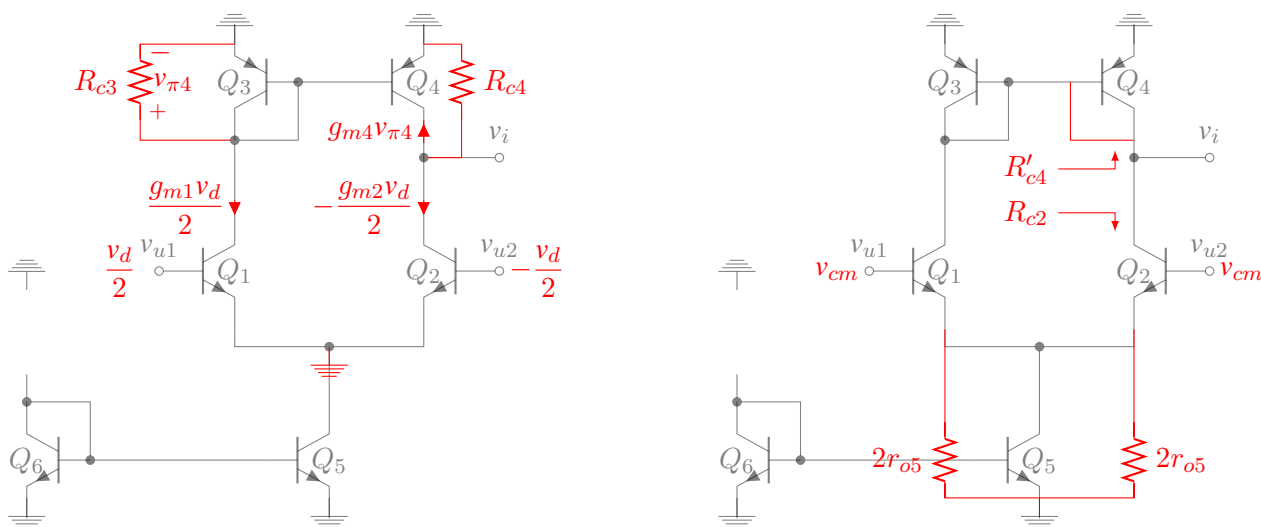
$$I_{C5} = I_{E1} + I_{E2} = 2 \frac{I_{C1,2}}{\alpha_n} \Rightarrow I_{C1,2} = \alpha_n \frac{I_{C5}}{2} = 951.88 \mu\text{A}$$

$$I_{C3} = \frac{\beta_3}{2 + \beta_3} I_{C1} = 906.55 \mu\text{A}, \quad I_{C4} = I_{C2} = 951.88 \mu\text{A}.$$

Na osnovu izraza $g_m = I_C/V_T$, $r_\pi = \beta/g_m$ i $r_o = V_A/I_C$, parametri modela za male signale su,

$$\begin{array}{llll} g_{m1,2} = 36.61 \text{mS}, & g_{m3} = 34.87 \text{mS}, & g_{m4} = 36.61 \text{mS}, & g_{m5,6} = 74.44 \text{mS}, \\ r_{o1,2} = 84.04 \text{k}\Omega, & r_{o3} = 77.22 \text{k}\Omega, & r_{o4} = 73.54 \text{k}\Omega, & r_{o5,6} = 41.33 \text{k}\Omega, \\ r_{\pi 1,2} = 1.64 \text{k}\Omega, & r_{\pi 3} = 1.15 \text{k}\Omega, & r_{\pi 4} = 1.09 \text{k}\Omega, & r_{\pi 5,6} = 806 \Omega \end{array}$$

Na slici 9.24a je dato ekvivalentno kolo u prisustvu malog diferencijalnog signala, v_d , između ulaznih priključaka. Treba primetiti da u prisustvu diferencijalnog signala kolo nije potpuno simetrično (Q_3 diodno povezan za razliku od Q_4), pa se analiza mora sprovesti u obe grane diferencijalnog para. Na sreću usled konstantnosti DC napona V_{BE} , tačka emitora tranzistora Q_1 i Q_2 je i dalje na virtuelnoj masi kada deluje samo diferencijalni signal.



(a) Diferencijalno pojačanje

(b) Pojačanje srednje vrednosti

Slika 9.24: Ekvivalentna kola za određivanje A_d i A_{cm} diferencijalnog pojačavača sa BJT tranzistorima

Za kolo sa slike 9.24a može da se piše,

$$\begin{aligned} R_{c3} &= \left(\frac{1}{g_{m3}} || r_{o3} || r_{o1} \right) || (r_{\pi3} || r_{\pi4}) = 27.261\Omega \\ R_{c4} &= r_{o4} || r_{o2} = 39.22\text{k}\Omega \\ v_{\pi3} &= v_{\pi4} = -g_{m1} R_{c3} \frac{v_d}{2} \\ v_i &= - \left(g_{m4} v_{\pi4} - g_{m2} \frac{v_d}{2} \right) R_{c4} \end{aligned}$$

odakle se za diferencijlano naponsko pojačanje dobija,

$$A_d = \frac{v_i}{v_d} = \frac{1}{2} g_{m1,2} (g_{m4} R_{c3} + 1) R_{c4} = 1434.56.$$

Treba primetiti da je $R_{c3} \approx \frac{1}{g_3} = 28.68\Omega$ i $g_{m4}/g_{m3} = 1.05 \approx 1$ pa se diferencijano pojačanje može aproksimativno izaraziti kao

$$A_d \approx g_{m1,2} (r_{o4} || r_{o2}) = 1436.$$

Poznato je da kada na ulazima diferencijalnog para deluje signal srednje vrednosti, v_{cm} , potencijal emitora tranzistora Q_1 i Q_2 za mali signal više nije na virtuelnoj masi. Prema tome, u ovom slučaju analiza postaje složenija. Međutim, ako bi kolo u prisustvu signala srenje vrednosti bilo simetrično, analiza bi se značajno pojednostavila korišćenjem metoda analize polovine kola. Vizuelnom inspekcijom može se uočiti da jedino strujno ogledalo Q_3, Q_4 "kviri" simetriju kola. Tranzistori Q_3 i Q_4 imaju iste napone V_{EB} (prikjučki baza i emitora su eksterno fizički spojeni). Ako bi naponi V_{EC} ovih tranzistora bili isti onda bi, sa električne tečke gledišta, kolo bilo potpuno simetrično. Uzimajući obzir Erlijev efekat, za jednosmerne kolektorske struje tranzistora Q_3 i Q_4 može da se piše,

$$\begin{aligned} I_{C3} &= I_{CS3} e^{V_{EB3}/V_T} \left(1 + \frac{V_{EC3}}{V_{A3}} \right) \\ I_{C4} &= I_{CS4} e^{V_{EB4}/V_T} \left(1 + \frac{V_{EC4}}{V_{A3}} \right). \end{aligned}$$

Pošto su tranzistori identičnih karakteristika, $I_{CS3} = I_{CS4}$, i pošto važi $V_{EC3} = V_{EB3} = V_{EB4}$ i $I_{C3} \approx I_{C4}$, na osnovu izraza za struje može se zaključiti da je $V_{EC4} \approx V_{EC3} = V_{EB3} = V_{EB4}$. Ovo praktično zanči da će se u priustvu malog signala, v_{cm} , naponi V_{EC} tranzistora Q_3 i Q_4 menjati u istom smeru za približno isti iznos tj., $v_{ec4} \approx v_{ec3}$. Dakle, u prisustvu signala srednje vrednosti tranzistor Q_4 se takođe ponaša kao diodno povezan. Ova činjenica je ilustrovana spajanjem baze i kolektora tranzistora Q_4 na ekvivalentnoj šemi za određivanje pojačanja srednje vrednosti koja je prikazana na slici 9.24b.

Pošto se izlaz nalazi na kolektoru tranzistora Q_2 može se analizirati samo desni deo kola. Očigledno je da se radi o stepenu sa zajedničkim, degenerisanim, emitorom. Emitor je degenerisan otpornošću $2r_{o5}$, a opterećenje čini otpornost R'_{c4} . Pošto se za signal srednje vrednosti tranzistor Q_4 ponaša kao diodno povezan, otpornost R'_{c4} je,

$$R'_{c4} = \frac{1}{g_{m4}} || r_{o4}.$$

Za konkretne brojne vrednosti dobija se, $R'_{c4} = 27.3\Omega$. Dakle, važi $R'_{c4} \approx 1/g_{m4} = 27.31\Omega$.

Treba primetiti da svi tranzistori imaju konačne unutrašnje otpornosti r_o . Ovde podsećamo da su svi aproksimativni izrazi za osnovne pojačavačke stepene sa BJT pdrazumevali da pojačavački tranzistor ima veoma veliko r_o . Dakle, ukoliko se ispostavi da je ekvivalentna otpornost koja se vidi na kolektoru neopterećenog, pojačavačkog, tranzistora (u ovom slučaju Q_2) značajno veća od ostalih otpornosti u kolu mogu se koristiti prethodno izvedeni, aproksimativni, izrazi. Ukoliko to nije slučaj, onda se mora preći na nivo modela za male signale i rešavanje sistema jednačina. Otpornost koja se vidi na kolektoru neopterećenog tranzistora Q_2 je,

$$R_{c2} = r_{o2} + (1 + \mu_2) (r_{\pi2} || 2r_{o5}),$$

gde je $\mu_2 = r_{o2} g_{m2} = 3076.92$. U ovom slučaju važi $2r_{o5} \gg r_{\pi2}$ i $\{\mu_2, \beta_2\} \gg 1$, pa otpornost R_{c2} postaje $R_{c2} \approx \beta_2 r_{o2} = 5042.67\text{k}\Omega$. Na osnovu brojne vrednosti može se zaključiti da je ova otpornost dva do tri reda veličine veća od svih ostalih otpornosti u kolu. Prema tome prthodno izvedeni, aproksimativni, izrazi za osnovne pojačavačke stepene i dalje veže. Pojačanje srednje vrednosti se može izraziti kao,

$$A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}} = - \frac{\beta_2 R'_{c4}}{r_{\pi2} + (1 + \beta_2) 2r_{o5}} = -3.248 \times 10^{-4},$$

pa je faktor potiskivanja srednje vrednosti za BJT diferencijalni pojačava,

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right| = 4417099,$$

odnosno, $CMRR_{dB} = 133dB$. U odnosu na diferencijalni pojačavač u diskretnoj tehnici ovo je veoma značajno poboljšanje. Treba napomenuti da su u praksi ulsed efekata višeg reda (parazitni elementi, varijacije procesa, temperature i napona napjanja, itd.) vrednsoti za $CMRR$ niže od dobijene u ovom konkretnom primeru. Generalno, dobiri diferencijalni stepeni imaju $CMRR$ reda stotina 100dB.

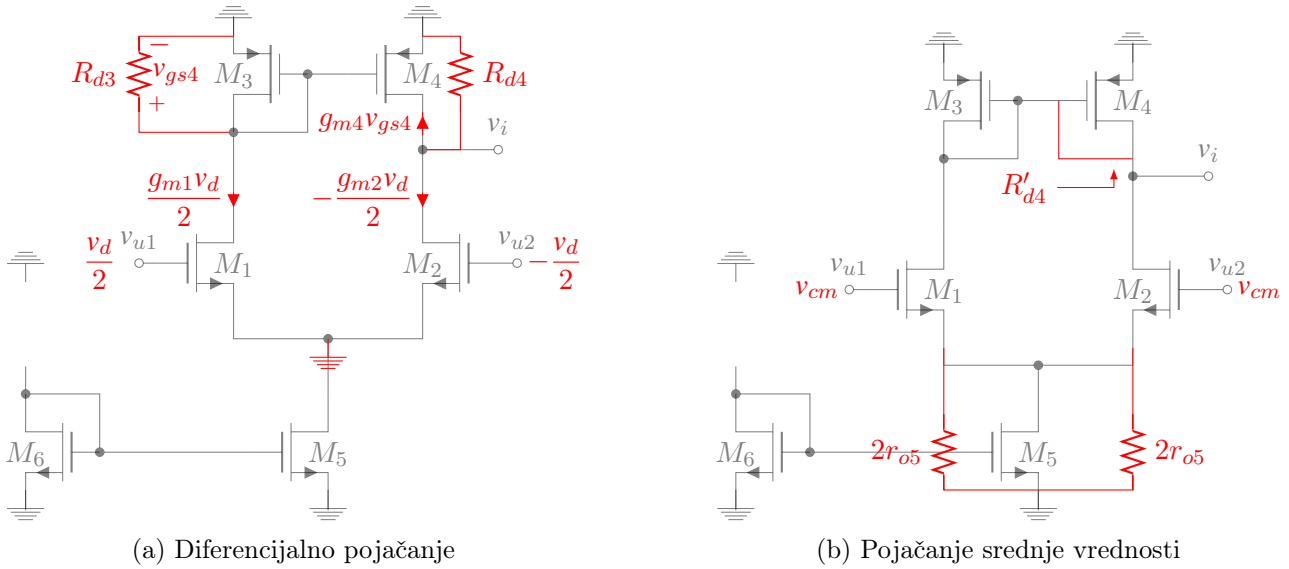
Ista razmatranja važe i za varijantu sa MOS-FET tranzistorima koja je data na slici 9.23b. U ovom slučaju analiza je nešto jednostavnija pošto je niskofrekventna struja gejtja zanemarljivo mala (r_π za MOS-FET teži beskonačnosti). Za jednosmerne struje pojedinih tranzistora važi,

$$I_{D5,6} = I_0 = 2mA, \quad I_{D1,2} = \frac{I_0}{2} = 1mA, \quad I_{D3,4} = I_{D1,2} = 1mA.$$

Korišćenjem izraza $g_m = 2\sqrt{AI_D}$, i $r_o = V_A/I_D$, za parametre modela za male signale dobija se,

$$\begin{aligned} g_{m1,2} &= 20mS, & g_{m3,4} &= 20mS, & g_{m5,6} &= 28.28mS, \\ r_{o1,2} &= 70k\Omega, & r_{o3,4} &= 60k\Omega, & r_{o5,6} &= 35k\Omega \end{aligned}$$

Na slici 9.25a je prikazano ekvivalentno kolo za određivanje diferencijalnog pojačanja.



Slika 9.25: Ekvivalentna kola za određivanje A_d i A_{cm} diferencijalnog pojačavača sa MOS-FET tranzistorima

Do diferencijalnog pojačanja se dolazi rešavanjem jednačina,

$$\begin{aligned} R_{d3} &= \left(\frac{1}{g_{m3}} || r_{o3} || r_{o1} \right) = 492.38\Omega \\ R_{d4} &= r_{o4} || r_{o2} = 32.31k\Omega \\ v_{gs3} &= v_{gs4} = -g_{m1} R_{d3} \frac{v_d}{2} \\ v_i &= - \left(g_{m4} v_{gs4} - g_{m2} \frac{v_d}{2} \right) R_{d4}. \end{aligned}$$

Diferencijlano, naponsko, pojačanje diferencijalnog pojačavača sa MOS-FET tranzistorima je,

$$A_d = \frac{v_i}{v_d} = \frac{1}{2} g_{m1,2} (g_{m4} R_{d3} + 1) R_{d4} = 64.12.$$

Za $R_{d3} \approx \frac{1}{g_3} = 500\Omega$ i $g_{m4}/g_{m3} = 1$ diferencijano pojačanje aproksimativno iznosi,

$$A_d \approx g_{m1,2} (r_{o4} || r_{o2}) = 64.62.$$

Treba primetiti da se kod MOS-FET varijante za isti nivo struja dobija oko 20 puta manje pojačanje nego kod varijante sa BJT tranzistorima.

Na osnovu izraza za struje tranzistora M_3 i M_4 (sa efektom modulacije dužine kanala),

$$I_{D3} = A_3 V_{ov3}^2 \left(1 + \frac{V_{SD3}}{V_{A3}} \right)$$

$$I_{D4} = A_4 V_{ov3}^2 \left(1 + \frac{V_{SD4}}{V_{A3}} \right),$$

gde je $V_{ov3} = V_{ov4} = V_{SG3,4} - |V_{TH3,4}|$ i $A_3 = A_4$, dolazi se do zaključka da je $V_{SD4} \approx V_{SD3}$ što u prisustvu signala srednje vrednosti, v_{cm} omogućuje primenu metoda polovine kola. Ekvivalentno kolo za određivanje pojačanja srednje vrednosti je dato na slici 9.25b. Sada se radi o konfiguraciji sa zajedničkim, degenerisanim, sorsom. Opterećenje tranzistora M_2 je,

$$R'_{d4} = \frac{1}{g_{m4}} || r_{o4}.$$

Za konkretne brojne vrednosti dobija se, $R'_{d4} = 495.87\Omega$, odnosno, važi $R'_{d4} \approx 1/g_{m4} = 500\Omega$. Za pojačanje srednje vrednosti dobija se,

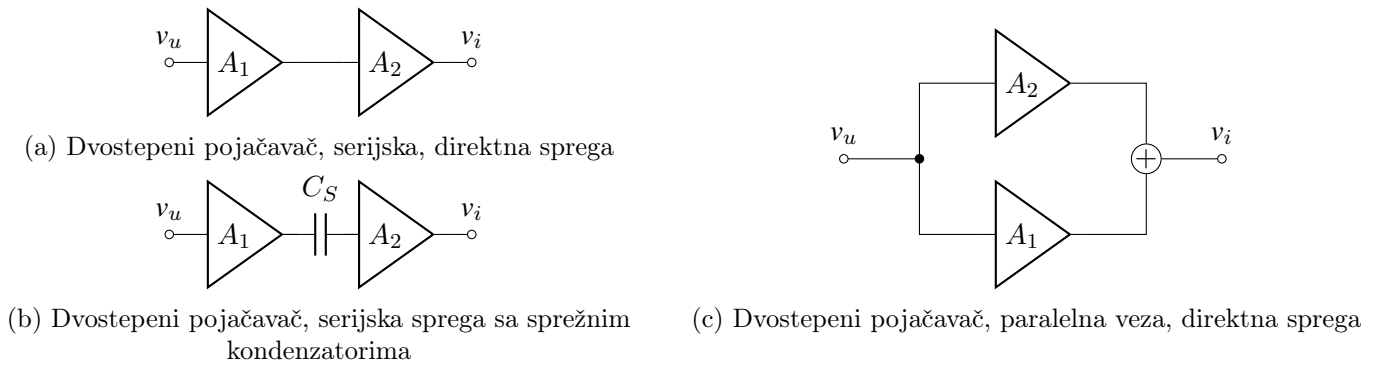
$$A_{cm} = \frac{v_i}{v_{cm}} = - \frac{\mu_2 R'_{d4}}{r_{o2} + R_{d4} + (1 + \mu_2) 2r_{o5}} = -6.984 \times 10^{-3},$$

gde je $\mu_2 = 140$. Faktor potiskivanja srednje vrednosti za MOS-FET diferencijalni pojačavač je,

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_{cm}} \right| = 9181,$$

odnosno, $CMRR_{dB} = 79dB$, što je oko 300 puta (50dB) manje nego kod BJT diferencijalnog pojačavača.

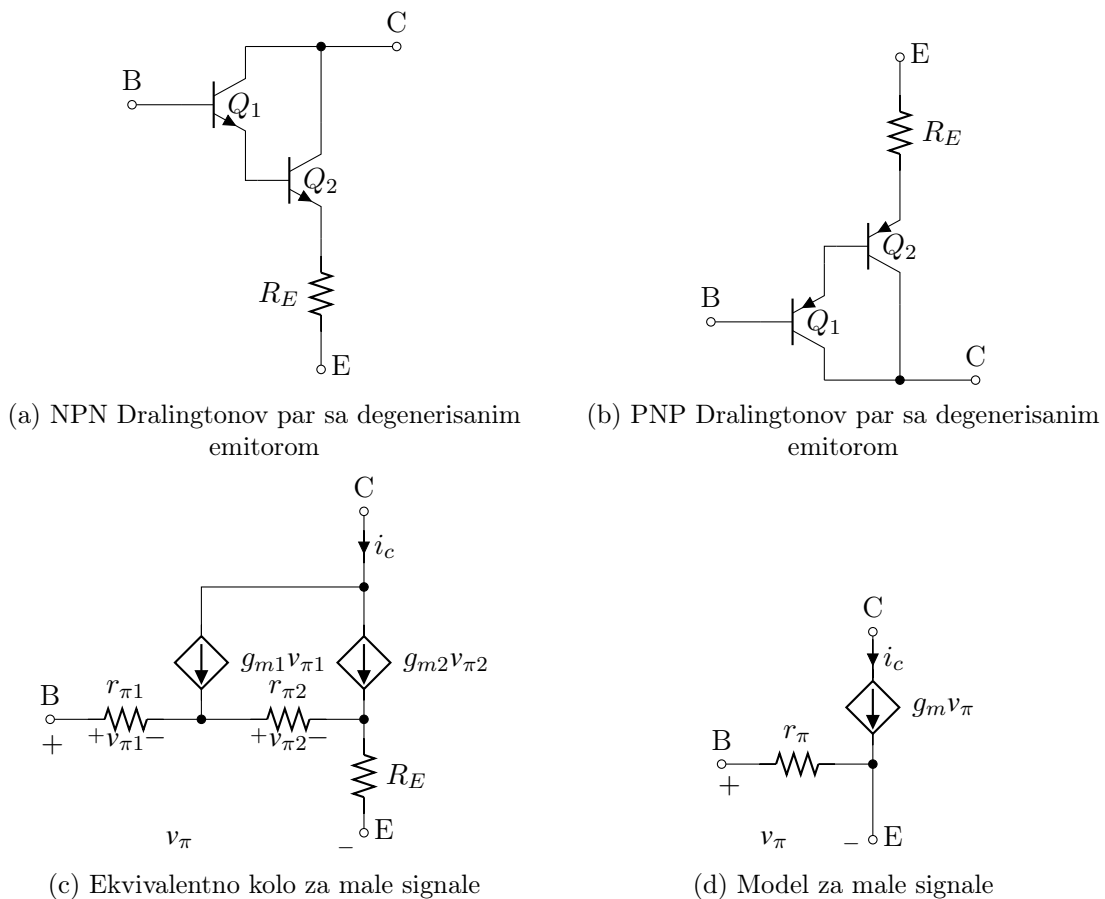
10 Višestepeni pojačavači



Slika 10.1: Blok šema višestepenog pojačavača

10.1 Neposredno sprezanje pojačavača

10.1.1 Darlingtonov par



Slika 10.2: Darlingtonov par

$$C : i_c = g_{m1}v_{\pi1} + g_{m2}v_{\pi2}$$

$$E1 : \frac{1 + \beta_1}{r_{\pi1}}v_{\pi1} = \frac{v_{\pi2}}{r_{\pi2}}$$

$$E2 : \frac{1 + \beta_2}{r_{\pi2}}v_{\pi2} = \frac{v_{\pi} - v_{\pi2} - v_{\pi1}}{R_E}$$

$$g_m = \frac{i_c}{v_{\pi}} = \frac{\beta}{r_{\pi}} = \frac{\beta_1 + (1 + \beta_1)\beta_2}{r_{\pi1} + (1 + \beta_1)(r_{\pi2} + (1 + \beta_2)R_E)} \approx \frac{\beta_1\beta_2}{r_{\pi1} + \beta_1(r_{\pi2} + \beta_2R_E)} \quad (10.1)$$

$$r_{\pi} = r_{\pi 1} + (1 + \beta_1)(r_{\pi 2} + (1 + \beta_2)R_E) \approx r_{\pi 1} + \beta_1(r_{\pi 2} + \beta_2 R_E) \quad (10.2)$$

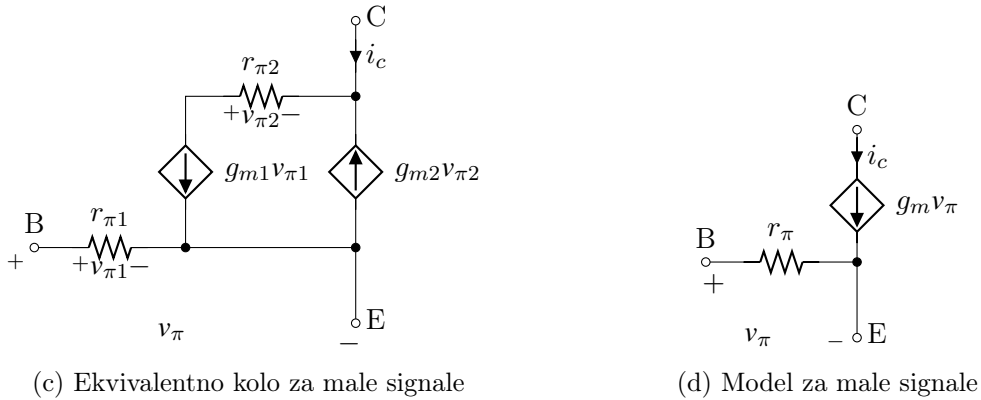
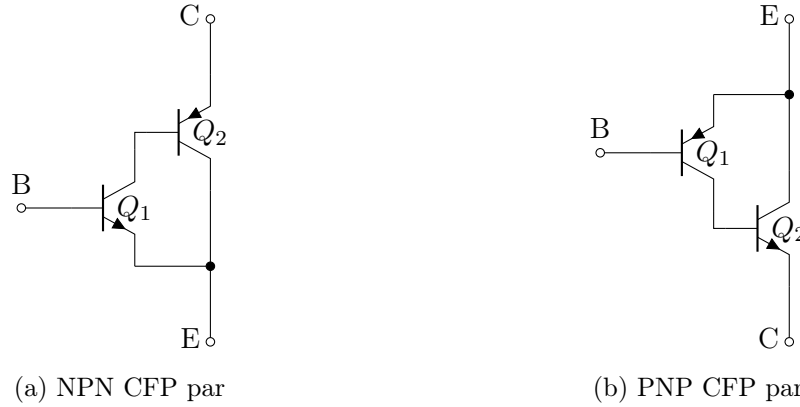
$$\beta = \beta_1 + (1 + \beta_1)\beta_2 \approx \beta_1\beta_2. \quad (10.3)$$

$$r_{\pi} \approx r_{\pi 1} + \beta_1 r_{\pi 2} \quad (10.4)$$

$$g_m \approx \frac{\beta_1\beta_2}{r_{\pi 1} + \beta_1 r_{\pi 2}} \approx g_{m2} \quad (10.5)$$

$$\beta \approx \beta_1\beta_2 \quad (10.6)$$

10.1.2 CFP par



Slika 10.3: CFP par

$$C : i_c = - (1 + \beta_2) \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi 2}}$$

$$B2 : g_{m1}v_{\pi 1} = - \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi 2}}$$

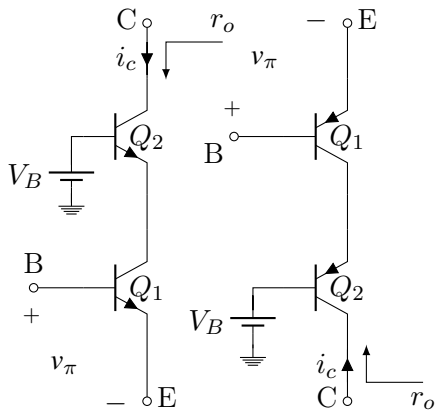
$$K : v_{\pi 1} = v_{\pi}.$$

$$r_{\pi} = r_{\pi 1} \quad (10.7)$$

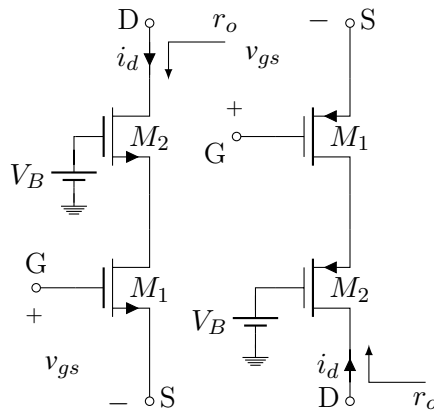
$$g_m = g_{m1}(1 + \beta_2) \approx g_{m1}\beta_2 \quad (10.8)$$

$$\beta = g_{m1}(1 + \beta_2)r_{\pi 1} \approx \beta_1\beta_2 \quad (10.9)$$

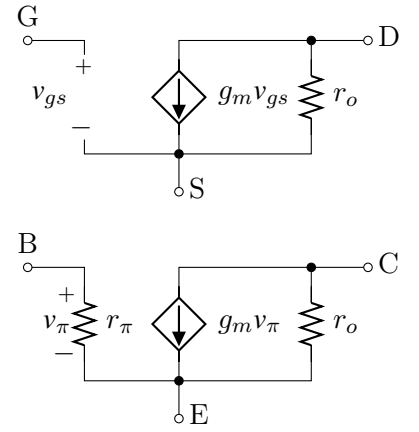
10.1.3 Kaskodni pojačavač



(a) BJT kaskodni pojačavač (NPN, PNP)



(b) MOS-FET kaskodni pojačavač (N,P)



(c) Model za male signale (MOS-gore, BJT-dole)

Slika 10.4: Kaskodni pojačavač

$$r_{\pi} \approx r_{\pi 1} \quad (10.10)$$

$$g_m \approx g_{m1} \quad (10.11)$$

$$r_o \approx r_{o2} + (1 + \mu_2) (r_{\pi 2} || r_{o1}). \quad (10.12)$$

$$g_m \approx g_{m1} \quad (10.13)$$

$$r_o \approx r_{o2} + (1 + \mu_2) r_{o1}. \quad (10.14)$$

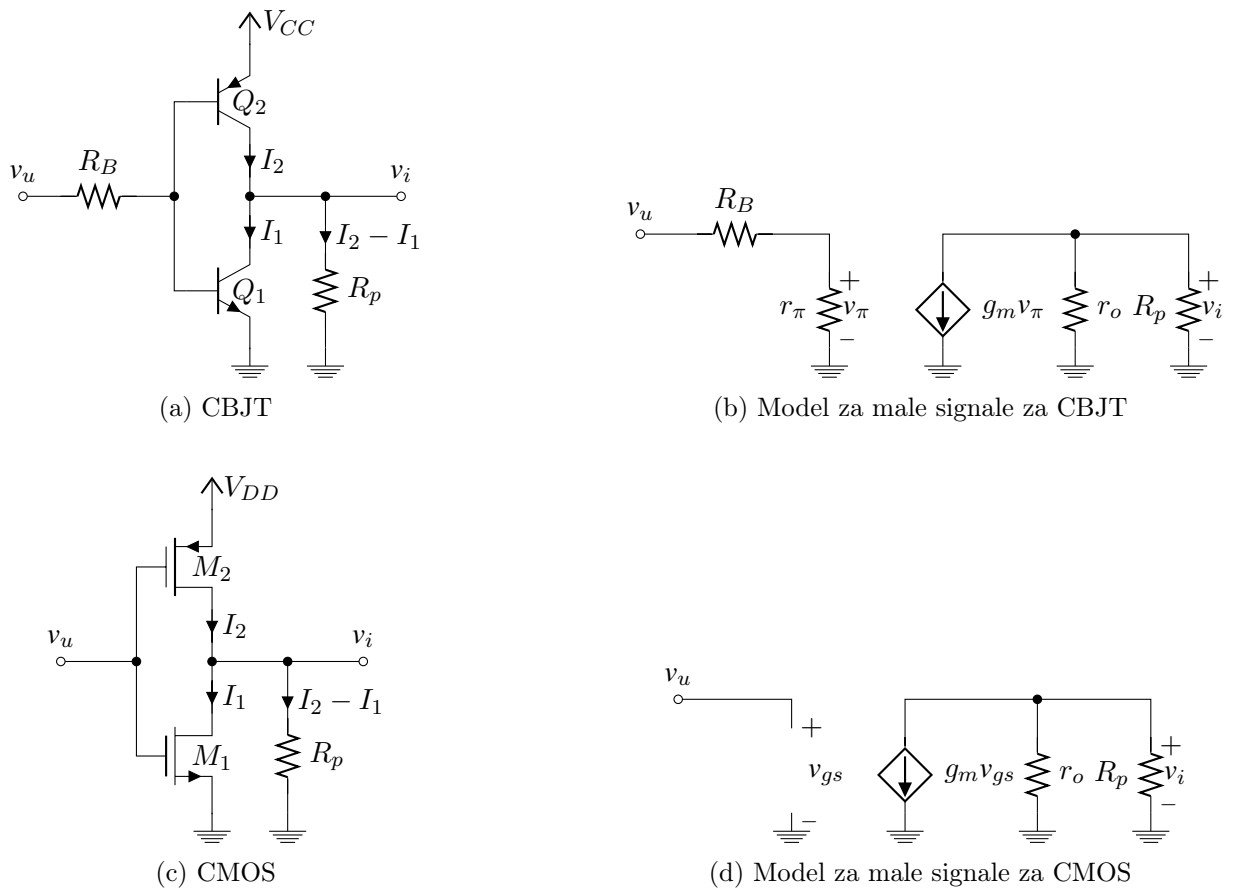
10.1.4 Komplementarni par

$$g_m = g_{m1} + g_{m2} \quad (10.15)$$

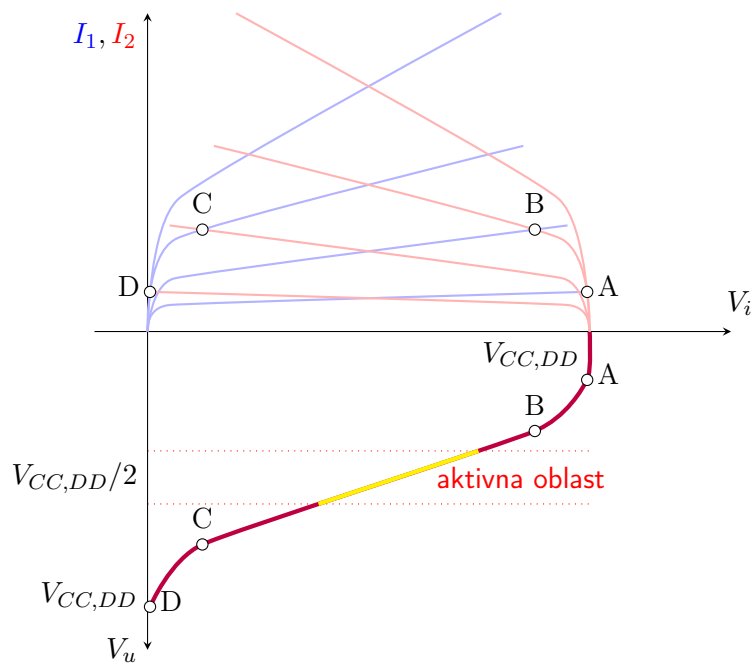
$$r_{\pi} = r_{\pi 1} || r_{\pi 2} \quad (10.16)$$

$$r_o = r_{o1} || r_{o2}. \quad (10.17)$$

$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = -\frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + R_B} g_m (r_o || R_p). \quad (10.18)$$



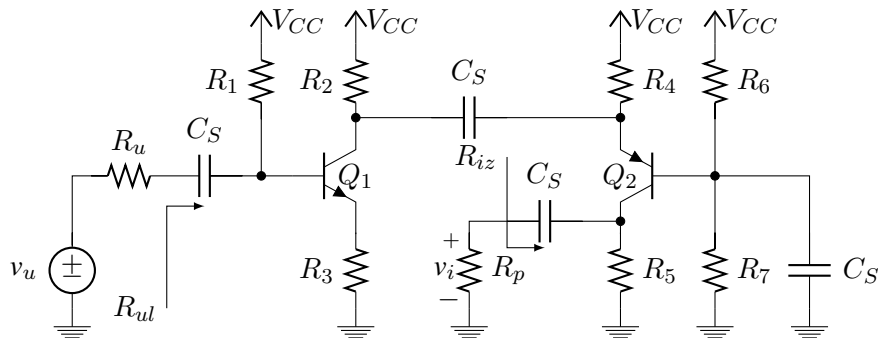
Slika 10.5: Komplementarni par



Slika 10.6: Prenosna karakteristika komplementarnog para

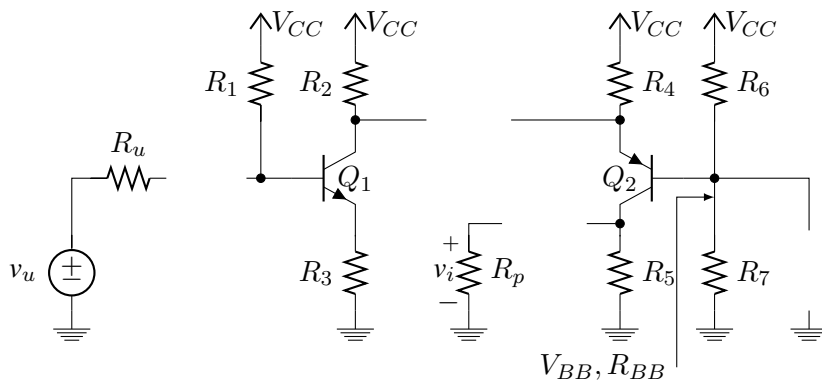
10.2 Analiza višestepenih pojačavača

PRIMER 10.1: Za dvostepeni pojačavač sa slike 10.7, odrediti naponsko pojačanje, strujno pojačanje ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je, $R_1 = 100\text{k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 500\Omega$, $R_4 = 1\text{k}\Omega$, $R_5 = 1.5\text{k}\Omega$, $R_6 = 50\text{k}\Omega$, $R_7 = 80\text{k}\Omega$, $R_p = 1.5\text{k}\Omega$ i $V_{CC} = 5\text{V}$. Za naponsku pobudu uzeti, $R_u = 50\Omega$, a za strujnu $R_u = 100\Omega$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike $\{\beta, V_{BE}, V_A\}_1 = \{100, 0.7\text{V}, \infty\text{V}\}$, $\{\beta, V_{EB}, V_A\}_2 = \{70, 0.6\text{V}, \infty\text{V}\}$. Smatrati da sprežni kondenzatori imaju veoma veliku vrednost.



Slika 10.7: Kompletno kolo dvostepenog pojačavača

REŠENJE 10.1: Posredno sprežanje pojačavača podrazumeva upotrebu sprežnih kondenzatora. Na ovaj način polarizacija prethodnog ne utiče na polarizaciju narednog stepena i obrnuto. Pošto su za jednosmernu struju kondenzatori predstavljaju prekid, analiza DC režima se svodi na rešavanje dva odvojena kola prikazana na slici 10.8



Slika 10.8: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim

Za prvi stepen važi,

$$I_{B1} = \frac{V_{CC} - V_{BE1}}{R_1 + (1 + \beta_1) R_3} = 28.57\mu\text{A}, \quad I_{C1} = \beta_1 I_{B1} = 2.86\text{mA}, \quad I_{E1} = (1 + \beta_1) I_{B1} = 2.89\text{mA}$$

$$V_{C1} = V_{CC} - R_2 I_{C1} = 3.57\text{V}, \quad V_{E1} = I_{E1} R_3 = 1.44\text{V}, \quad V_{B1} = V_{E1} + V_{BE} = V_{CC} - I_{B1} R_1 = 2.14\text{V}.$$

Jednosmerne vrednosti struja i napona u kolu drugog pojačavačkog stepena su,

$$V_{BB} = \frac{R_7}{R_7 + R_6} V_{CC} = 3.08\text{V}, \quad R_{BB} = R_6 || R_7 = 30.77\text{k}\Omega, \quad I_{B2} = \frac{V_{CC} - V_{BB} - V_{EB}}{R_{BB} + (1 + \beta_2) R_4} = 13\mu\text{A},$$

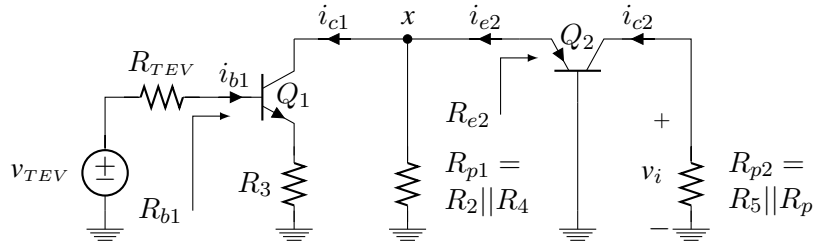
$$I_{C2} = \beta_2 I_{B2} = 910\mu\text{A}, \quad I_{E2} = (1 + \beta_2) I_{B2} = 923\mu\text{A}, \quad V_{C2} = I_{C2} R_5 = 1.37\text{V},$$

$$V_{E2} = V_{CC} - I_{E2} R_4 = 4.08\text{V}, \quad V_{B2} = V_{E2} - V_{EB2} = V_{BB} + I_{B2} R_{BB} = 3.48\text{V}.$$

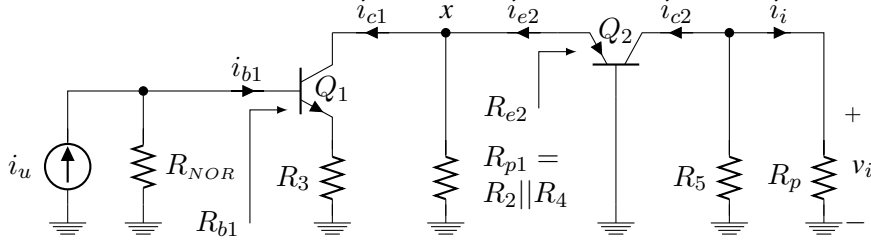
Na osnovu relacija $g_m = I_C/V_T$. $r_\pi = V_T/I_B = \beta/g_m$ i $r_o = V_A/I_C$, dobijaju se sledeći parametri modela za male signale,

$$g_{m1} = 110\text{mS}, \quad r_{\pi1} = 910\Omega, \quad r_{o1} \rightarrow \infty\Omega$$

$$g_{m2} = 35\text{mS}, \quad r_{\pi2} = 2\text{k}\Omega, \quad r_{o2} \rightarrow \infty\Omega$$



(a) Šema za male signale za naponsko pojačanje



(b) Šema za male signale za strujno pojačanje

Slika 10.9: Ekvivalentna kola za određivanje A_n i A_s

Na slici 10.9a je prikazano kolo za određivanje naponskog pojačanja za male signale. Vizuelnom inspekcijom kola sa slike 10.9a može se uočiti da se radi o kaskadnoj vezi stepena sa zajedničkim, degenerisanim, emitorom (NPN tranzistor Q_1) i stepena sa zajedničkom bazom (PNP tranzistor Q_2). Naponsko pojačanje je

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{v_i}{v_x} \cdot \frac{v_x}{v_{TEV}} \cdot \frac{v_{TEV}}{v_u} = A_{n2} \cdot K \cdot A_{n1} \\ &= g_{m2} R_{p2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_u} \cdot \frac{-\beta_1 (R_{p1} || R_{e2})}{R_{b1} + R_{TEV}} = -1.32. \end{aligned}$$

gde su,

$$\begin{aligned} R_{p2} &= R_p || R_5 = 750 \Omega \\ R_{e2} &= \frac{r_{\pi 2}}{1 + \beta_2} = 28.17 \Omega \approx \frac{1}{g_{m2}} \\ R_{p1} &= R_2 || R_4 = 333.33 \Omega \\ R_{b1} &= r_{\pi 1} + (1 + \beta_1) R_3 = 51.41 \text{ k}\Omega \\ R_{TEV} &= R_1 || R_u = 49.98 \Omega \approx R_u \\ v_{TEV} &= \frac{R_1}{R_1 + R_u} v_u = K v_u, \quad K = 0.999 \approx 1. \end{aligned}$$

Do naponskog pojačanja se može doći i na sledeći način

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{v_i}{i_{c2}} \cdot \frac{i_{c2}}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{v_{TEV}} \cdot \frac{v_{TEV}}{v_u} \\ &= -R_{p2} \cdot \alpha_2 \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p1} + R_{e2}} \cdot \beta_1 \cdot \frac{1}{R_{TEV} + R_{b1}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_u} = -1.32, \end{aligned}$$

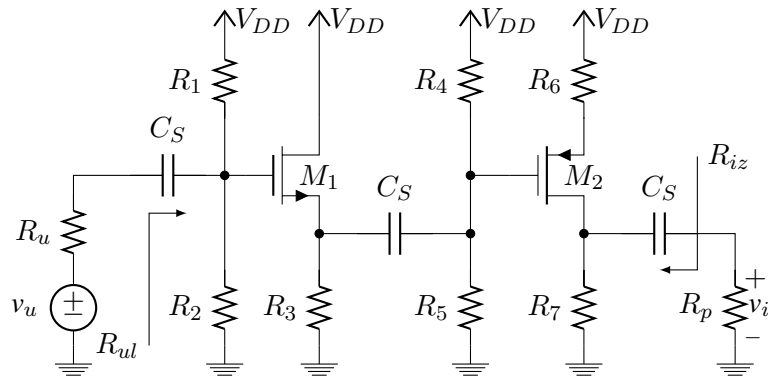
gde je $\alpha_2 = \beta_2 / (1 + \beta_2) = 0.986$. Pošto zajednički emitor obrće fazu, a zajednička baza ne, ukupno pojačanje je negativno. Za ulaznu i izlaznu otpornost pojačavača dobija se

$$\begin{aligned} R_{ul} &= R_1 || R_{b1} = 33.95 \text{ k}\Omega \\ R_{iz} &= R_5 = 1.5 \text{ k}\Omega. \end{aligned}$$

Kod BJT pojačavača moguće je odrediti i strujno pojačanje. Sada treba uzeti strujnu pobudu gde je $R_u = 100 \Omega$, odnosno, $R_{NOR} = R_u || R_1 \approx R_u = 100 \Omega$. Na slici 10.9b je dato ekvivalentno kolo za određivanje strujnog pojačanja. U ovom slučaju strujno pojačanje je,

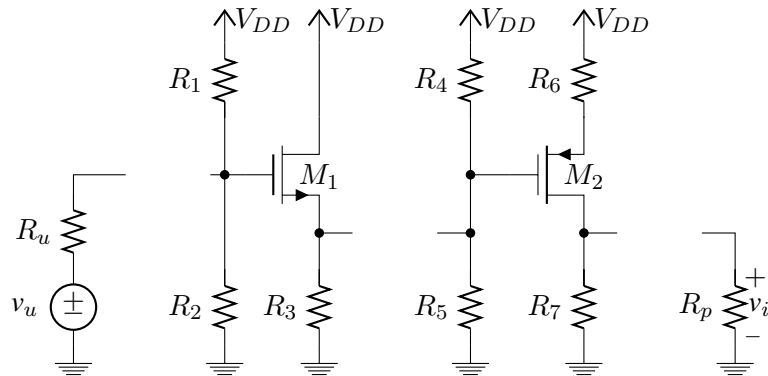
$$A_s = \frac{i_i}{i_u} = \frac{i_i}{i_{c2}} \cdot \frac{i_{c2}}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{i_u} = -\frac{R_5}{R_5 + R_p} \cdot \alpha_2 \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p1} + R_{e2}} \cdot \beta_1 \cdot \frac{R_{NOR}}{R_{NOR} + R_{b1}} = -0.088.$$

PRIMER 10.2: Za dvostepeni pojačavač sa slike 10.10 odrediti naponsko pojačanje, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je $R_1 = 10\text{M}\Omega$, $R_2 = 20\text{M}\Omega$, $R_3 = 10\text{k}\Omega$, $R_4 = R_5 = 10\text{M}\Omega$, $R_6 = 2.5\text{k}\Omega$, $R_7 = 10\text{k}\Omega$, $R_p = 100\text{k}\Omega$, $R_u = 100\Omega$, i $V_{DD} = 5\text{V}$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike $\{A, V_{TH}, V_A\}_1 = \{4\text{mA}/\text{V}^2, 0.5\text{V}, 80\text{V}\}$ i $\{A, V_{TH}, V_A\}_2 = \{20\text{mA}/\text{V}^2, 2\text{V}, 70\text{V}\}$. Smatrati da sprežni kondenzatori imaju veoma veliku vrednost.



Slika 10.10: Kompletno kolo dvostepenog pojačavača

REŠENJE 10.2: Da bi se došlo do parametara modela za male signale prvo treba rešiti DC režim. Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim je dato na slici 10.11.



Slika 10.11: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim

Efektivni napon između gejta i sorsa (ovrerajev) tranzistora M_1 je,

$$V_{ov1} = \frac{1}{2A_1R_3} \left[\sqrt{1 + 4A_1R_3(V_{G1} - V_{TH1})} - 1 \right] = 254\text{mV},$$

gde je $V_{G1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}V_{DD} = 3.33\text{V}$. Za overdrajev napon tranzistora M_2 dobija se,

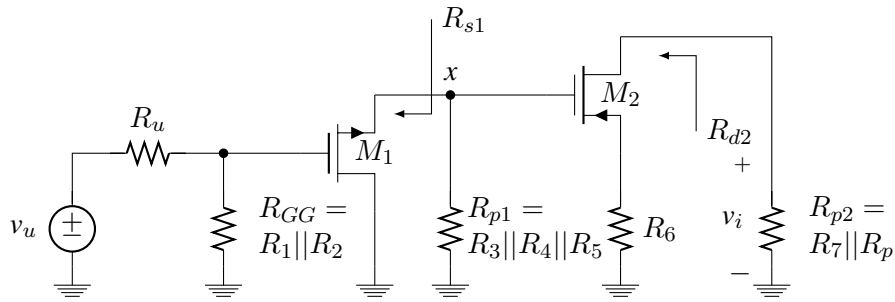
$$V_{ov2} = \frac{1}{2A_2R_6} \left[\sqrt{1 + 4A_2R_6(V_{DD} - V_{G2} - |V_{TH2}|)} - 1 \right] = 90.5\text{mV},$$

gd je $V_{G2} = \frac{R_5}{R_5 + R_4}V_{DD} = 2.5\text{V}$. Na osnovu overdrajev napona lako se pororačunavaju jednosmerne vrednosti svih napona i struja u kolu,

$$\begin{aligned} I_{D1} &= A_1V_{ov1}^2 = 101.58\mu\text{A}, & V_{S1} &= I_{D1}R_3 = 2.58\text{V}, \\ I_{D2} &= A_2V_{ov2}^2 = 163.8\mu\text{A}, & V_{D2} &= I_{D2}R_7 = 1.64\text{V}, \\ V_{S2} &= V_{DD} - I_{D2}R_6 = V_{ov2} + |V_{TH2}| + V_{G2} = 4.6\text{V}. \end{aligned}$$

Na osnovu jednsomerne radne tačke i relacija $g_m = 2\sqrt{AI_D} = 2I_D/V_{ov} = 2AV_{ov}$, $r_o = V_A/I_D$ i $\mu = g_mr_o$ dobijaju se sledeći parametri modela za male signale,

$$\begin{aligned} g_{m1} &= 2.03\text{mS}, & r_{o1} &= 310.15\text{k}\Omega, & \mu_1 &= 630.07 \\ g_{m2} &= 3.62\text{mS}, & r_{o2} &= 427.35\text{k}\Omega, & \mu_2 &= 1547. \end{aligned}$$



Slika 10.12: Ekvivalentno kolo za određivanje A_n

Ekvivalentno kolo za određivanje naponskog pojačanja je dato na slici 10.12. Na osnovu slike 10.12 jasno je da se radi o kaskadnoj vezi stepena sa zajedničkim drejnom (N MOS-FET tranzistor M_1) i stepena sa zajedničkim, degenerisanim, sorsom (P MOS-FET tranzistor M_2).

Za naponsko pojačanje se dobija

$$A_n = \frac{v_i}{v_x} \cdot \frac{v_x}{v_u} = \frac{-\mu_2 R_{p2}}{r_{o2} + R_{p2} + (1 + \mu_2) R_6} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} \cdot \frac{\mu_1 R_{p1}}{r_{o1} + (1 + \mu_1) R_{p1}} = -3.11,$$

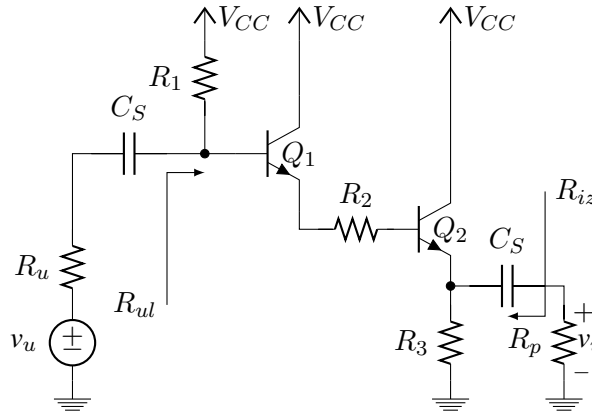
gde su,

$$\begin{aligned} R_{p2} &= R_p || R_7 = 9.1\text{k}\Omega \\ R_{p1} &= R_3 || R_4 || R_5 = 9.98\text{k}\Omega \approx R_3 \\ R_{GG} &= R_1 || R_2 = 6.67\text{M}\Omega \\ R_{s1} &= \frac{r_{o1}}{1 + \mu_1} = 491.46\Omega \approx \frac{1}{g_{m1}} \\ R_{d2} &= r_{o2} + (1 + \mu_2) R_6 = 4.3\text{M}\Omega. \end{aligned}$$

Zajednički drejn ne obrće fazu, a zajednički sors obrće fazu pa je ukupno pojačanje negativno. Ulazna i izlazna otpornost su

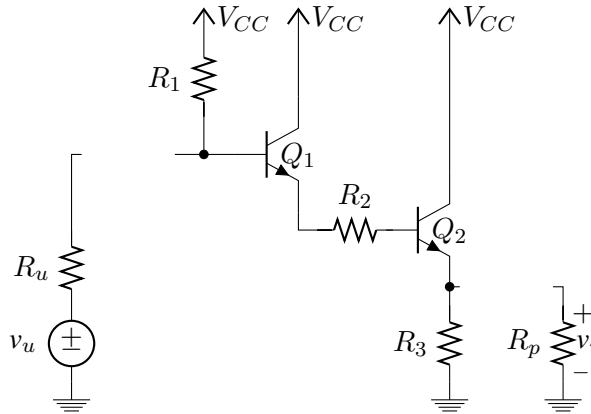
$$\begin{aligned} R_{ul} &= R_{GG} = 6.67\text{M}\Omega \\ R_{iz} &= R_7 || R_{d2} = 9.98\text{k}\Omega \approx R_7. \end{aligned}$$

PRIMER 10.3: Za Darlingtonov pojačavač sa slike 10.13 odrediti naponsko pojačanje, strujno pojačanje, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je $R_1 = 500\text{k}\Omega$, $R_2 = 5\text{k}\Omega$, $R_3 = 500\Omega$, $R_p = 5\text{k}\Omega$ i $V_{CC} = 10\text{V}$. Za naponsku pobudu uzeti $R_u = 100\Omega$, a za strujnu $R_u = 1\text{M}\Omega$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike $\{\beta, V_{BE}, V_A\}_1 = \{40, 0.7\text{V}, \infty\text{V}\}$ i $\{\beta, V_{BE}, V_A\}_2 = \{60, 0.6\text{V}, \infty\text{V}\}$.



Slika 10.13: Darlingtonov pojačavač

REŠENJE 10.3: Ekvivalentno kolo za DC režim je prikazano na slici 10.14.



Slika 10.14: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim

Jednosmerne struje i naponi u kolu su,

$$I_{B1} = \frac{V_{CC} - V_{BE1} - V_{BE2}}{R_1 + (1 + \beta_1)(R_2 + (1 + \beta_2)R_3)} = 4.45\mu\text{A}$$

$$I_{C1} = \beta_1 I_{B1} = 177.96\mu\text{A}, \quad I_{E1} = (1 + \beta_1) I_{B1} = 182.41\mu\text{A}$$

$$I_{B2} = I_{E1}, \quad I_{E2} = (1 + \beta_2) I_{B2} = 11.13\text{mA}, \quad I_{C2} = \beta_2 I_{B2} = 10.95\text{mA}$$

$$V_{B1} = V_{CC} - I_{B1} R_1 = 7.78\text{V}, \quad V_{E1} = V_{B1} - V_{BE1} = 7.18\text{V}$$

$$V_{B2} = V_{E1} - I_{B1} R_2 = 6.26\text{V}, \quad V_{E2} = V_{B2} - V_{BE2} = I_{E2} R_3 = 5.56\text{V}.$$

Uzimajući u obzir relacije $g_m = I_C/V_T$, $r_\pi = V_T/I_B = \beta/g_m$ i $r_o = V_A/I_C$, za parametre modela za male signale dobija se,

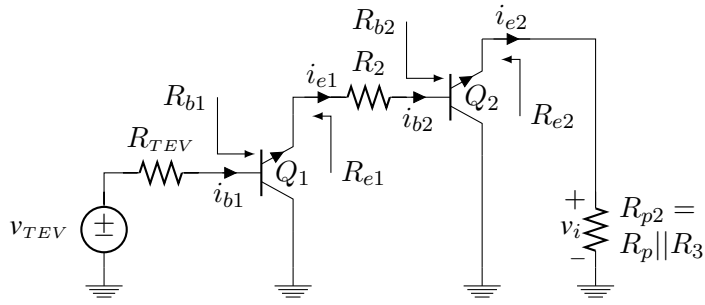
$$g_{m1} = 6.85\text{mS}, \quad r_{\pi1} = 5.84\text{k}\Omega, \quad r_{o1} = \infty\Omega$$

$$g_{m2} = 421\text{mS}, \quad r_{\pi2} = 142.54\Omega, \quad r_{o2} = \infty\Omega.$$

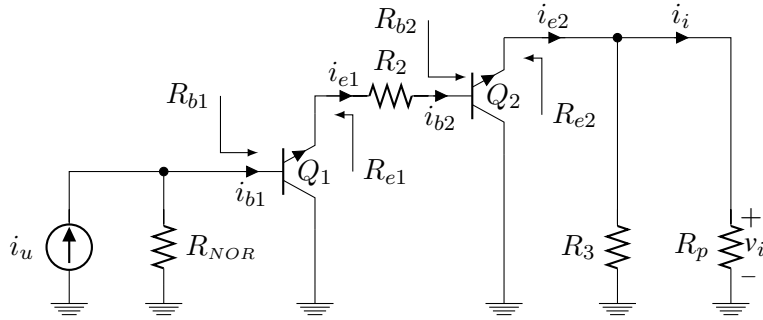
Naponsko pojačanje se dobija analizom kola sa slike 10.15a,

$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{b2}} \cdot \frac{i_{b2}}{i_{e1}} \cdot \frac{i_{e1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{v_{TEV}} \cdot \frac{v_{TEV}}{v_u}$$

$$= R_{p2} \cdot (1 + \beta_2) \cdot 1 \cdot (1 + \beta_1) \cdot \frac{1}{R_{TEV} + R_{b1}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_u} = 0.84,$$



(a) Šema za male signale za naponsko pojačanje



(b) Šema za male signale za strujno pojačanje

Slika 10.15: Ekvivalentna kola za određivanje A_n i A_s

gde su,

$$\begin{aligned} v_{TEV} &= \frac{R_1}{R_1 + R_u} v_u \\ R_{TEV} &= R_u || R_1 = 99.98\Omega \approx R_u \\ R_{p2} &= R_p || R_3 = 454.55\Omega \approx R_3 \\ R_{b2} &= r_{\pi 2} + (1 + \beta_2) R_{p2} = 27.87\text{k}\Omega \\ R_{b1} &= r_{\pi 1} + (1 + \beta_1) (R_2 + R_{b2}) = 1.35\text{M}\Omega. \end{aligned}$$

Strujno pojačanje se dobija analizom kola sa slike 10.15b pri čemu je $R_u = 1\text{M}\Omega$, odnosno, $R_{NOR} = R_u || R_1 = 333.33\text{k}\Omega$. Strujno pojačanje je,

$$A_s = \frac{i_i}{i_u} = \frac{i_i}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{b2}} \cdot \frac{i_{b2}}{i_{e1}} \cdot \frac{i_{e1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{i_u} = \frac{R_3}{R_3 + R_p} \cdot (1 + \beta_2) \cdot 1 \cdot (1 + \beta_1) \cdot \frac{R_{NOR}}{R_{NOR} + R_{b1}} = 44.93.$$

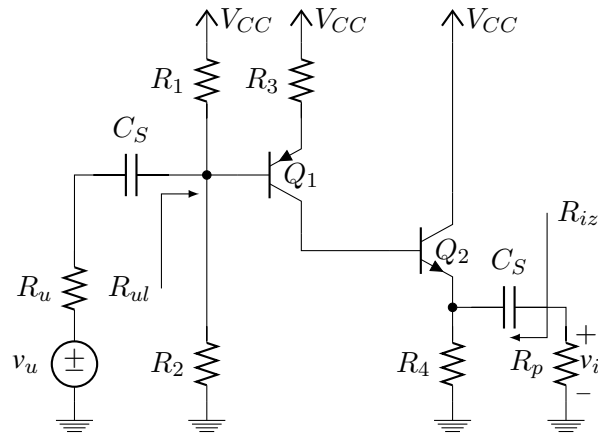
Ulazna i izlazna otpornost su,

$$\begin{aligned} R_{ul} &= R_1 || R_{b1} = 364.86\text{k}\Omega \\ R_{iz} &= R_3 || R_{e2} = 73.87\Omega, \end{aligned}$$

gde je,

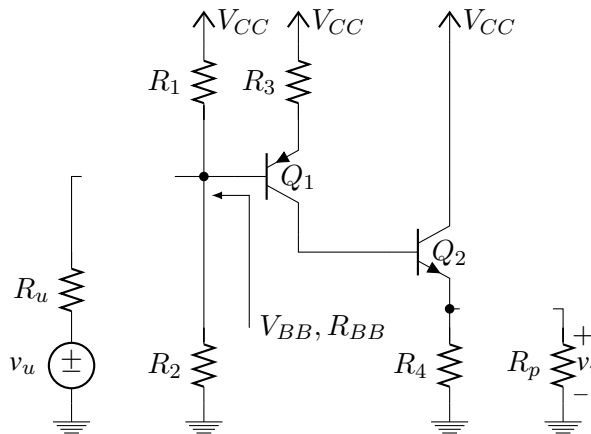
$$\begin{aligned} R_{e2} &= \frac{r_{\pi 2} + R_2 + R_{e1}}{1 + \beta_2} = 86.68\Omega, \\ R_{e1} &= \frac{r_{\pi 1} + R_{TEV}}{1 + \beta_1} = 144.88\Omega. \end{aligned}$$

PRIMER 10.4: Za Pojačavač sa CFP parom prikazan na slici 10.16 odrediti naponsko pojačanje, strujno pojačanje, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je $R_1 = 100\text{k}\Omega$, $R_2 = 300\text{k}\Omega$, $R_3 = 10\text{k}\Omega$, $R_4 = 750\text{k}\Omega$, $R_p = 10\text{k}\Omega$ i $V_{CC} = 10\text{V}$. Za naponsku pobudu uzeti $R_u = 200\Omega$, a za strujnu $R_u = 500\text{k}\Omega$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike $\{\beta, V_{EB}, V_A\}_1 = \{30, 0.7\text{V}, \infty\text{V}\}$ i $\{\beta, V_{BE}, V_A\}_2 = \{60, 0.7\text{V}, \infty\text{V}\}$.



Slika 10.16: Pojačavač sa CFP parom

REŠENJE 10.4: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim je prikazano na slici 10.17



Slika 10.17: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim

Jednosmerne struje i naponi u kolu su,

$$V_{BB} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} V_{CC} = 7.5\text{V}, \quad R_{BB} = R_1 || R_2 = 75\text{k}\Omega, \quad I_{B1} = \frac{V_{CC} - V_{BB} - V_{EB1}}{R_{BB} + (1 + \beta_1) R_3} = 4.68\mu\text{A}$$

$$I_{E1} = (1 + \beta_1) I_{B1} = 145.08\mu\text{A}, \quad I_{B2} = I_{C1} = \beta_1 I_{B1} = 140.04\mu\text{A}, \quad I_{C2} = \beta_2 I_{B2} = 7.002\text{mA}$$

$$I_{E2} = (1 + \beta_2) I_{B2} = 7.142\text{mA}, \quad V_{E2} = I_{E2} R_4 = 5.36\text{V}, \quad V_{C1} = V_{B2} = V_{BE2} + V_{E2} = 6.06\text{V}$$

$$V_{E1} = V_{CC} - I_{E1} R_3 = 8.55\text{V}, \quad V_{B1} = V_{E1} - V_{EB1} = 7.85\text{V}.$$

Na osnovu relacija $g_m = I_C/V_T$, $r_\pi = V_T/I_B = \beta/g_m$ i $r_o = V_A/I_C$, za parametre modela za male signale dobija se,

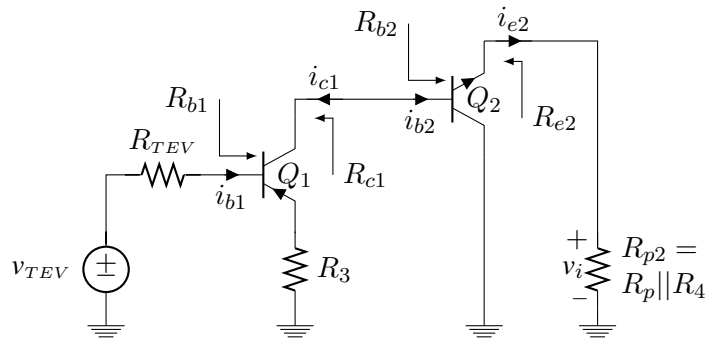
$$g_{m1} = 5.39\text{mS}, \quad r_{\pi1} = 5.56\text{k}\Omega, \quad r_{o1} = \infty\Omega$$

$$g_{m2} = 269.23\text{mS}, \quad r_{\pi2} = 185.66\Omega, \quad r_{o2} = \infty\Omega.$$

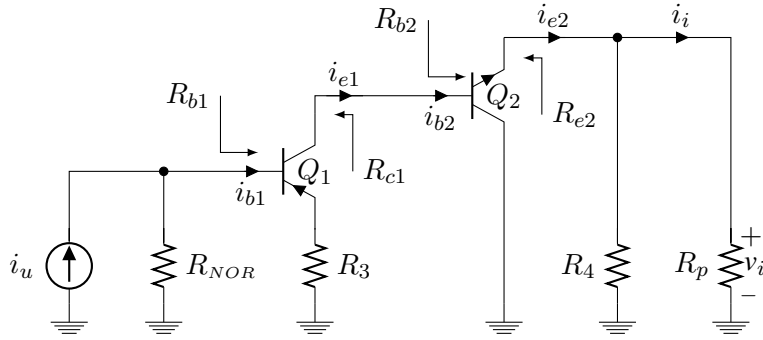
Ekvivalentno kolo za određivanje naponskog pojačanja je dato na slici 10.18a. Naponsko pojačanje je,

$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{b2}} \cdot \frac{i_{b2}}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{v_{TEV}} \cdot \frac{v_{TEV}}{v_u}$$

$$= R_{p2} \cdot (1 + \beta_2) \cdot (-1) \cdot \beta_1 \cdot \frac{1}{R_{TEV} + R_{b1}} \cdot \frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} = -3.37,$$



(a) Šema za male signale za naponsko pojačanje



(b) Šema za male signale za strujno pojačanje

Slika 10.18: Ekvivalentna kola za određivanje A_n i A_s

gde su,

$$\begin{aligned} v_{TEV} &= \frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} v_u \\ R_{TEV} &= R_u || R_{BB} = 199.47\Omega \approx R_u \\ R_{p2} &= R_p || R_3 = 697.67\Omega \\ R_{b1} &= r_{\pi 1} + (1 + \beta_1) R_3 = 315.56k\Omega. \end{aligned}$$

Strujno pojačanje se dobija analizom kola sa slike 10.18b. Za strunu pobudi treba uzeti $R_u = 500k\Omega$, pa je $R_{NOR} = R_u || R_{BB} = 65.22k\Omega$. Za strujno pojačanje se dobija,

$$A_s = \frac{i_i}{i_u} = \frac{i_i}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{b2}} \cdot \frac{i_{b2}}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{i_u} = \frac{R_4}{R_4 + R_p} \cdot (1 + \beta_2) \cdot (-1) \cdot \beta_1 \cdot \frac{R_{NOR}}{R_{NOR} + R_{b1}} = -28.64.$$

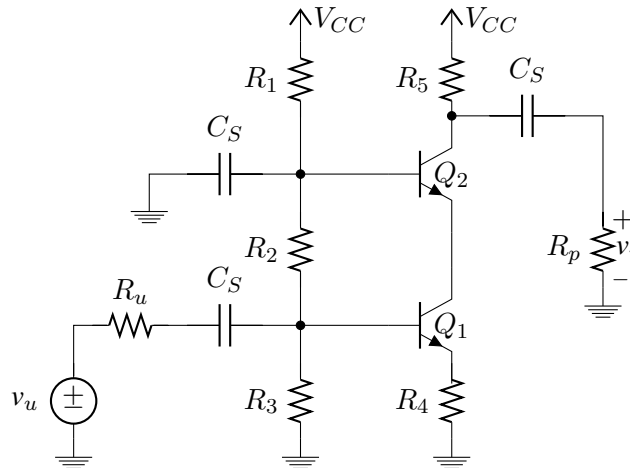
Ulazna i izlazna otpornost su,

$$\begin{aligned} R_{ul} &= R_{BB} || R_{b1} = 60.6k\Omega \\ R_{iz} &= R_4 || R_{e2} \approx R_4 = 750\Omega, \end{aligned}$$

gde je,

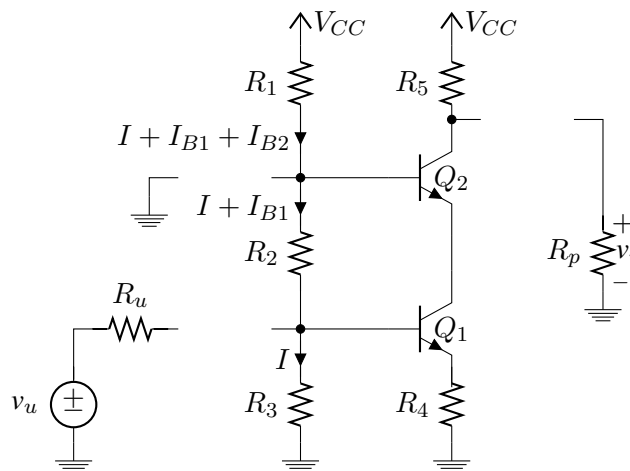
$$\begin{aligned} R_{c1} &\approx \beta_1 r_{o1} \rightarrow \infty\Omega, \\ R_{e2} &= \frac{r_{\pi 2} + R_{c1}}{1 + \beta_2} \rightarrow \infty\Omega. \end{aligned}$$

PRIMER 10.5: Za kaskodni pojačavač sa BJT tranzistorima prikazan na slici 10.19 odrediti naponsko pojačanje, strujno pojačanje, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je, $R_1 = R_2 = R_3 = 100\text{k}\Omega$, $R_4 = 100\Omega$, $R_5 = 2\text{k}\Omega$, $R_p = 10\text{k}\Omega$ i $V_{CC} = 10\text{V}$. Za naponsku pobudu uzeti $R_u = 50\Omega$, a za strujnu $R_u = 1\text{M}\Omega$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike $\{\beta, V_{BE}, V_A\}_1 = \{80, 0.7\text{V}, 100\text{V}\}$ i $\{\beta, V_{BE}, V_A\}_2 = \{100, 0.7\text{V}, 80\text{V}\}$.



Slika 10.19: Kaskodni pojačavač sa BJT tranzistorima

REŠENJE 10.5: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim je dato na slici 10.20.



Slika 10.20: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim

Na osnovu jednačina,

$$V_{CC} = (I + I_{B1} + I_{B2}) R_1 + (I + I_{B1}) R_2 + I R_3,$$

$$V_{BE1} = I R_3 - (1 + \beta_1) I_{B1}, \quad I_{E2} = I_{C1}, \quad I_{B2} = \frac{\beta_1}{1 + \beta_2} I_{B1}$$

za jednosmernu struju baze tranzistora Q_1 dobija se,

$$I_{B1} = \frac{V_{CC} - (R_1 + R_2 + R_3) \frac{V_{BE1}}{R_3}}{R_2 + R_1 \left(1 + \frac{\beta_1}{1 + \beta_2}\right) + (R_1 + R_2 + R_3) \frac{R_4}{R_3}} = 28.26\mu\text{A}.$$

Jednosmerne vrednosti ostalih struja i napona u kolu su,

$$I_{E2} = I_{C1} = \beta_1 I_{B1} = 2.26\text{mA}, \quad I_{E1} = (1 + \beta_1) I_{B1} = 2.29\text{mA}, \quad I_{B2} = \frac{I_{E2}}{1 + \beta_2} = 22.39\mu\text{A},$$

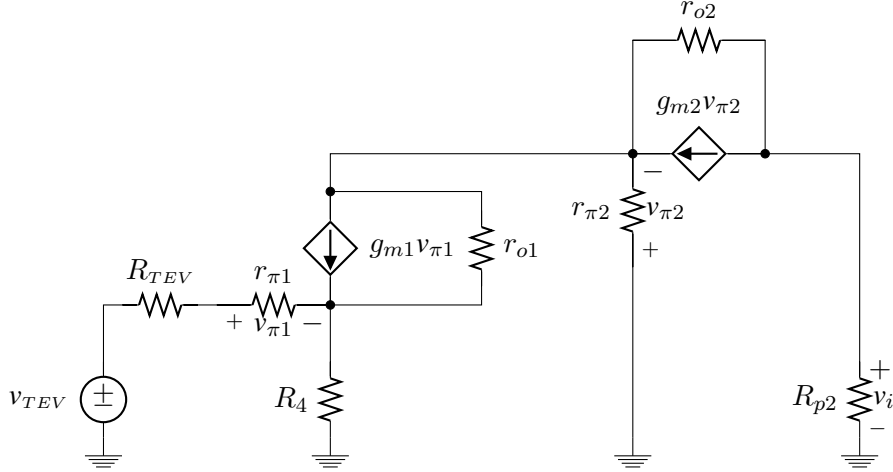
$$I_{C2} = \beta_2 I_{B2} = 2.24\text{mA}, \quad V_{E1} = I_{E1} R_4 = 229\text{mV}, \quad V_{B1} = V_{BE1} + V_{E1} = 0.93\text{V}, \quad I = \frac{V_{B1}}{R_3} = 9.3\mu\text{A},$$

$$V_{B2} = (I + I_{B1}) R_3 + V_{BE1} = 4.68\text{V}, \quad V_{E2} = V_{C1} = V_{B2} - V_{BE2} = 3.98\text{V}, \quad V_{C2} = V_{CC} - I_{C2} R_5 = 5.5\text{V}.$$

Na osnovu relacija $g_m = I_C/V_T$, $r_\pi = V_T/I_B = \beta/g_m$ i $r_o = V_A/I_C$, za parametre modela za male signale dobija se,

$$\begin{aligned} g_{m1} &= 87\text{mS}, & r_{\pi1} &= 920\Omega, & r_{o1} &= 44.23\text{k}\Omega \\ g_{m2} &= 86.1\text{mS}, & r_{\pi2} &= 1.16\text{k}\Omega, & r_{o2} &= 35.73\text{k}\Omega. \end{aligned}$$

Pošto su unutrašnje otpornosti tranzistora, r_o , konačne treba analizirati kolo sa slike 10.21. Može se uočiti da kolo ima četiri čvora za koje treba pisati jednačine. Pored jednačina čvorova treba opisati i vezu između napona čvorova, kontrolisanih napona, v_π , i poudnog generatora, v_{TEV} .



Slika 10.21: Ekvivalentno kolo za određivanje naponskog pojačanja za končano r_o

Sistem jednačina je,

$$\begin{aligned} \text{C2: } & \frac{v_i}{R_{p2}} + g_{m2}v_{\pi2} + \frac{v_i + v_{\pi2}}{r_{o2}} = 0 \\ \text{C1: } & \frac{1 + \beta_2}{r_{\pi2}}v_{\pi2} + \frac{v_i + v_{\pi2}}{r_{o2}} + \frac{v_{e1} + v_{\pi2}}{r_{o1}} = g_{m1}v_{\pi2} \\ \text{E1: } & \frac{1 + \beta_1}{r_{\pi1}}v_{\pi1} = \frac{v_{e1} + v_{\pi2}}{r_{o1}} + \frac{v_{e1}}{R_4} \\ \text{K: } & v_{TEV} = \frac{v_{\pi1}}{r_{\pi1}}R_{TEV} + v_{\pi1} + v_{e1}, \end{aligned}$$

gde su,

$$\begin{aligned} R_{p2} &= R_5 || R_p = 1.67\text{k}\Omega \\ R_{BB} &= R_2 || R_3 = 50\text{k}\Omega \\ R_{TEV} &= R_{BB} || R_u = 49.95\Omega \approx R_u \\ v_{TEV} &= \frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u}v_u \approx v_u. \end{aligned}$$

Eliminisanjme v_{e1} iz prethodnih jednačina dobija se sistem jednačina 3×3 koji se može zapisati u matričnom obliku kao,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_{p2} || r_{o2}} & 0 & g_{m2} + \frac{1}{r_{o2}} \\ \frac{1}{r_{o2}} & - \left[g_{m1} + \frac{1}{r_{o1}} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}} \right) \right] & \frac{1 + \beta_2}{r_{\pi2}} + \frac{1}{r_{o1}} \\ 0 & \frac{1 + \beta_2}{r_{\pi2}} + \frac{1}{r_{o1} || R_4} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}} \right) & - \frac{1}{r_{o2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_i \\ v_{\pi1} \\ v_{\pi2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ - \frac{v_{TEV}}{r_{o1}} \\ \frac{v_{TEV}}{r_{o1} || R_4} \end{bmatrix},$$

odnosno skraćeno,

$$\mathbf{Y}\mathbf{v} = \mathbf{i},$$

gde je \mathbf{Y} matrica sistema, \mathbf{v} vektor promenljivih i \mathbf{i} slobodni vektor (pobuda). Pošto je naponsko pojačanje definisano kao odnos v_i/v_u , a realicija između napona v_{TEV} i v_u poznata, sistem treba rešiti op v_i . Do rešenaj se može doći npr. korišćenjem Kramerovih pravila (*Cramer's Rule*). Na osnovu Kramerovih pravila važi

$$v_i = \frac{\Delta_{v_i}}{\Delta},$$

gde je $\Delta = \det\{\mathbf{Y}\}$ je determinanta sistema,

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} \frac{1}{R_{p2}||r_{o2}} & 0 & g_{m2} + \frac{1}{r_{o2}} \\ \frac{1}{r_{o2}} & -\left[g_{m1} + \frac{1}{r_{o1}} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right)\right] & \frac{1 + \beta_2}{r_{\pi2}} + \frac{1}{r_{o1}} \\ 0 & \frac{1 + \beta_1}{r_{\pi1}} + \frac{1}{r_{o1}||R_4} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right) & -\frac{1}{r_{o2}} \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{R_{p2}||r_{o2}} \left\{ \frac{1}{r_{o2}} \left[g_{m1} + \frac{1}{r_{o1}} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right) \right] - \left(\frac{1 + \beta_2}{r_{\pi2}} + \frac{1}{r_{o1}} \right) \left[\frac{1 + \beta_1}{r_{\pi1}} + \frac{1}{r_{o1}||R_4} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right) \right] \right\} + \\ &\quad \frac{1}{r_{o2}} \left(g_{m2} + \frac{1}{r_{o2}} \right) \left[\frac{1 + \beta_1}{r_{\pi1}} + \frac{1}{r_{o1}||R_4} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right) \right], \end{aligned}$$

a Δ_{v_i} determinanta modifikovane matrice sistema gde je kolona koja odovara promenljivoj v_i (u ovom slučaju prva) zamenjena slobodnim vektorom tj.,

$$\begin{aligned} \Delta_{v_i} &= \begin{vmatrix} 0 & 0 & g_{m2} + \frac{1}{r_{o2}} \\ -\frac{v_{TEV}}{r_{o1}} & -\left[g_{m1} + \frac{1}{r_{o1}} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right)\right] & \frac{1 + \beta_2}{r_{\pi2}} + \frac{1}{r_{o1}} \\ \frac{v_{TEV}}{r_{o1}||R_4} & \frac{1 + \beta_1}{r_{\pi1}} + \frac{1}{r_{o1}||R_4} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right) & -\frac{1}{r_{o2}} \end{vmatrix} \\ &= -\left(g_{m2} + \frac{1}{r_{o2}} \right) \left\{ \frac{1}{r_{o1}} \left[\frac{1 + \beta_1}{r_{\pi1}} + \frac{1}{r_{o1}||R_4} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right) \right] - \frac{1}{r_{o1}||R_4} \left[g_{m1} + \frac{1}{r_{o1}} \left(1 + \frac{R_{TEV}}{r_{\pi1}}\right) \right] \right\} v_{TEV}. \end{aligned}$$

Za konkretne brojne vrednosti dobija se $\Delta = -5.144 \times 10^{-6} \text{S}^2$ i $\Delta_{v_i} = (7.487 \times 10^{-5} \text{S}^2) v_{TEV}$. Konačno, naponsko pojačanje je,

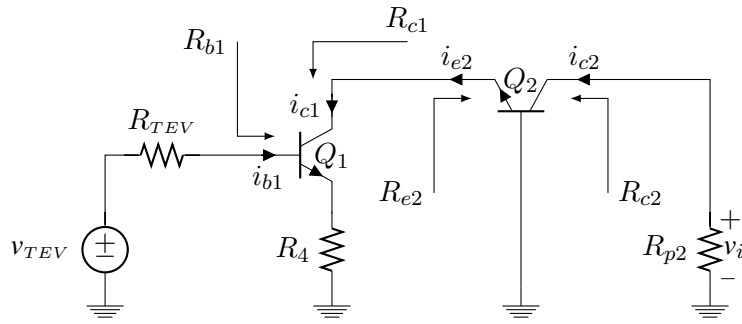
$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i}{v_{TEV}} \cdot \frac{v_{TEV}}{v_u} = \frac{1}{v_{TEV}} \frac{\Delta_{v_i}}{\Delta} \cdot \frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} = -14.54.$$

Jasno je da je ovaj način rešavanja, iako ispravan, teži u odnosu na analizu kada se pretpostavi $r_o \rightarrow \infty \Omega$. Dakle, bilo bi dobro kada bi relacije izvedena za $r_o \rightarrow \infty \Omega$ mogle da se uoptrebe i u slučaju kada je r_o konačno. Srećom, to je moguće ukoliko su otpornosti koje se vide na kolektorima tranzistora izuzetno velike. U tom slučaju prethodno korišćene apriksimacije za $r_o \rightarrow \infty \Omega$ bi bile i dalje validne.

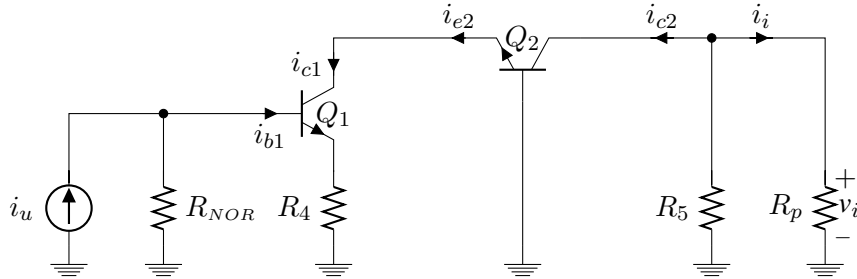
Na slici 10.22 su date ekvivalentne šeme za određivanje naponskog, odnosno, strujnog pojačanja. Da bi se koristili aproksimativni izrazi treba proveriti da li su otpornosti R_{c2} i R_{c1} značajno veće od ostalih otpornosti u kolu sa slike 10.22a. Pošto je za oba tranzistora serijska otpornost u kolu baze manja od r_π (za Q_1 važi $r_{\pi1} \gg R_{TEV}$, dok za Q_2 važi $r_{\pi2} \gg 0\Omega$ - baza tranzistora Q_2 je na masi za mali signal pa je otpornost koja se vidi na red sa $r_{\pi2}$ jednaka nuli) za otpornosti R_{c1} i R_{c2} može da se piše,

$$\begin{aligned} R_{c1} &\approx r_{o1} + (1 + \mu_1) (r_{\pi1}||R_4) = 391.4\text{k}\Omega \\ R_{c2} &\approx r_{o2} + (1 + \mu_2) (r_{\pi2}||R_{c1}) = 3.4\text{M}\Omega, \end{aligned}$$

gde su $\mu_1 = g_{m1}r_{o1} = 3848$ i $\mu_2 = g_{m2}r_{o2} = 2904.15$ koeficijenti naponskog pojačanja tranzistora. Dakle, može se zaključiti da su otpornosti R_{c1} i R_{c2} nekoliko redova veličine veće od ostalih otpornosti u kolu sa slike 10.22a



(a) Šema za male signale za naponsko pojačanje



(b) Šema za male signale za strujno pojačanje

Slika 10.22: Ekvivalentna kola za određivanje A_n i A_s

što sugerirše da se potencijalno mogu koristiti aproksimativni izrazi izvedeni za $r_o \rightarrow \infty\Omega$. Analizom kola sa slike 10.22a za naponsko pojačanje se dobija,

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i}{i_{c2}} \cdot \frac{i_{c2}}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{v_{TEV}} \cdot \frac{v_{TEV}}{v_u} \\ &= -R_{p2} \cdot \alpha_2 \cdot 1 \cdot \beta_1 \cdot \frac{1}{R_{TEV} + R_{b1}} \cdot \frac{R_{BB}}{R_{BB} + R_u} = -14.57, \end{aligned}$$

gde je $R_{b1} = r_{\pi 1} + (1 + \beta_1) R_4 = 9.02\text{k}\Omega$ i $\alpha_2 = \beta_2 / (1 + \beta_2) = 0.99$. Može se videti da je greška u pojačanju, u odnosu na analizu kada se uzmu u obzir konačne vrednosti za r_o , tek na drugoj decimali (oko 0.2%). Prema tome, kada god su otpornosti koje se vide na kolektorima tranzistora značajno veće (dva i više redova veličine) od ostalih otpornosti u kolu koje se analizira, opravdano je koristiti aproksimativne izraze izvedene pri uslovu $r_o \rightarrow \infty\Omega$.

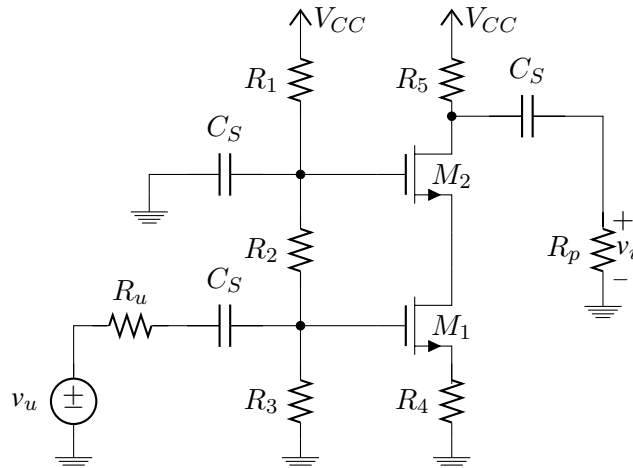
Strujno pojačanje se dobija analizom kola sa slike 10.22b. U ovom slučaju se koristi strujna pobuda. Unutrašnja otpornost strujnog generatora je zadata i iznosi $R_u = 1\text{M}\Omega$, pa je $R_{NOR} = R_{BB} || R_u = 47.62\text{k}\Omega \approx R_{BB}$. Strujno pojačanje je,

$$A_s = \frac{i_i}{i_u} = \frac{i_i}{i_{c2}} \cdot \frac{i_{c2}}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{i_u} = -\frac{R_5}{R_5 + R_p} \cdot \alpha_2 \cdot 1 \cdot \beta_1 \cdot \frac{R_{NOR}}{R_{NOR} + R_{b1}} = -11.1.$$

Ulazna i izlazna otpornost su,

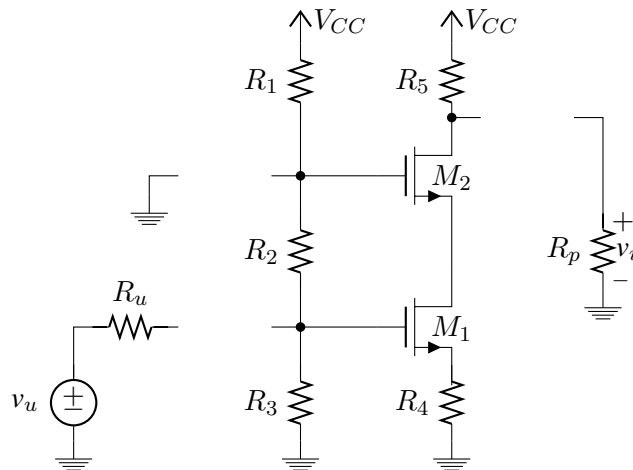
$$\begin{aligned} R_{ul} &= R_{BB} || R_{b1} = 7.64\text{k}\Omega \\ R_{iz} &= R_5 || R_{c2} = 1.99\text{k}\Omega \approx R_5. \end{aligned}$$

PRIMER 10.6: Za kaskodni pojačavač sa MOS-FET tranzistorima prikazan na slici 10.23 odrediti naponsko pojačanje, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je, $R_1 = R_2 = R_3 = 1\text{M}\Omega$, $R_4 = 500\Omega$, $R_5 = 1\text{k}\Omega$, $R_p = 10\text{k}\Omega$, $R_u = 100\Omega$ i $V_{DD} = 10\text{V}$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike $\{A, V_{TH}, V_A\}_1 = \{10\text{mA}/\text{V}^2, 1\text{V}, 80\text{V}\}$ i $\{A, V_{TH}, V_A\}_2 = \{40\text{mA}/\text{V}^2, 1\text{V}, 70\text{V}\}$.



Slika 10.23: Kaskodni pojačavač sa BJT tranzistorima

REŠENJE 10.6: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim je dato na slici 10.24 Pošto je jednosmerna struja



Slika 10.24: Ekvivalentno kolo za jednosmerni režim

gejta tranzistora zanemarljivo mala za potencijale gejtova važi,

$$V_{G1} = \frac{R_3}{R_3 + R_1 + R_2} V_{DD} = 3.33\text{V}$$

$$V_{G2} = \frac{R_3 + R_2}{R_3 + R_1 + R_2} V_{DD} = 6.67\text{V}.$$

Overdrajv napon tranzistora M_1 je,

$$V_{ov1} = \frac{1}{2A_1 R_4} \left[\sqrt{1 + 4A_1 R_4 (V_{G1} - V_{TH1})} - 1 \right] = 0.59\text{V},$$

pa je $I_{D1} = A_1 V_{ov1}^2 = 3.48\text{mA}$. Na osnovu I Kirhofovog zakona za čvor drejna tranzistora M_1 (sors tranzistora M_2) važi $I_{D2} = I_{D1}$, odnosno, $V_{ov2} = \sqrt{I_{D2}/A_2} = 0.3\text{V}$. Vrednosti jednosmernih napna u kolu su,

$$V_{GS1} = V_{TH1} + V_{ov1} = 1.59\text{V}, \quad V_{GS2} = V_{TH2} + V_{ov2} = 1.3\text{V}$$

$$V_{S1} = V_{G1} - V_{GS1} = I_{D1} R_4 = 1.74\text{V}, \quad V_{D1} = V_{S2} = V_{G2} - V_{GS2} = 5.36\text{V},$$

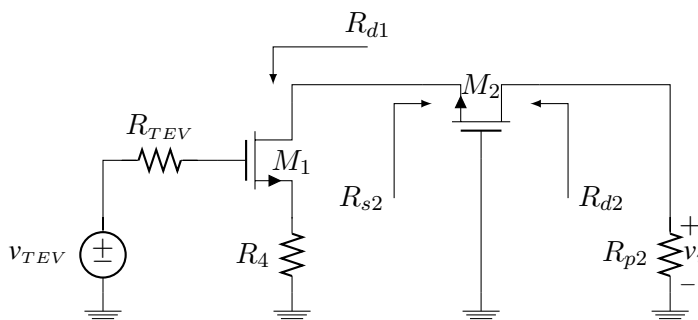
$$V_{D2} = V_{DD} - I_{D2} R_5 = 6.51\text{V}.$$

Na osnovu relacija $g_m = 2I_D/V_{ov} = 2\sqrt{AI_D} = 2AV_{ov}$ i $r_o = V_A/I_D$ dobijaju se sledeći parametri modela tranzistora za male signale

$$g_{m1} = 11.8\text{mS}, \quad r_{o1} = 22.95\text{k}\Omega, \quad \mu_1 = 271$$

$$g_{m2} = 23.24\text{mS}, \quad r_{o2} = 20.08\text{k}\Omega, \quad \mu_2 = 467.$$

Analizom kola sa slike 10.25 dolazi se do izraza za naponsko pojačanje. Naponsko pojačanje je,



Slika 10.25: Ekvivalentno kolo za određivanje A_n

$$A_n = \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i}{v_{d1}} \cdot \frac{v_{d1}}{v_{TEV}} \cdot \frac{v_{TEV}}{v_u} = \frac{(1 + \mu_2) R_{p2}}{R_{p2} + r_{o2}} \cdot \frac{-\mu_1 R_{s2}}{R_{s2} + r_{o1} + (1 + \mu_1) R_4} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{GG} + R_u} = -1.55,$$

gde su,

$$R_{p2} = R_5 || R_p = 909.1\Omega$$

$$R_{s2} = \frac{R_{p2} + r_{o2}}{1 + \mu_2} = 44.88\Omega \approx \frac{1}{g_{m2}}$$

$$R_{GG} = R_2 || R_3 = 500\text{k}\Omega.$$

Ulazna i izlazna otpornost su,

$$R_{ul} = R_{GG} = 500\text{k}\Omega$$

$$R_{iz} = R_5 || R_{d2} = 999.97\Omega \approx R_5,$$

gde su,

$$R_{d2} = r_{o2} + (1 + \mu_2) R_{d1} = 74.35\text{M}\Omega$$

$$R_{d1} = r_{o1} + (1 + \mu_1) R_4 = 159\text{k}\Omega.$$

11 Pojačavač snage i izlazni stepen

Efektivna snaga na potrošaču

$$P_L \approx \frac{V_m^2}{2R_L}. \quad (11.1)$$

Efektivna vrednost (RMS - Root Mean Square)

$$X_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt. \quad (11.2)$$

Srednja vrednost (AV - Average Value)

$$X_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T x dt. \quad (11.3)$$

Furjeov red (FS - Fourier Series)

$$x \approx A_0 + \sum_{n=1}^N (A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \sin(n\omega_0 t)) \quad (11.4)$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x dt \quad (11.5)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T x \cdot \cos(n\omega_0 t) dt \quad (11.6)$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T x \cdot \sin(n\omega_0 t) dt, \quad (11.7)$$

Ukupni klir faktor (THD - Total Harmonic Distorsion)

$$THD = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N X_n^2}}{X_1} [\%], \quad (11.8)$$

$$X_0 = A_0 \quad (11.9)$$

$$X_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad (11.10)$$

$$X_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}. \quad (11.11)$$

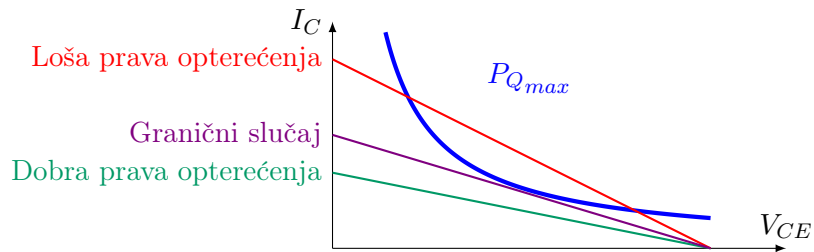
Stepne iskorišćenja (faktor korisnog dejstva)

$$\eta = 100 \frac{P_L}{P_B} [\%], \quad (11.12)$$

$$P_B = P_Q + P_L \quad (11.13)$$

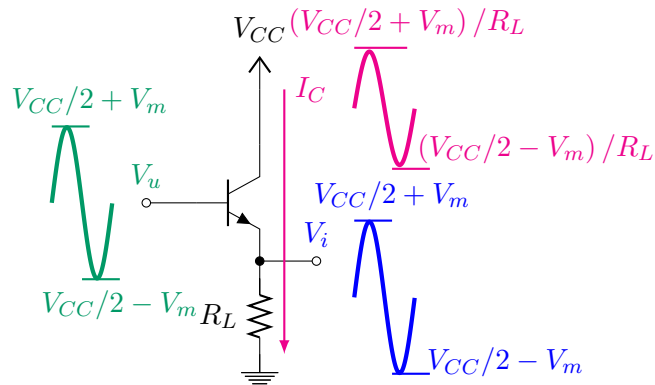
$$P_Q = I_C V_{CE}. \quad (11.14)$$

$$P_{Qmax} = \frac{T_{Smax} - T}{R_{th}}, \quad (11.15)$$



Slika 11.1: Kriva maksimalne disipacije tranzistora

11.1 Pojačavač klase A kao pojačavač snage



Slika 11.2: Zajednički kolektor kao pojačavač snage

$$A_n \approx \frac{R_L}{R_L + \frac{1}{g_m}} \quad (11.16)$$

$$P_L \approx \frac{V_m^2}{2R_L} \quad (11.17)$$

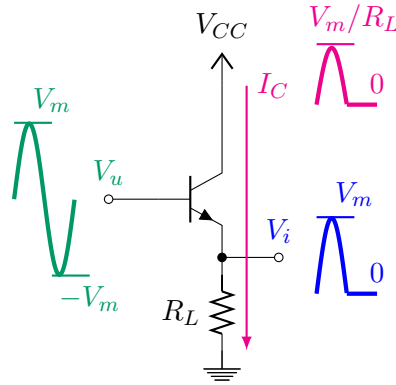
$$P_B = I_C V_{CC} \approx \frac{V_{CC}^2}{2R_L} \quad (11.18)$$

$$P_Q \approx P_B - P_L = \frac{V_{CC}^2 - V_m^2}{2R_L} \quad (11.19)$$

$$P_{Q_{max}} \approx \frac{V_{CC}^2}{2R_L} \quad (11.20)$$

$$\eta \approx 100 \cdot \left(\frac{V_m}{V_{CC}} \right)^2 \Bigg|_{V_m \lesssim V_{CC}/2} \quad (11.21)$$

11.2 Pojačavač klase B kao pojačavač snage



Slika 11.3: Zajednički kolektor kao pojačavač snage

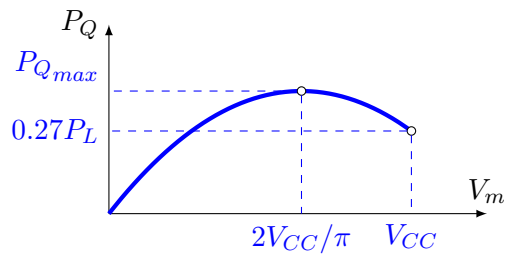
$$P_L \approx \frac{V_m^2}{4R_L}. \quad (11.22)$$

$$P_B = I_C V_{CC} \approx \frac{V_m V_{CC}}{\pi R_L}. \quad (11.23)$$

$$P_Q = P_B - P_L \approx \frac{V_m}{R_L} \left(\frac{V_{CC}}{\pi} - \frac{V_m}{4} \right). \quad (11.24)$$

$$\frac{\partial P_Q}{\partial V_m} = 0 \Rightarrow V_m = \frac{2V_{CC}}{\pi}, \quad (11.25)$$

$$P_{Qmax} \approx \frac{V_{CC}^2}{\pi^2 R_L}. \quad (11.26)$$



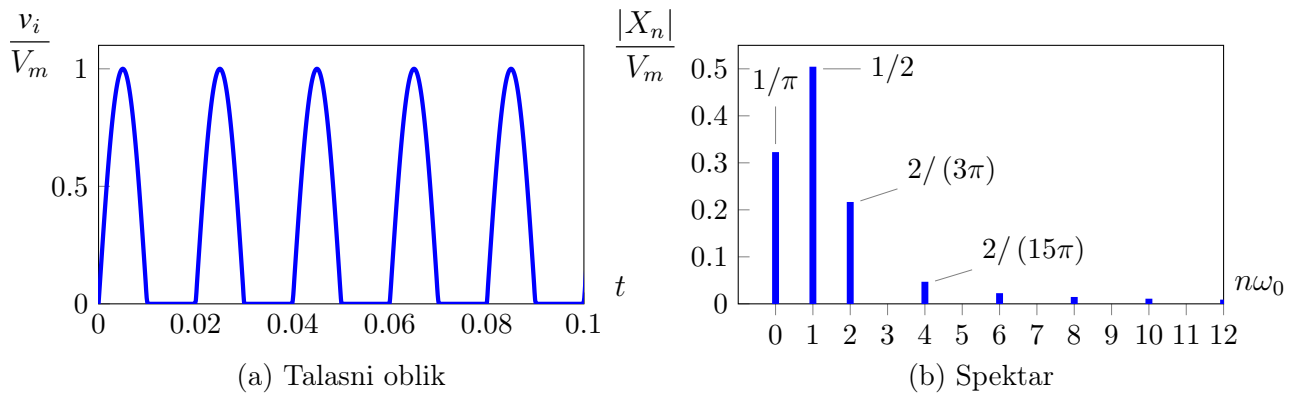
Slika 11.4: Snaga disipacije tranzistora kod pojačavača klase B

$$\eta \approx 100 \cdot \frac{\pi}{4} \left(\frac{V_m}{V_{CC}} \right) \Big|_{V_m \lesssim V_{CC}} \quad (11.27)$$

$$A_0 = \frac{1}{\pi} V_m \quad (11.28)$$

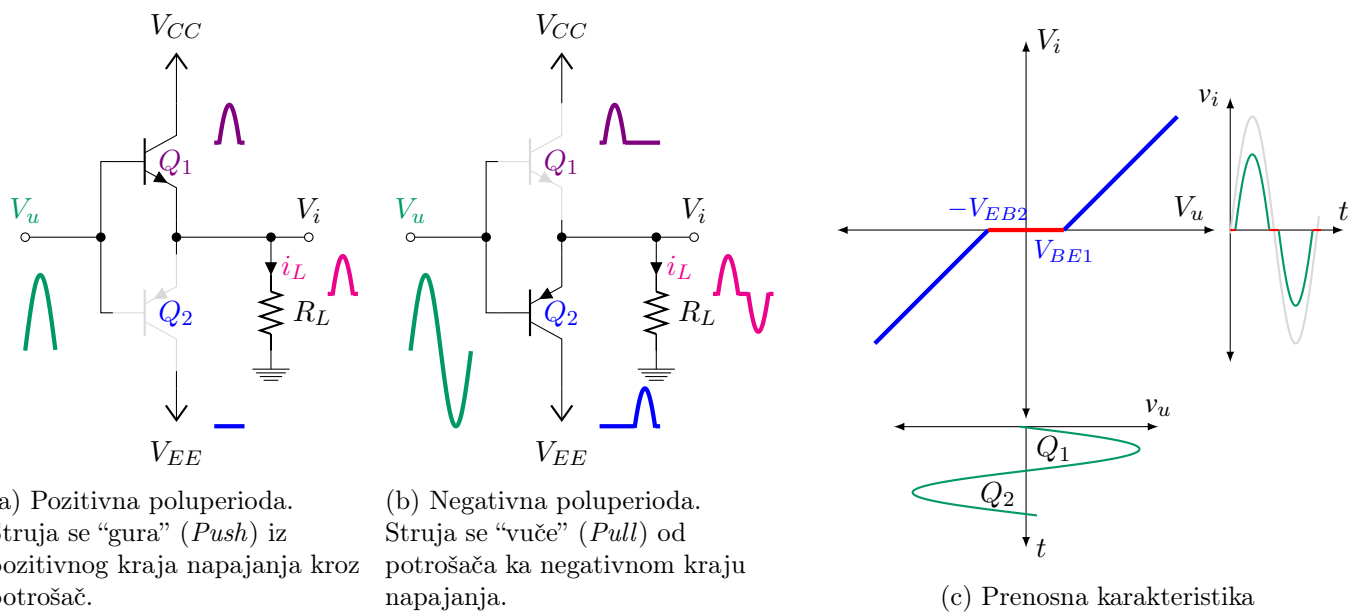
$$B_n = \begin{cases} \frac{1}{2} V_m & , \text{ za } n = 1 \\ 0 & , \text{ za } n > 1 \end{cases} \quad (11.29)$$

$$A_n = \begin{cases} \frac{2}{1 - n^2} \frac{1}{\pi} V_m & , \text{ za } n \text{ parno} \\ 0 & , \text{ za } n \text{ neparno.} \end{cases} \quad (11.30)$$



Slika 11.5: Talasni oblik (a) i spektar (b) polutalasnog signala

11.3 Push-Pull kao pojačavač snage



Slika 11.6: *Push-Pull* stepen

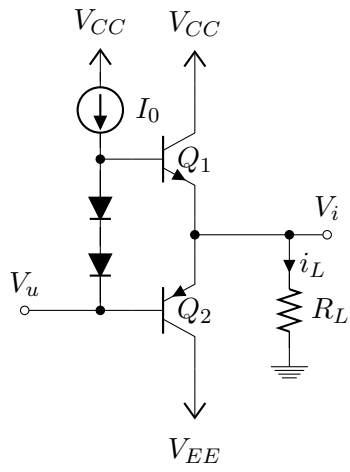
$$P_L \approx \frac{V_m^2}{2R_L}. \quad (11.31)$$

$$P_B \approx \frac{2V_{CC}V_m}{\pi R_L}. \quad (11.32)$$

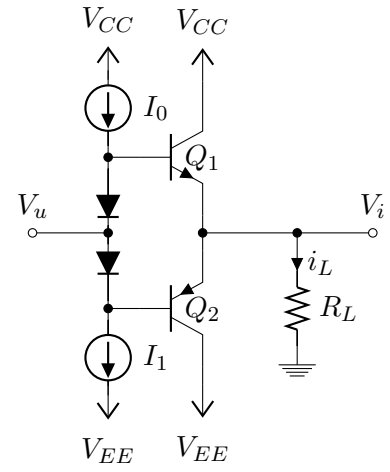
$$P_Q = P_B - P_L \approx \frac{2V_m}{R_L} \left(\frac{V_{CC}}{\pi} - \frac{V_m}{4} \right), \quad (11.33)$$

$$P_{Q1} = P_{Q2} = \frac{P_Q}{2} \approx \frac{V_m}{R_L} \left(\frac{V_{CC}}{\pi} - \frac{V_m}{4} \right). \quad (11.34)$$

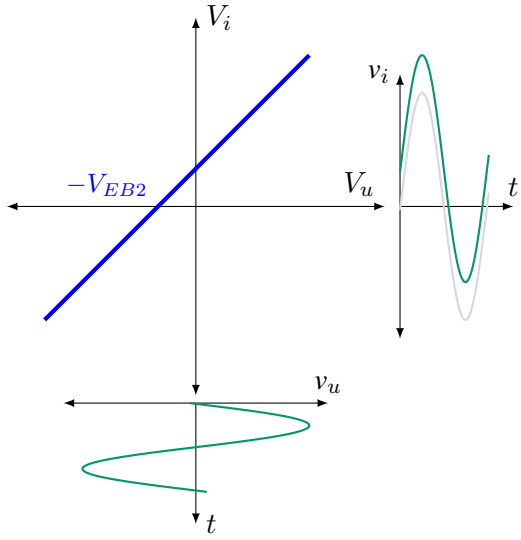
$$\eta \approx 100 \cdot \frac{\pi}{4} \left(\frac{V_m}{V_{CC}} \right) \Big|_{V_m \lesssim V_{CC}} \quad (11.35)$$



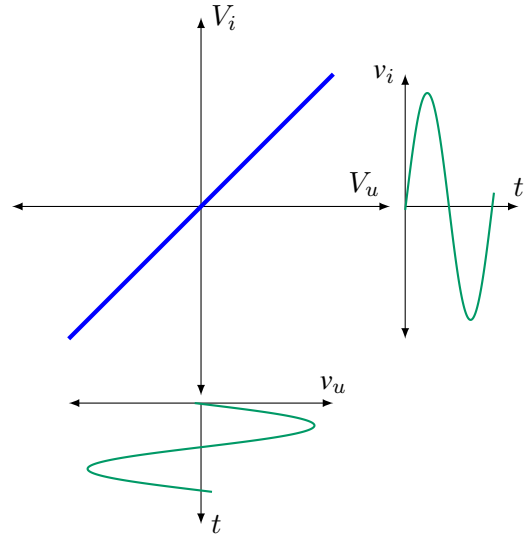
(a) Asimetričan ulaz



(b) Simetričan ulaz



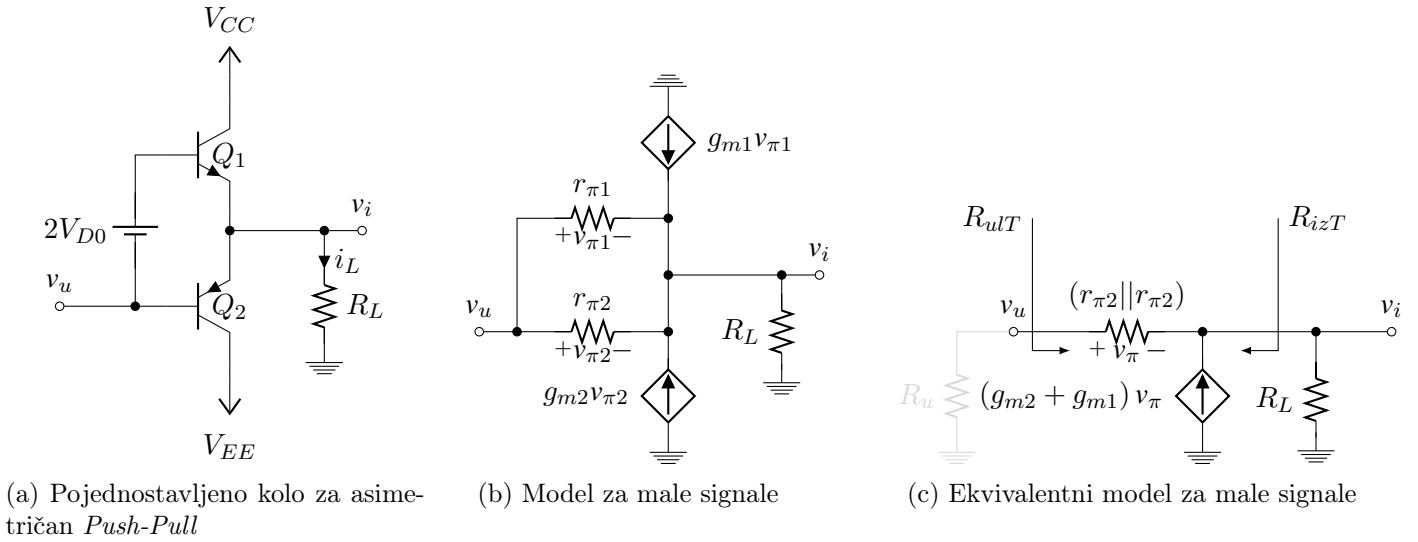
(c) Prenosna karakteristika za asimetričan



(d) Prenosna karakteristika za simetričan ulaz

Slika 11.7: Poboľjšani *Push-Pull*

11.4 Push-Pull kao izlazni stepen

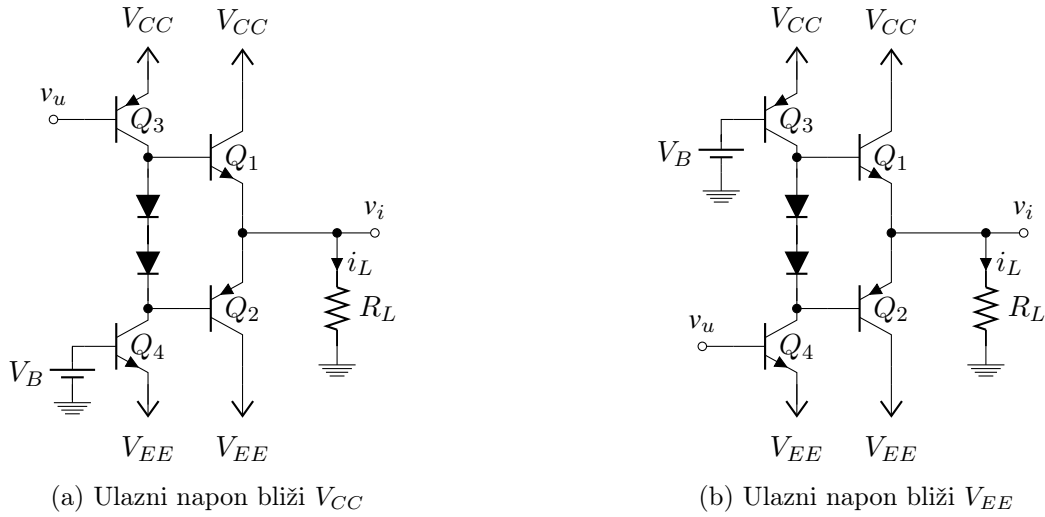


Slika 11.8: *Push-Pull* analiza malih signala

$$A_n = \frac{(1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{\pi1} || r_{\pi2})) R_L}{r_{\pi1} || r_{\pi2} + (1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{\pi1} || r_{\pi2})) R_L} \quad (11.36)$$

$$R_{ulT} = r_{\pi1} || r_{\pi2} + (1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{\pi1} || r_{\pi2})) R_L \quad (11.37)$$

$$R_{izT} = \frac{r_{\pi1} || r_{\pi2} + R_u}{1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{\pi1} || r_{\pi2})}, \quad (11.38)$$



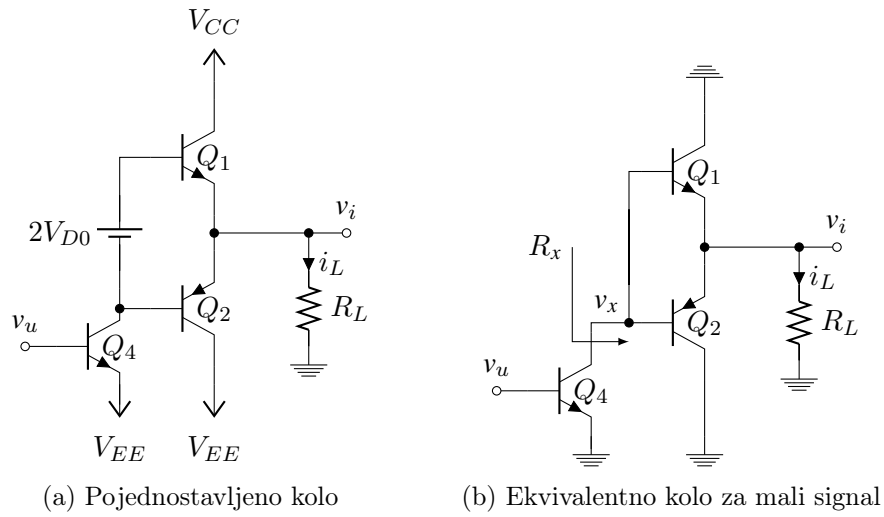
Slika 11.9: Dodavanje pojačavačkog stepena

$$A_n = \frac{v_i}{v_x} \cdot \frac{v_x}{v_u} \approx -g_{m4} R_x \quad (11.39)$$

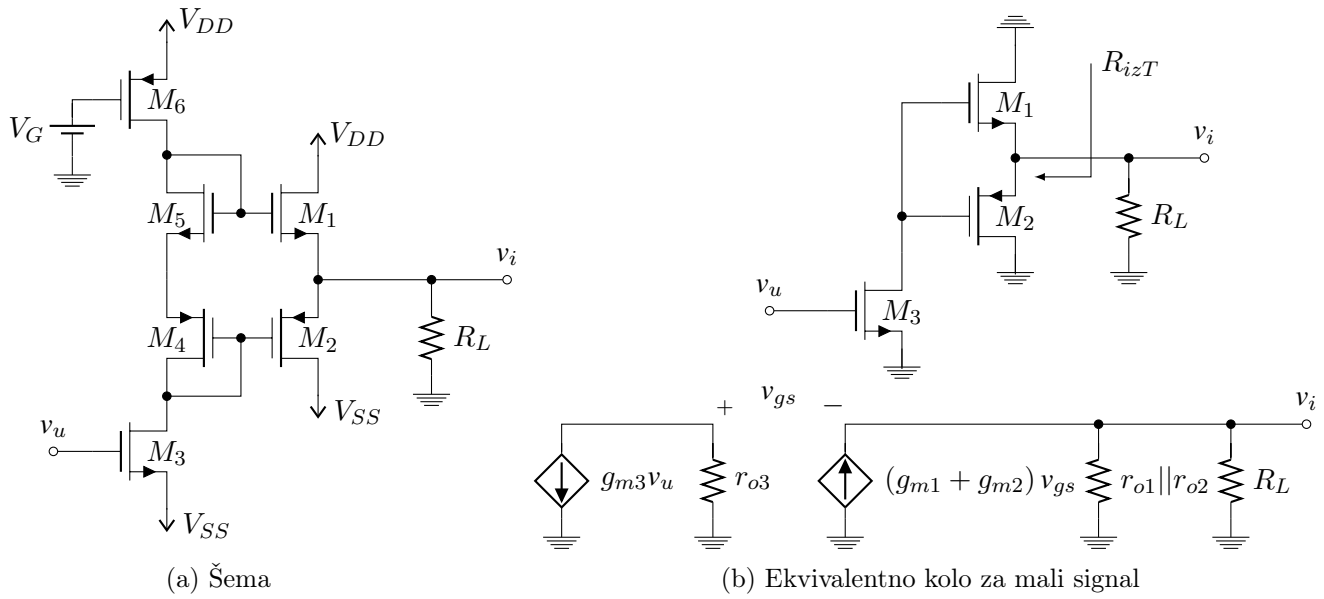
$$\approx -g_{m4} \left[r_{\pi1} || r_{\pi2} + (1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{\pi1} || r_{\pi2})) R_L \right], \quad (11.40)$$

$$R_{ulT} = r_{\pi4} \quad (11.41)$$

$$R_{izT} = \frac{r_{\pi1} || r_{\pi2} + r_{o4}}{1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{\pi1} || r_{\pi2})}. \quad (11.42)$$



Slika 11.10: Kolo za analizu malih signala *Push-Pull* stepena sa pojačanjem



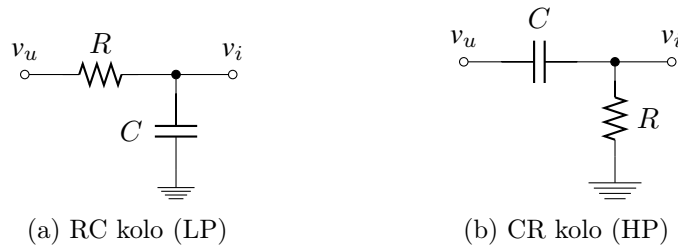
Slika 11.11: MOS-FET *Push-Pull* stepena sa pojačanjem

$$A_n = -\frac{g_{m3}r_{o3}(g_{m1} + g_{m2})(r_{o1}||r_{o2}||R_L)}{1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{o1}||r_{o2}||R_L)} \quad (11.43)$$

$$R_{izT} = \frac{r_{o1}||r_{o2}}{1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{o1}||r_{o2})}. \quad (11.44)$$

12 Frekvencijske karakteristike

12.1 Funkcija prvog reda



Slika 12.1: Frekvencijski zavisna kola prvog reda

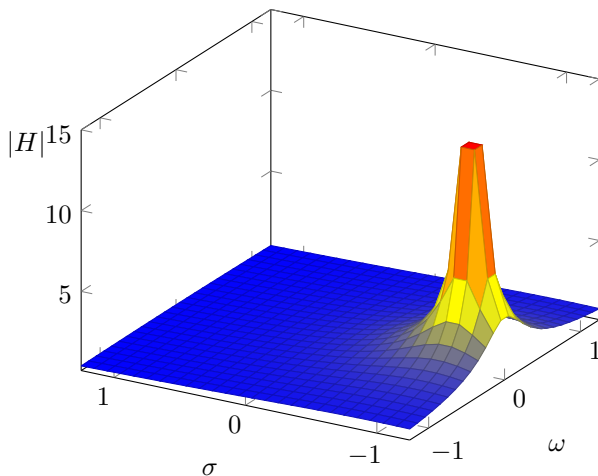
$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = \left| \frac{V_{imax}}{V_{umax}} \right| e^{j(\Phi_i - \Phi_u)} \quad (12.1)$$

$$|H(s)| = \left| \frac{V_{imax}}{V_{umax}} \right| \quad (12.2)$$

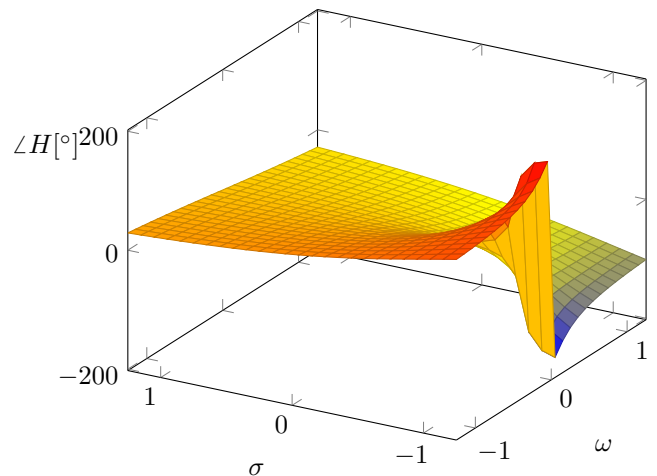
$$\arg\{H(s)\} = \Phi_i - \Phi_u. \quad (12.3)$$

LP-Low Pass

$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = \frac{1}{1 + sRC} = \frac{1}{1 + s\tau}. \quad (12.4)$$



(a) Moduo prenosne funkcije u okolini pola



(b) Argument prenosne funkcije u okolini pola

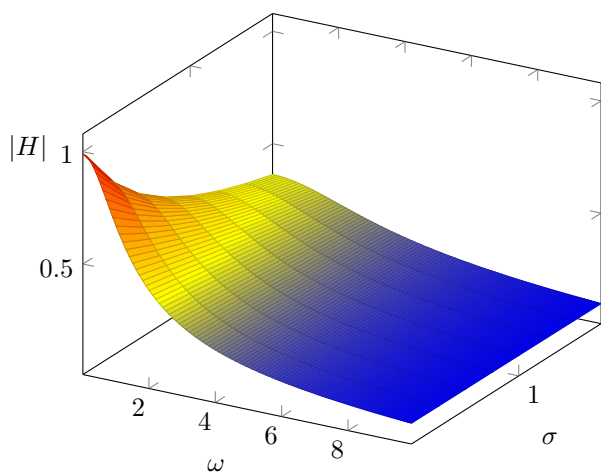
Slika 12.2: Moduo i argument kompleksne prenosne funkcije prvog reda u okolini pola

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0} \quad (12.5)$$

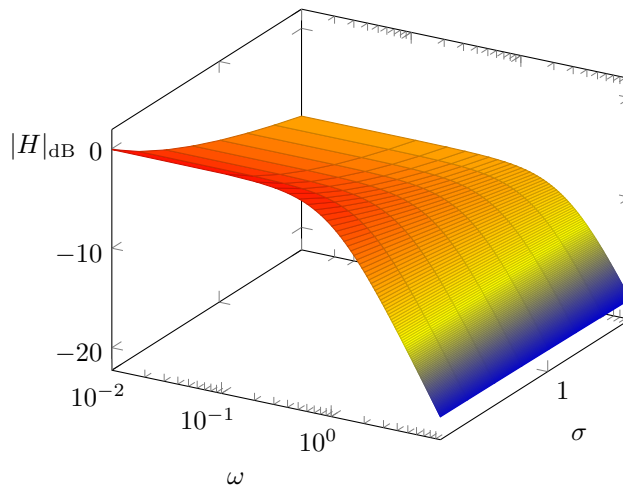
$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \quad (12.6)$$

$$|H|_{\text{dB}} = 20 \log(|H|) = -20 \log\left(\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}\right) \quad (12.7)$$

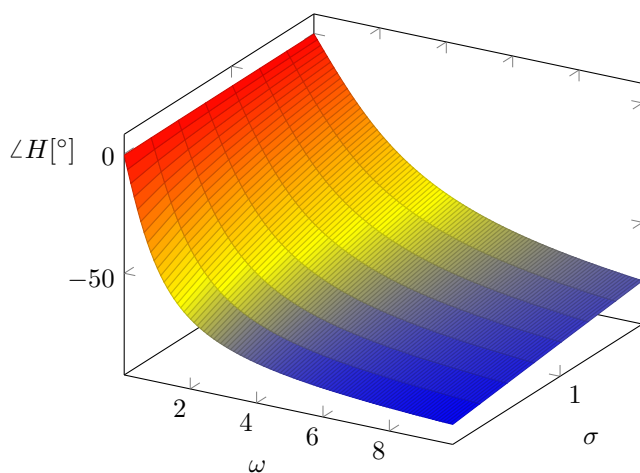
$$\angle H = -\arctan \frac{\omega}{\omega_0}, \quad (12.8)$$



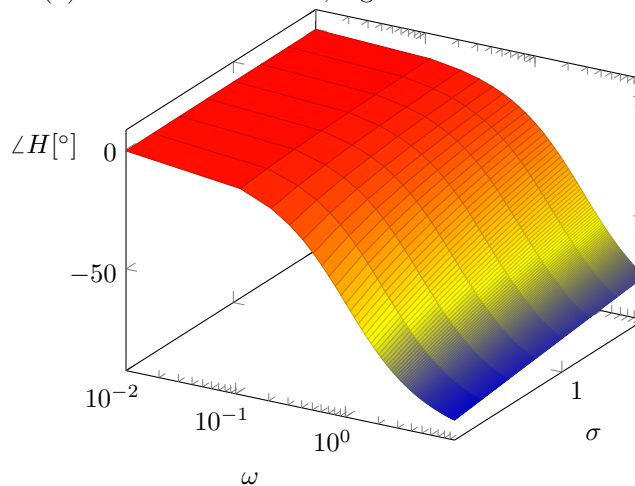
(a) Moduo, linearna razmera



(b) Moduo u decibelima, logaritamska razmera



(c) Faza u stepenima, linearna razmera



(d) Faza u stepenima, logaritamska razmera

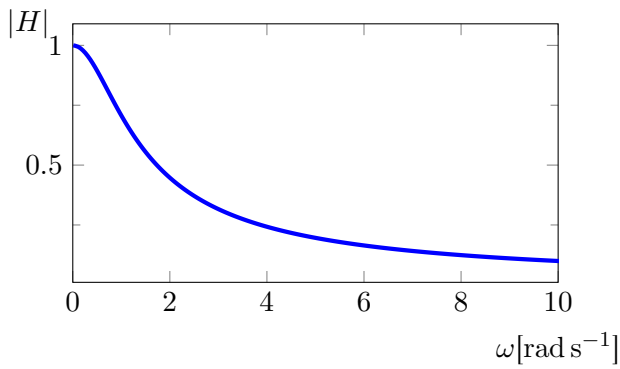
Slika 12.3: Moduo i argument kompleksne prenosne funkcije prvog reda, projekcija na ravan $\sigma = 0$

Tabela 12.1: Aproximacija frekvencijskih karakteristika

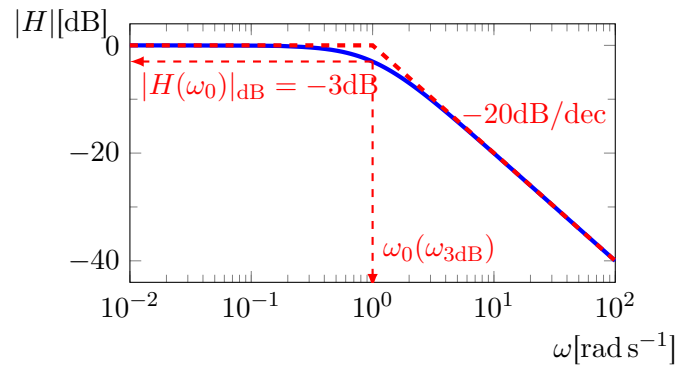
ω	$ H _{\text{dB}}$	$\angle H[^\circ]$
0	$-20 \log(\sqrt{1}) = 0$	$-\arctan(0) \approx 0$
$0.1\omega_0$	$-20 \log(\sqrt{1+0.01}) \approx 0$	$-\arctan(0.1) \approx 0$
ω_0	$-20 \log(\sqrt{1+1}) \approx -3$	$-\arctan(1) \approx -45$
$10\omega_0$	$-20 \log(\sqrt{1+100}) \approx -20$	$-\arctan(10) \approx -90$
$100\omega_0$	$-20 \log(\sqrt{1+1000}) \approx -40$	$-\arctan(100) \approx -90$
∞	$-20 \log(\sqrt{1+\infty}) \approx -\infty$	$-\arctan(\infty) = -90$

Tabela 12.2: Konverzija karakterističnih realnih vrednosti u decibele

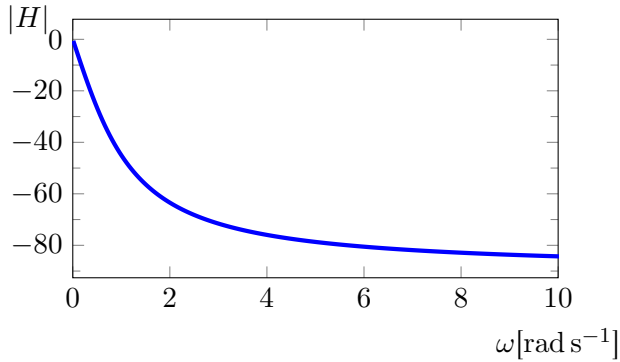
X	1/2	$1/\sqrt{2}$	0.9	1	1.1	$\sqrt{2}$	2
X_{dB}	-6	-3	-1	0	1	3	6



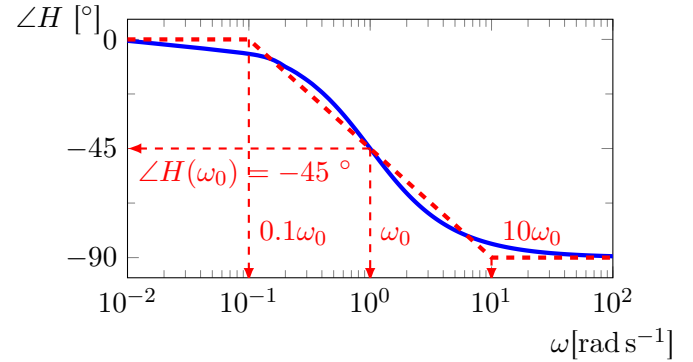
(a) Amplitudska karakteristika, linearna razmera



(b) Amplitudska karakteristika, logaritamska razmera



(c) Fazna karakteristika, linearna razmera



(d) Fazna karakteristika, logaritamska razmera

Slika 12.4: Frekvencijske karakteristike za kolo sa slike 12.1a

HP - High Pass

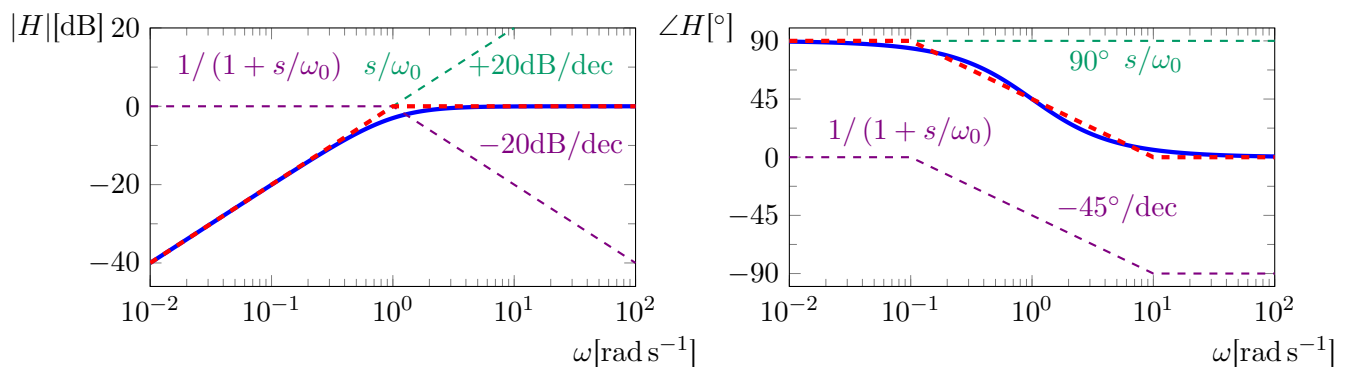
$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = \frac{sRC}{1 + sRC} = \frac{s/\omega_0}{1 + s/\omega_0} \quad (12.9)$$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_0} \quad (12.10)$$

$$|H| = \frac{\omega/\omega_0}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \quad (12.11)$$

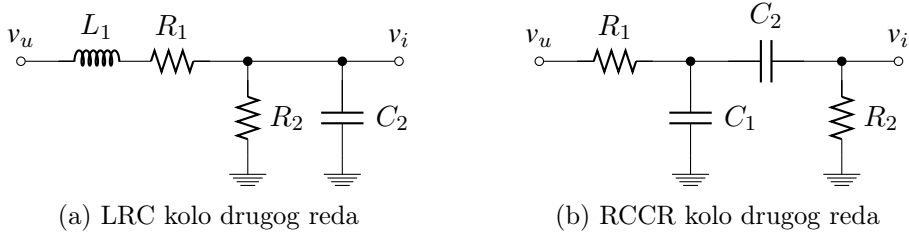
$$|H|_{\text{dB}} = 20 \log(|H|) = 20 \log(\omega/\omega_0) - 20 \log\left(\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}\right) \quad (12.12)$$

$$\angle H = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (12.13)$$



Slika 12.5: Bodeovi dijagrami za CR kolo sa slike 12.1b

12.2 Funkcija drugog reda



Slika 12.6: Frekvencijski zavisna kola drugog reda

$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = K \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1}{s^2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} C_1 L_2 + s \left(\frac{L_1}{R_1 + R_2} + (R_1 || R_2) C_2 \right) + 1} \quad (12.14)$$

$$N(s) = 1 \quad (12.15)$$

$$D(s) = as^2 + bs + 1 \quad (12.16)$$

$$K = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \quad (12.17)$$

$$a = KC_2 L_1 \quad (12.18)$$

$$b = \frac{L_1}{R_1 + R_2} + (R_1 || R_2) C_2 \quad (12.19)$$

$$D(s) = \left(\frac{s}{s_{p1}} - 1 \right) \left(\frac{s}{s_{p2}} - 1 \right) \quad (12.20)$$

$$= \left(\frac{s^2}{s_{p1} s_{p2}} - s \left(\frac{1}{s_{p1}} + \frac{1}{s_{p2}} \right) + 1 \right) \quad (12.21)$$

$$a = \frac{1}{s_{p1} s_{p2}} \quad (12.22)$$

$$b = - \left(\frac{1}{s_{p1}} + \frac{1}{s_{p2}} \right), \quad (12.23)$$

$$D(s) = \frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{1}{Q\omega_n} s + 1 \quad (12.24)$$

$$a = \frac{1}{\omega_n^2} \quad (12.25)$$

$$b = \frac{1}{Q\omega_n} \quad (12.26)$$

$$\omega_n^2 = \sigma_p^2 + \omega_p^2 \quad (12.27)$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_p}{\sigma_p} \right)^2}, \quad (12.28)$$

$$s_{p2}^* = -\sigma_p + j\omega_p. \quad (12.29)$$

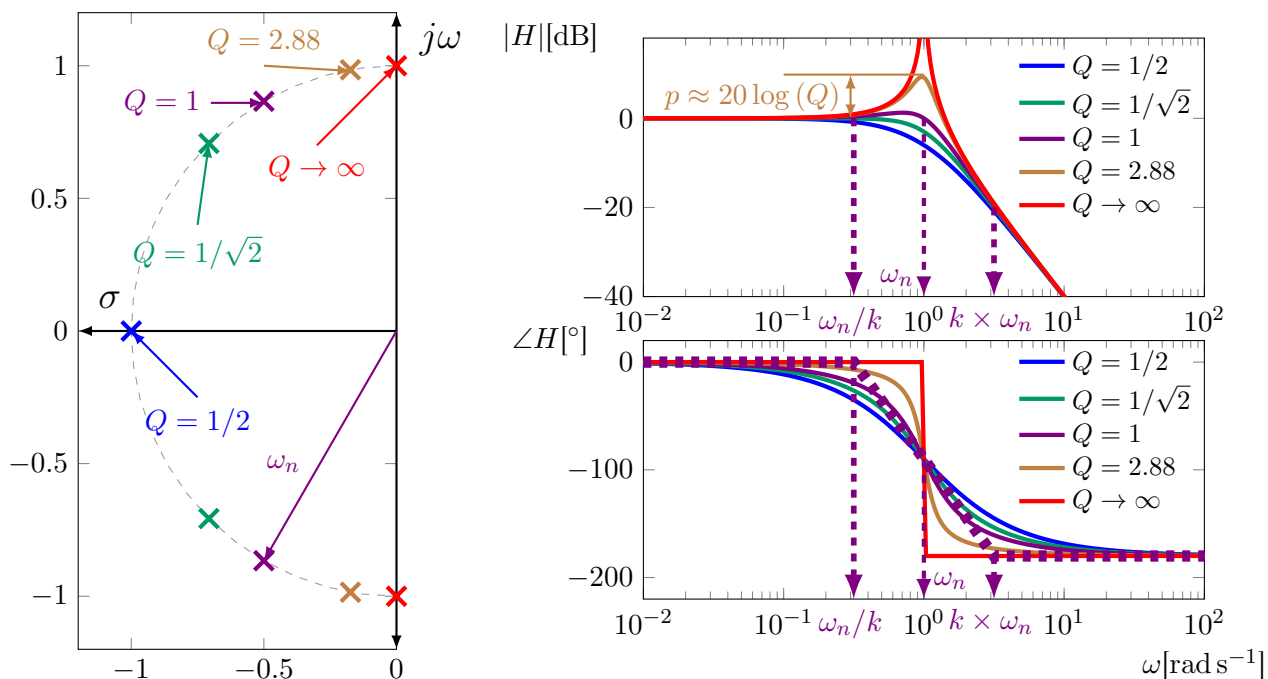
Čisto imaginarni polovi

$$\sigma_p = 0, \quad (12.30)$$

$$s_{p1} = s_{p2}^* = j\omega_n \quad (12.31)$$

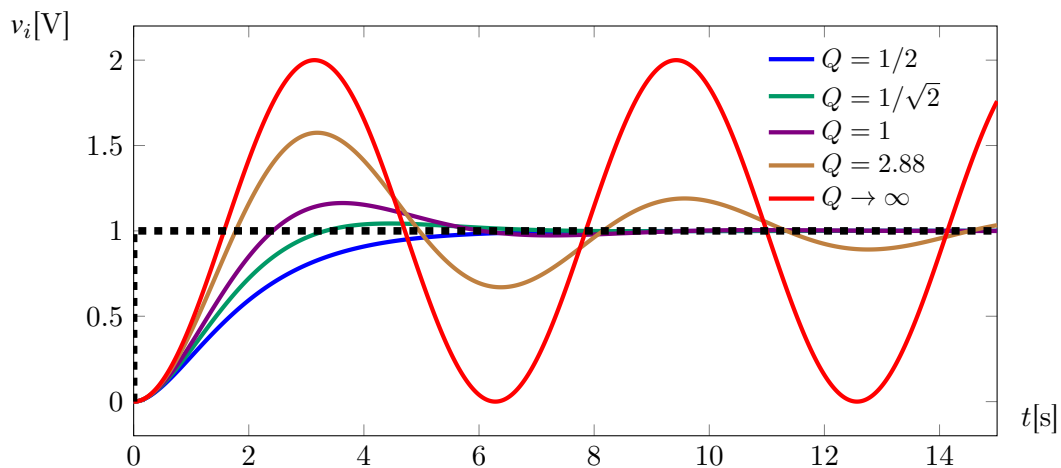
$$D(s) = (s^2/\omega_n^2 + 1) \quad (12.32)$$

$$D(\omega) = (1 - \omega^2/\omega_n^2)^{-1} \quad (12.33)$$



(a) Položaj polova za različito Q

(b) Bodeovi dijagrami



(c) Odziv na jediničnu (Hevisajdovu) pobudu

Slika 12.7: Odziv sistema drugog reda za $\omega_n = 1 \text{ rad s}^{-1}$

Konjugovano kompleksni polovi sa nenultim realnim delom

$$D(s) = as^2 + bs + 1 \quad (12.34)$$

$$a = \frac{1}{\sigma_{p1}\sigma_{p2}} \quad (12.35)$$

$$b = \frac{1}{\sigma_{p1}} + \frac{1}{\sigma_{p2}} \quad (12.36)$$

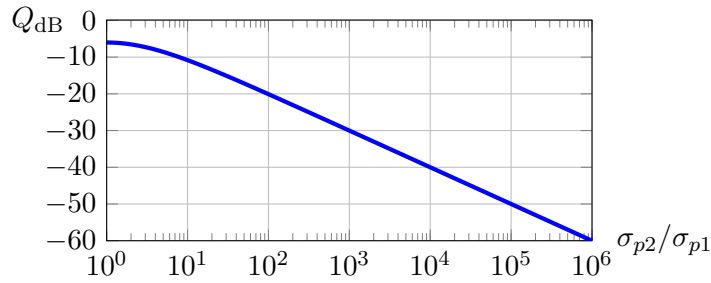
$$\omega_n^2 = \sigma_{p1}\sigma_{p2} \quad (12.37)$$

$$Q = \frac{\sqrt{\sigma_{p1}\sigma_{p2}}}{\sigma_{p1} + \sigma_{p2}} \quad (12.38)$$

Razmaknuti polovi (Split-poles $Q \lesssim 0.3$ ($Q_{db} \lesssim -10\text{dB}$))

$$\sigma_{p1} \approx \frac{1}{b} \quad (12.39)$$

$$\sigma_{p2} \approx \frac{b}{a}, \quad (12.40)$$



Slika 12.8: Trend promene Q faktora za realne polove

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (12.41)$$

$$s_1 = -\frac{b}{a} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{4ac}{b^2}} \right) \quad (12.42)$$

$$s_2 = -\frac{b}{a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{4ac}{b^2}} \right) \quad (12.43)$$

Midlbrukove formule ($0.3 < Q \leq 0.5$)

$$s_1 = -\frac{c}{b} \frac{1}{F} \quad (12.44)$$

$$s_2 = -\frac{b}{a} F \quad (12.45)$$

$$F = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4Q^2} \quad (12.46)$$

$$Q^2 = \frac{ac}{b^2} \quad (12.47)$$

Tabela 12.3: Aproksimacija za prenosnu funkciju drugog reda

$Q = \sqrt{a}/b$	s_{p1}, s_{p2}	$\omega_0(\omega_{3dB})$	ω_n	$p(Q_{dB})$	k
$Q < 0.3$	$\sigma_{p1} \approx 1/b$ $\sigma_{p2} \approx b/a$	σ_{p1}	–	–3 dB	10
$0.3 < Q \leq 0.5$	$\sigma_{p1} = 1/(Fb) = \omega_n Q/F$ $\sigma_{p2} = F(b/a) = \omega_n F/Q$	$\min\{\sigma_{p1}, \sigma_{p2}\}$	$1/\sqrt{a}$	[–10 : –6]	10
$0.5 < Q \leq 0.707$	–	$\approx \omega_n/\sqrt{2}$ ($\omega_n @ Q = 0.707$)	$1/\sqrt{a}$	[–6 : –3]	10
$0.707 < Q < \infty$	–	–	$1/\sqrt{a}$	[–3 : Q_{dB}]	$10^{1/(2Q)}$

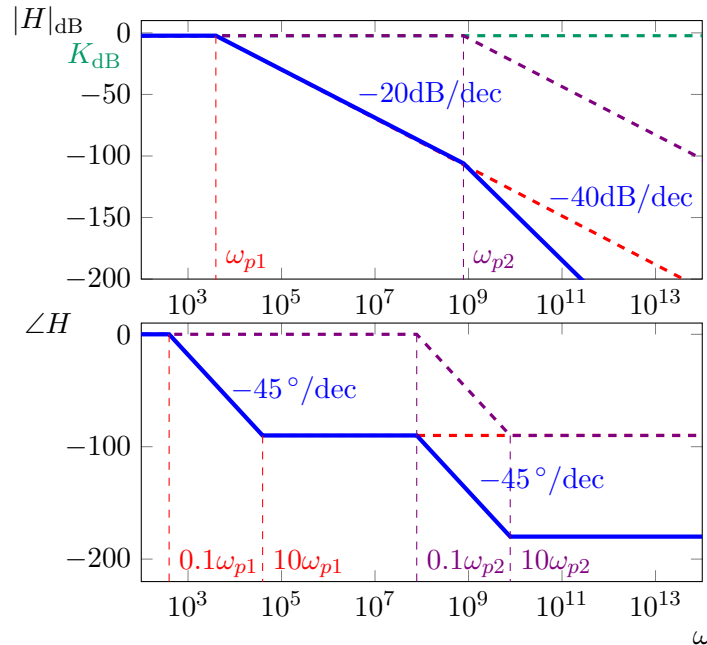
Aproksimacija frekvencijskih karakteristika za prenosnu funkciju drugog reda se može opisati sledećom procedurom.

- Dvesti polinom imenioca prenosne funkcije u formu $D(s) = as^2 + bs + 1$ (dakle $c = 1$).
- Proračunati vrednost Q faktora pomoću $Q = \sqrt{a}/b$.
- Na osnovu aproksimacija iz tabele 12.3 skicirati frekvencijske karakteristike (Bodeove dijagrame).

12.3 Analiza frekvencijski zavisnih kola

PRIMER 12.1: Za kolo sa slike 12.6a odrediti prenosnu funkciju, a zatim skicirati asimptotsku aproksimaciju frekvencijskih karakteristika. Poznato je $R_1 = 3\text{ k}\Omega$, $R_2 = 10\text{ k}\Omega$, $L_1 = 4\text{ }\mu\text{H}$, $C_2 = 110\text{ nF}$.

REŠENJE 12.1: Prenosna funkcija kola sa slike je data u (12.14). Vrednosti parametara polinoma u imeniocu su $a = 3.384 \times 10^{-13}$, $b = 2.538 \times 10^{-4}$. Dakle, $Q = \sqrt{a}/b = 0.0023 \ll 0.3$ pa se može zaključiti da se radi o razdvojenim polovima. Vrednosti polova su $\omega_{p1} = 1/b = 3.94 \times 10^3\text{ rad s}^{-1}$ i $\omega_{p2} = b/a = 7.8 \times 10^8\text{ rad s}^{-1}$. Konstanta $K = 0.796$ u decibelima je $K_{\text{dB}} = -2.28\text{ dB}$. Aproksimacija frekvencijskih karakteristika je data na slici 12.9.



Slika 12.9: Asimptotska aproksimacija frekvencijskih karakteristika

PRIMER 12.2: Za kolo sa slike 12.6b odrediti prenosnu funkciju, a zatim skicirati asimptotsku aproksimaciju frekvencijskih karakteristika. Poznato je $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 10\text{ k}\Omega$, $C_1 = 10\text{ nH}$, $C_2 = 1\text{ nF}$.

REŠENJE 12.2: Rešavanjem kola sa slike 12.6b dobija se sledeća prenosna funkcija

$$\begin{aligned}
 H(s) &= \frac{V_i}{V_u} = \frac{sC_2R_2}{s^2R_1C_1R_2C_2 + s(R_2C_2 + R_1(C_1 + C_2)) + 1} \\
 &= \frac{N(s)}{D(s)}
 \end{aligned} \tag{12.48}$$

$$N(s) = s/\omega_x$$

$$D(s) = as^2 + bs + 1$$

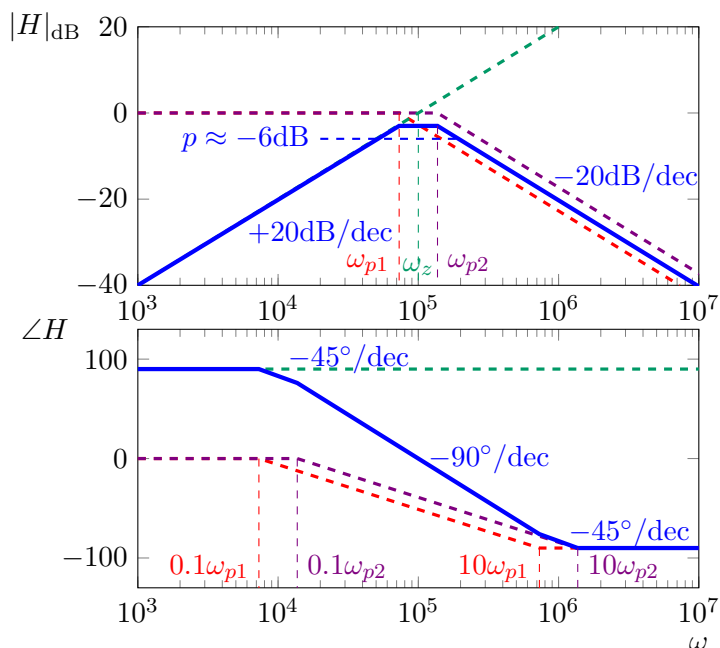
$$\omega_z = \frac{1}{C_2R_2}$$

$$a = R_1C_1R_2C_2$$

$$b = R_2C_2 + R_1(C_1 + C_2)$$

Vrednosti parametara polinoma u imeniocu su $a = 1 \times 10^{-10}$, $b = 2.1 \times 10^{-5}$. Dakle, $Q = \sqrt{a}/b = 0.476 > 0.3$ pa se može zaključiti da se radi o realnim polovima različitih vrednosti. Za $F = 0.653$ dobijaju se sledeće vrednosti polova $\omega_{p1} = 1/(bF) = 7.23 \times 10^4\text{ rad s}^{-1}$, $\omega_{p2} = F(b/a) = 1.37 \times 10^5\text{ rad s}^{-1}$. Vrednost koeficijenta u brojiocu je $\omega_x = 1 \times 10^5\text{ rad s}^{-1}$. Aproksimacija frekvencijskih karakteristika je data na slici 12.10.

Za niske frekvencije uticaj polova je nula pa dominantan uticaj ima član s/ω_z koji ispoljava rast od $+20\text{ dB/dec}$. Ovakava trend se nastavlja sve dok ne počne uticaj prvog pola, ω_{p1} . U tom trenutku vrednost modula prenosne funkcije je $20 \log(\omega_{p1}/\omega_x \approx -3\text{ dB})$. Dakle, od frekvencije $\omega = \omega_{p1}$ pozitivan priraštaj člana s/ω_x je poništen negativnim priraštajem pola pa vrednost amplitudske karakteristike ostaje konstantna. Kada frekvencija dostigne vrednost drugog pola, ω_{p2} , karakteristika ispoljava pad od -20 dB/dec .



Slika 12.10: Asimptotska aproksimacija frekvencijskih karakteristika

Treba uočiti da, prema tabeli 12.3, uticaj polova unosi slabljenje od $p \approx -6\text{dB}$ na frekvenciji $\omega_n = 1/\sqrt{a} = 1 \times 10^5 \text{rad}$. Pošto je u ovom slučaju $\omega_n = \omega_z$ to znači da je maksimalna vrednost amplitudske karakteristike za oko -3dB manja od procenjene aproksimacijom linearnim segmentima.

Na osnovu oblika amplitudske karakteristike jasno je da kolo obavlja funkciju propusnika uskog opsega frekvencija (u okolini ω_z). Opseg je $\omega_{BW} \approx \omega_{p2} - \omega_{p1} = 6.4 \times 10^4 \text{rad s}^{-1}$ odnosno $f_{BW} = \omega_{BW} / (2\pi) \approx 10\text{kHz}$ pri čemu je slabljenje unutar opsega oko dva puta (-6dB).

PRIMER 12.3: Za kolo sa slike 12.6a odrediti prenosnu funkciju kada $R_2 \rightarrow \infty \Omega$, a zatim skicirati asimptotsku aproksimaciju frekvencijskih karakteristika. Poznato je $R_1 = 10\Omega$, $C_2 = 10\text{nF}$ i $L_1 = 3.3\mu\text{H}$.

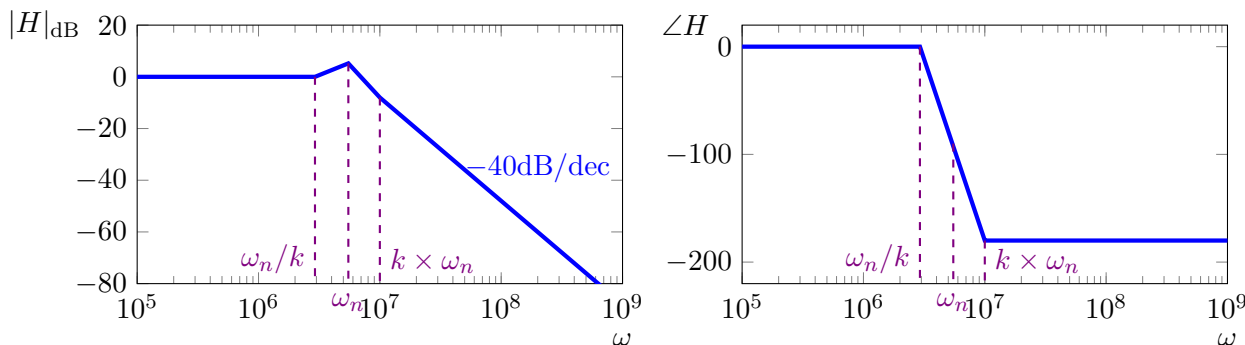
REŠENJE 12.3: Prenosna funkcija je

$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = \frac{1}{L_1 C_2 s^2 + s R_1 C_2 + 1}$$

$$a = L_1 C_2$$

$$b = R_1 C_2.$$

Keficijenti polinoma u imeniocu su $a = 3.3 \times 10^{-14}$ i $b = 1 \times 10^{-7}$ pa je $Q = \sqrt{a}/b = 1.817 > 0.707$. Dakle, polovi su konjugovano kompleksni i u kolu se javlja rezonansa na $\omega_n = 1/\sqrt{a} = 5.5 \times 10^6 \text{rad s}^{-1}$. Prema tabeli 12.3 prevojne tačke su $\omega_1 = \omega_n/k = 2.921 \times 10^6 \text{rad s}^{-1}$ i $\omega_2 = k \times \omega_n = 10.375 \times 10^6 \text{rad s}^{-1}$. Aproksimacija frekvencijskih karakteristika je data na slici 12.11.

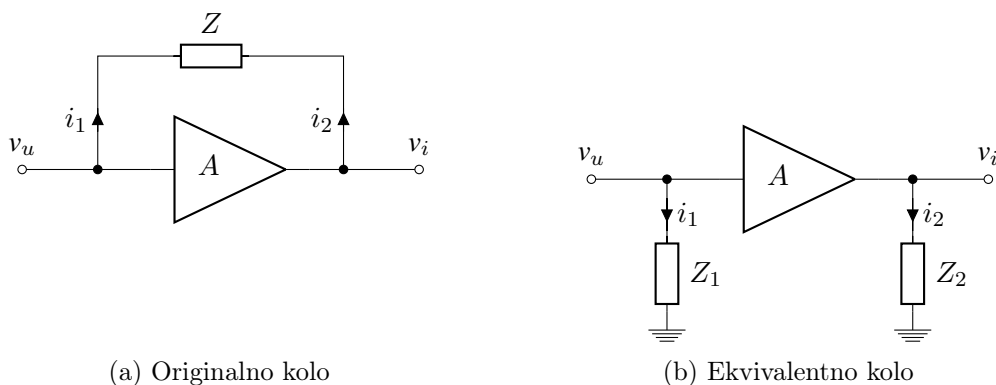


Slika 12.11: Asimptotska aproksimacija frekvencijskih karakteristika

Može se videti da amplitudska karakteristika ima maksimum (pik) na $\omega \approx \omega_n$ od $p = Q_{\text{dB}} \approx 5.2\text{dB}$. Desno od maksimuma (za niže frekvencije) karakteristika teži nultoj vrednosti, a za veće frekvencije ima asimptotski

nagib od -40dB/dec . Fazna karakteristika ispoljava relativno oštar prelaz $0 \rightarrow -\pi$ za frekvencije u opsegu $[\omega_n/k : k \times \omega_n]$. Dakle, za frekvencije ulaznog signala bliske ω_n , u sistemu se javljaju prigušene oscilacije frekvencije $f_n = \omega_n / (2\pi) \approx 876\text{kHz}$.

12.4 Milerova teorema



(a) Originalno kolo

(b) Ekvivalentno kolo

Slika 12.12: Milerov efekat

$$i_1 = \frac{v_u - v_i}{Z} = \frac{1 - A}{Z} v_u \quad (12.49)$$

$$i_2 = \frac{v_i - v_u}{Z} = \frac{A - 1}{AZ} v_i. \quad (12.50)$$

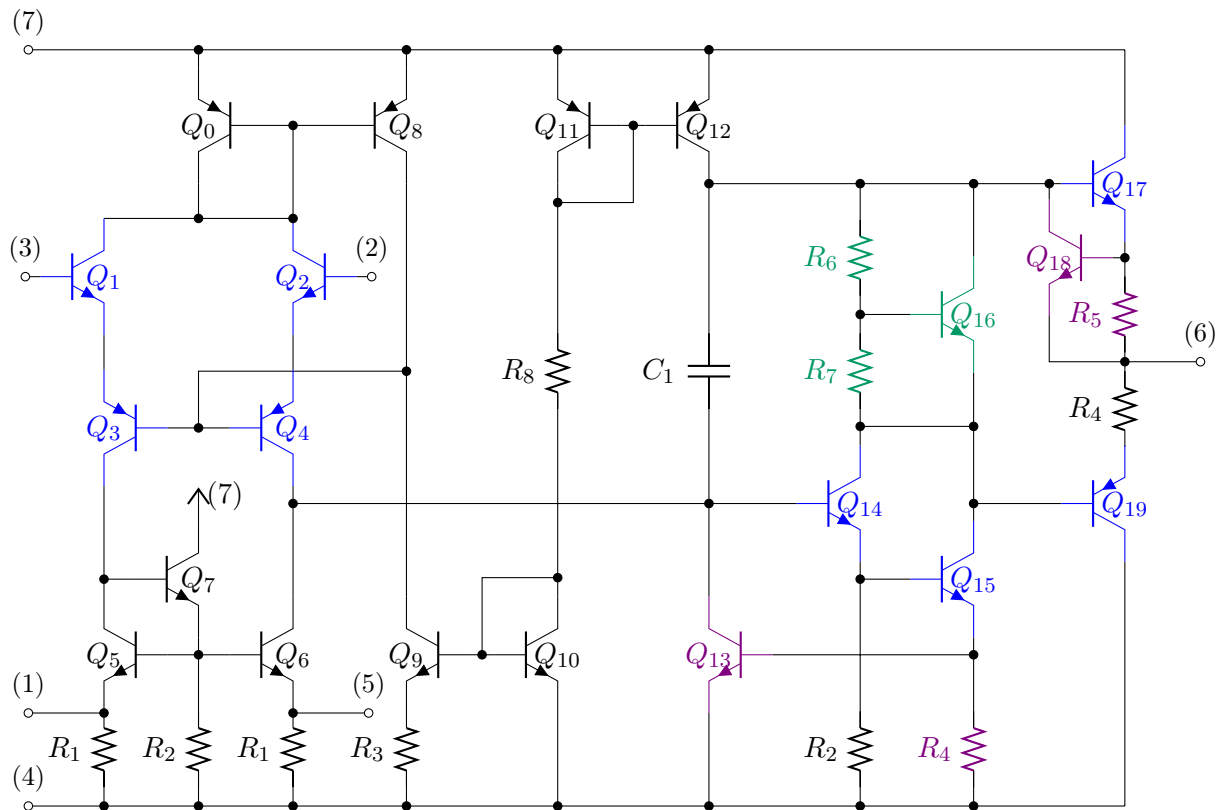
$$i_1 = \frac{1}{Z_1} v_u \quad (12.51)$$

$$i_2 = \frac{1}{Z_2} v_i, \quad (12.52)$$

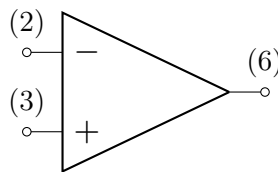
$$Z_1 = \frac{Z}{1 - A} \quad (12.53)$$

$$Z_2 = \frac{AZ}{1 - A}. \quad (12.54)$$

13 Operacioni pojačavač

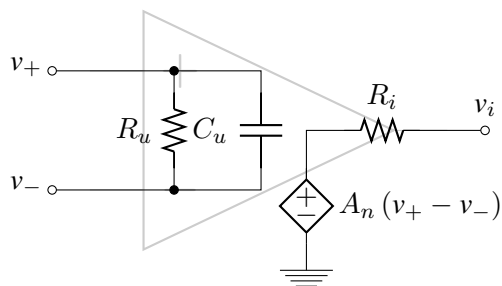


(a) Električna šema operacionog pojačavača, $\mu A741$. Pasivni elementi kola su: $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $R_2 = 50\text{k}\Omega$, $R_3 = 5\text{k}\Omega$, $R_4 = 50\Omega$, $R_5 = 25\Omega$, $R_6 = 4.5\text{k}\Omega$, $R_7 = 7.5\text{k}\Omega$, $R_8 = 39\text{k}\Omega$, $C_1 = 30\text{pF}$.



(b) Simbol operacionog pojačavača

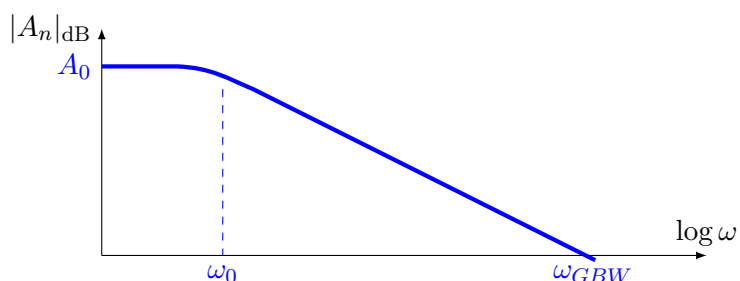
13.1 Model operacionog pojačavača



Slika 13.2: Model operacionog pojačavača

Zavisnost pojačanja od frekvencije

$$A_n(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_0}}, \quad (13.1)$$



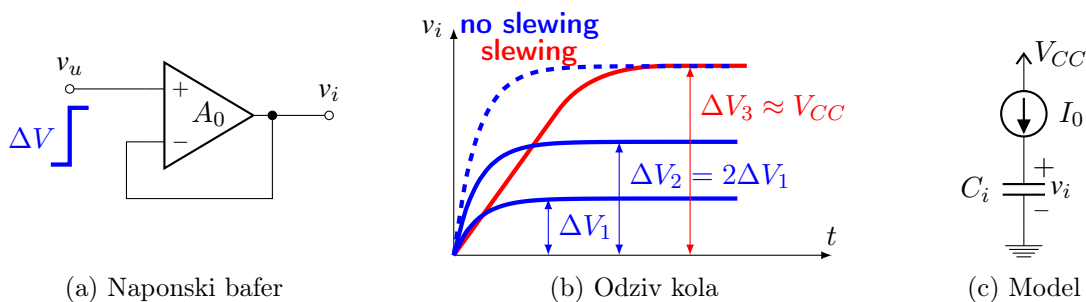
Slika 13.3: Zavisnost naponskog pojačanja od frekvencije

$$|A_n(\omega_{GBW})| = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{GBW}}{\omega_0}\right)^2}} \approx \frac{A_0\omega_0}{\omega_{GBW}},$$

$$\omega_{GBW} \approx A_0\omega_0. \quad (13.2)$$

Slew-Rate

$$SLR = \max\left(\frac{dv_i}{dt}\right). \quad (13.3)$$



Slika 13.4: Slew-rate

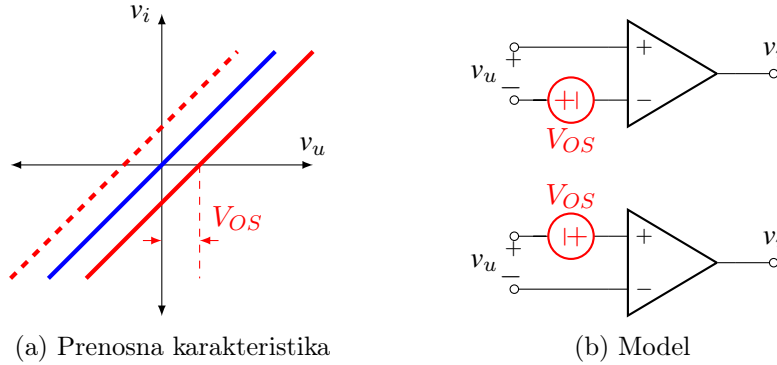
$$V_i = \frac{A_0}{1 + A_0} V_u \approx V_u. \quad (13.4)$$

$$SLR = \max \left(\frac{dv_i}{dt} \right) = \frac{I_0}{C_i}, \quad (13.5)$$

$$\Delta V_i = SLR \cdot \Delta t. \quad (13.6)$$

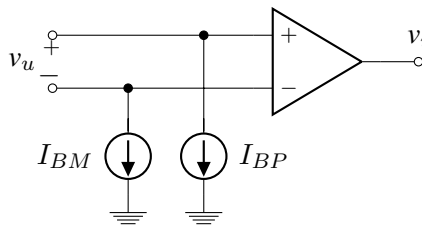
$$SLR = \max \left(\frac{d}{dt} (V_m \sin(\omega_u t)) \right) = V_m \omega_u \Rightarrow f_{u,max} = \frac{SLR}{2\pi V_m}. \quad (13.7)$$

Ofset napon



Slika 13.5: Ofset napon kod operacionog pojačavača

Jednosmerne struje ulaznih priključaka



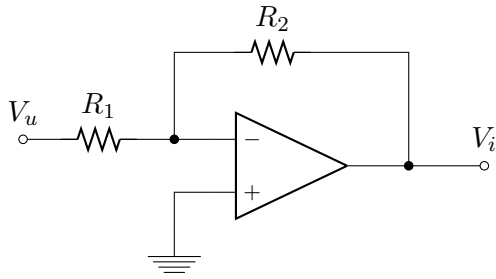
Slika 13.6: Modelovanje jednosmerne struje ulaznih priključaka

13.2 Idealni operacioni pojačavač

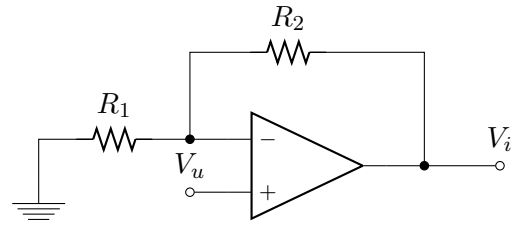
Osobine idealnog operacionog pojačavača su

- Diferencijalno naponsko pojačanje je izuzetno veliko (reda 10^6) tj. $A_n = \frac{v_i}{v_+ - v_-} \rightarrow \infty$, odakle sledi da su potencijali neinvertujućeg (v_+) i invertujućeg (v_-) ulaznog priključka operacionog pojačavača približno isti tj. $v_+ \approx v_-$ ($v_+ - v_- = v_i/A_n \approx 0$ kada $A_n \rightarrow \infty$).
- Struja neinvertujućeg (i_+) i invertujućeg (i_-) ulaznog priključka operacionog pojačavača je izuzetno mala (reda μA i manje zavisno od tehnologije) tj. $i_+ \rightarrow 0A$ i $i_- \rightarrow 0A$, odakle sledi da je ulazna otpornost operacionog pojačavača izuzetno velika tj. $R_{ul} \rightarrow \infty \Omega$.
- Izlazna otpornost operacionog pojačavača je izuzetno mala (reda stotina ili dsetina Ω na niskom frekvencijama) pa se uzima $R_{iz} \rightarrow 0 \Omega$. To praktično znači da se operacioni pojačavač na svom izlazu ponaša kao idealni naponski generator. Prema tome, nije potrebno pisati I Kirhofov zakon za izlazni čvor operacionog pojačavača!

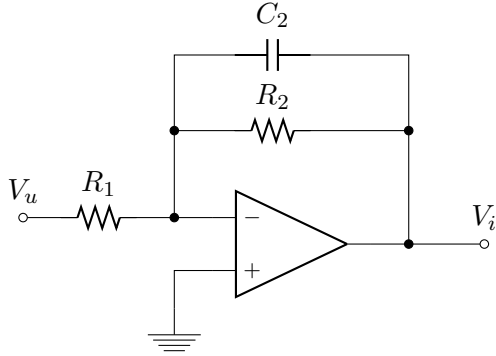
13.3 Osnovna kola sa operacionim pojačavačem



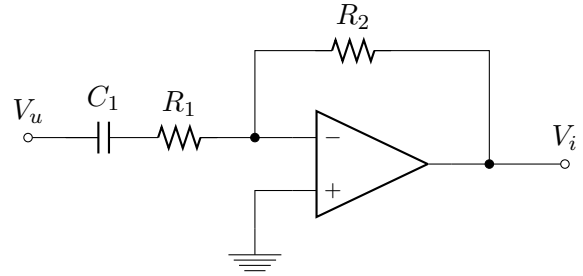
(a) Invertujući pojačavač



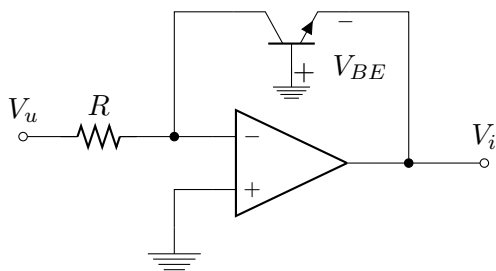
(b) Neinvertujući pojačavač



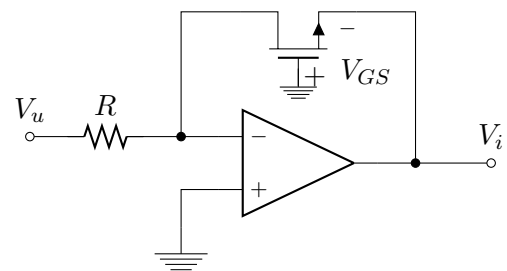
(c) Integrator



(d) Diferencijator



(e) Analogno kolo za logaritmovanje



(f) Analogno kolo za korenovanje

Slika 13.7: Osnovna kola sa operacionim pojačavačem

Invertujući pojačavač

$$\frac{V_u}{R_1} + \frac{V_i}{R_2} = 0 \quad (13.8)$$

$$A_n = \frac{V_i}{V_u} = -\frac{R_2}{R_1}. \quad (13.9)$$

Neinvertujući pojačavač

$$\frac{V_i - V_u}{R_2} = \frac{V_u}{R_1} \quad (13.10)$$

$$A_n = 1 + \frac{R_2}{R_1}. \quad (13.11)$$

Integrator

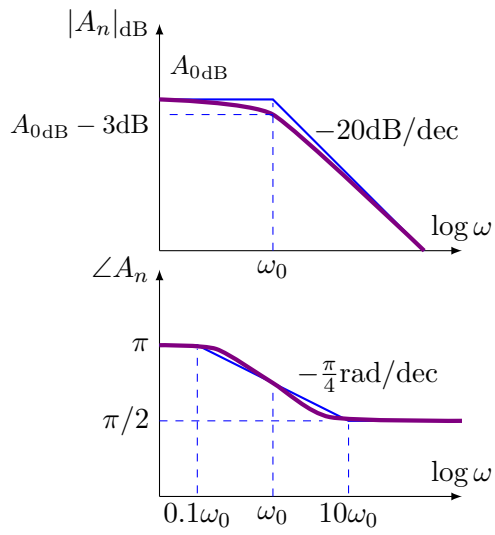
$$A_n = \frac{V_i}{V_u} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + sR_2C_2} = A_0 \frac{1}{1 + s/\omega_0}. \quad (13.12)$$

Diferencijator

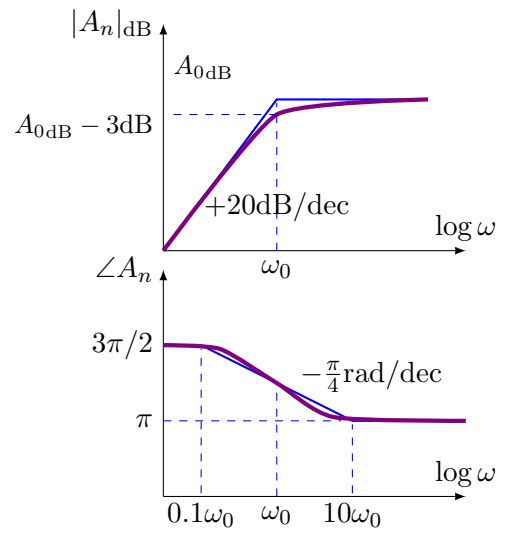
$$A_n = \frac{V_i}{V_u} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{sR_1C_1}{1 + sR_1C_1} = A_0 \frac{s/\omega_0}{1 + s/\omega_0}. \quad (13.13)$$

Kolo za logaritmovanje

$$V_i \approx -V_t \ln \left(\frac{V_u}{I_{CS}R} \right), \quad (13.14)$$



(a) Integrator: $A_0 = -R_2/R_1$, $\omega_0 = 1/(R_2C_2)$



(b) Diferencijator: $A_0 = -R_2/R_1$, $\omega_0 = 1/(R_2C_2)$

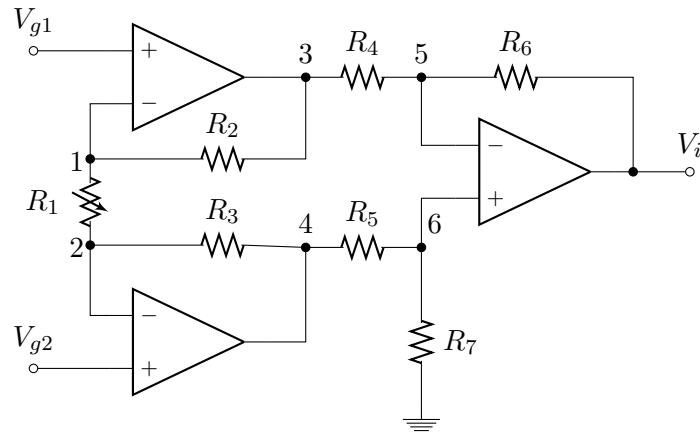
Slika 13.8: Frekvencijske karakteristike integratora i diferencijatora

Kolo za korenovanje

$$V_i \approx -\sqrt{\frac{V_u}{AR}} - V_{TH}. \quad (13.15)$$

14 Primena operacionog pojačavača

14.1 Instrumentacioni pojačavač



Slika 14.1: Instrumentacioni pojačavač

$$1: \frac{V_2 - V_1}{R_1} = \frac{V_1 - V_3}{R_2}$$

$$2: \frac{V_1 - V_2}{R_1} = \frac{V_2 - V_4}{R_3}$$

$$5: \frac{V_3 - V_5}{R_4} = \frac{V_5 - V_i}{R_6}$$

$$6: \frac{V_4 - V_6}{R_5} = \frac{V_6}{R_7}$$

$$K: V_5 \approx V_6, V_{g1} \approx V_1, V_{g2} \approx V_2.$$

$$V_3 = -\frac{R_2}{R_1}V_2 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_1$$

$$V_4 = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right)V_2 - \frac{R_3}{R_1}V_1$$

$$V_6 = \frac{R_7}{R_7 + R_5}V_4$$

$$V_i = \left(1 + \frac{R_6}{R_4}\right)V_5 - \frac{R_6}{R_4}V_3$$

$$V_i = \left(1 + \frac{R_6}{R_4}\right)\frac{R_7}{R_7 + R_5}V_4 - \frac{R_6}{R_4}V_3$$

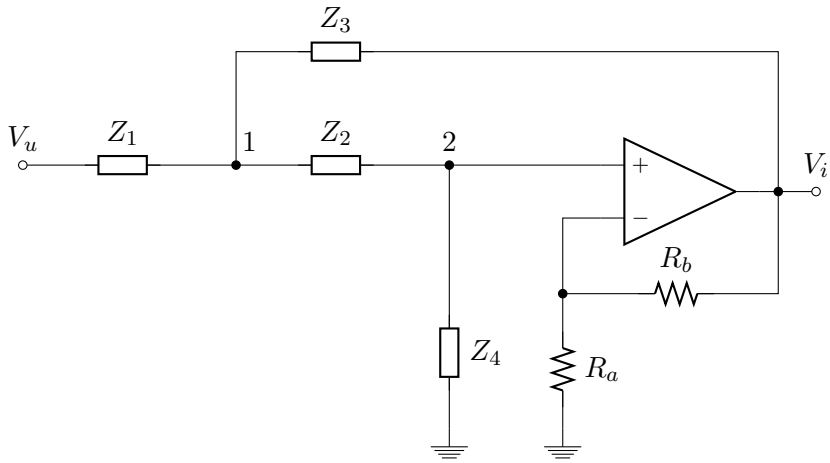
$$V_i = \left(\left(1 + \frac{R_6}{R_4}\right)\frac{R_7}{R_7 + R_5}\left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) + \frac{R_6 R_2}{R_4 R_1}\right)V_{g2} - \left(\left(1 + \frac{R_6}{R_4}\right)\frac{R_7}{R_7 + R_5}\frac{R_3}{R_1} + \frac{R_6}{R_4}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right)V_{g1}.$$

14.2 Filtarske ćelije

$$1: \frac{V_u - V_1}{Z_1} + \frac{V_2 - V_1}{Z_2} + \frac{V_i - V_1}{Z_3} = 0$$

$$2: \frac{V_1 - V_2}{Z_2} = \frac{V_2}{Z_4}$$

$$V_i = K \cdot V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_i}{K}$$



Slika 14.2: Sallen-Key topologija za LP i HP filter

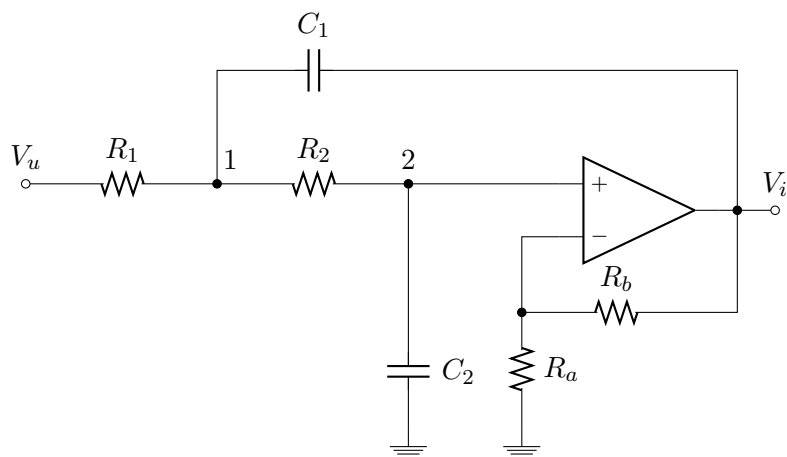
$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = \frac{K}{1 + (1 - K) \frac{Z_1}{Z_3} + \frac{Z_2}{Z_4} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_3} \right)}. \quad (14.1)$$

14.2.1 LP filter

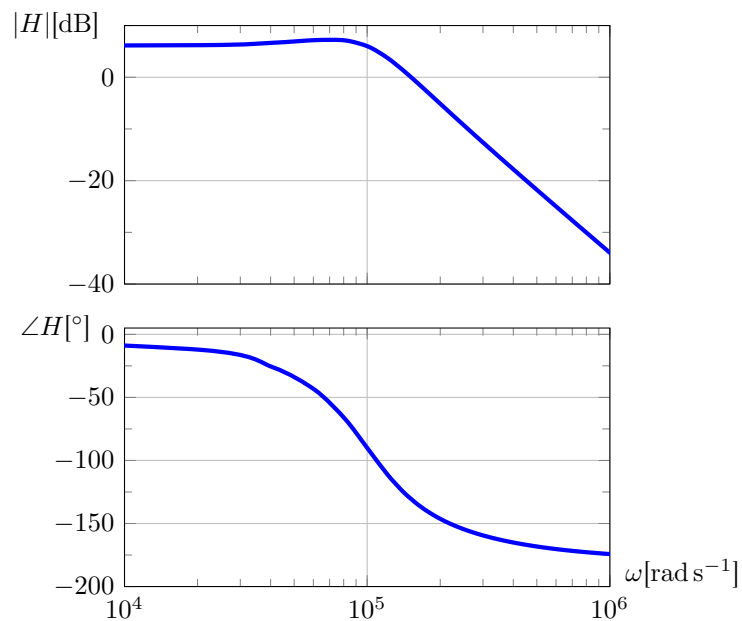
$$Z_1 = R_1, \quad Z_2 = R_2, \quad Z_3 = \frac{1}{sC_1}, \quad Z_4 = \frac{1}{sC_2} \quad (14.2)$$

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{K}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + s((1 - K) C_1 R_1 + C_2 (R_2 + R_1)) + 1} \\ &= \frac{K}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_1} + 1}, \end{aligned} \quad (14.3)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}, \quad \omega_1 = \frac{1}{(1 - K) C_1 R_1 + C_2 (R_2 + R_1)} \quad (14.4)$$



Slika 14.3: Sallen-Key LP filter drugog reda



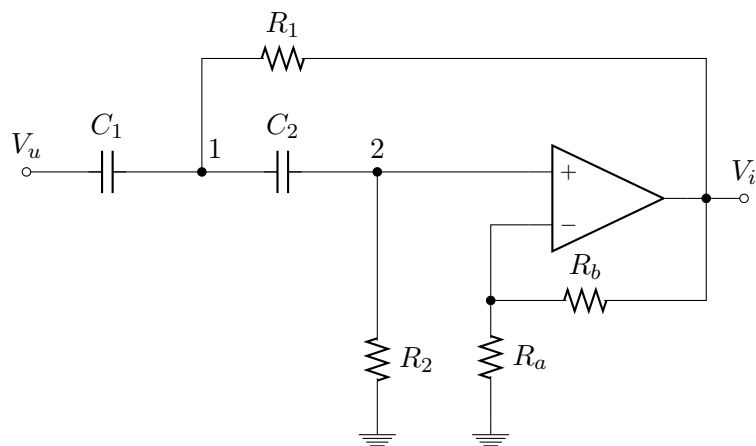
Slika 14.4: Bodeovi dijagrami za NF filter drugog reda, $Z_1 = Z_2 = 1\text{k}\Omega$, $Z_3 = Z_4 = \frac{1}{s(10\text{nF})}$ i $R_a = R_b = 1\text{k}\Omega$

14.2.2 HP filtra

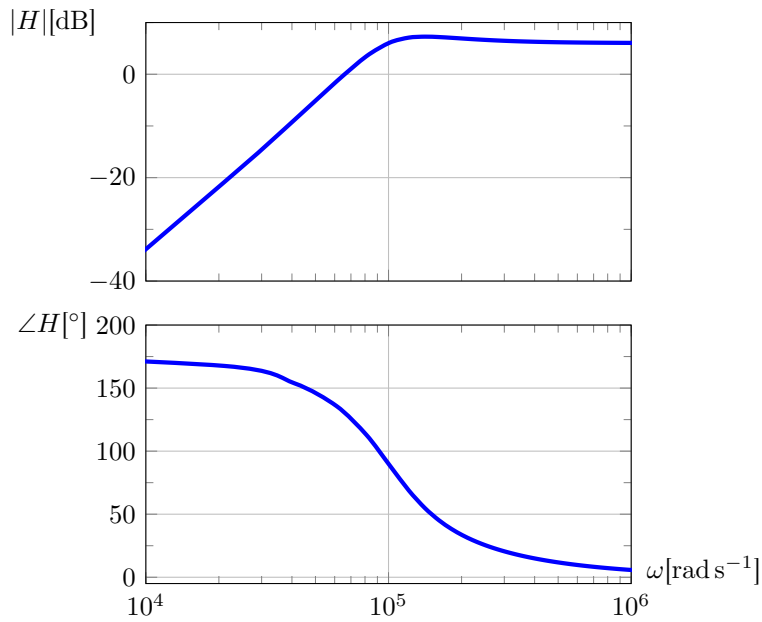
$$Z_1 = \frac{1}{sC_1}, Z_2 = \frac{1}{sC_2}, Z_3 = R_1, Z_4 = R_2 \quad (14.5)$$

$$\begin{aligned}
 H(s) &= K \cdot \frac{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + s((1-K)C_2 R_2 + R_1(C_1 + C_2)) + 1} \\
 &= K \cdot \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_1} + 1}, \quad (14.6)
 \end{aligned}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}, \quad \omega_1 = \frac{1}{(1-K)C_2 R_2 + R_1(C_1 + C_2)} \quad (14.7)$$

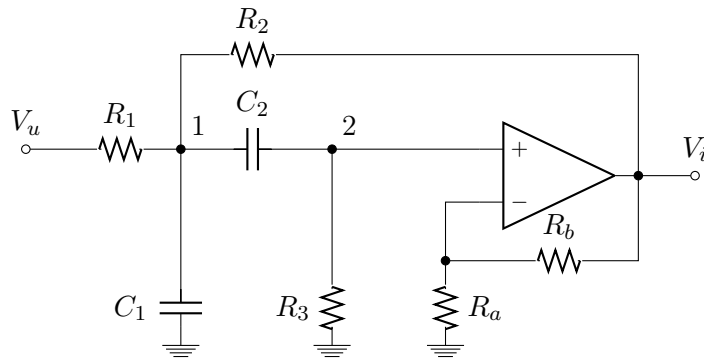


Slika 14.5: Sallen-Key HP filter drugog reda

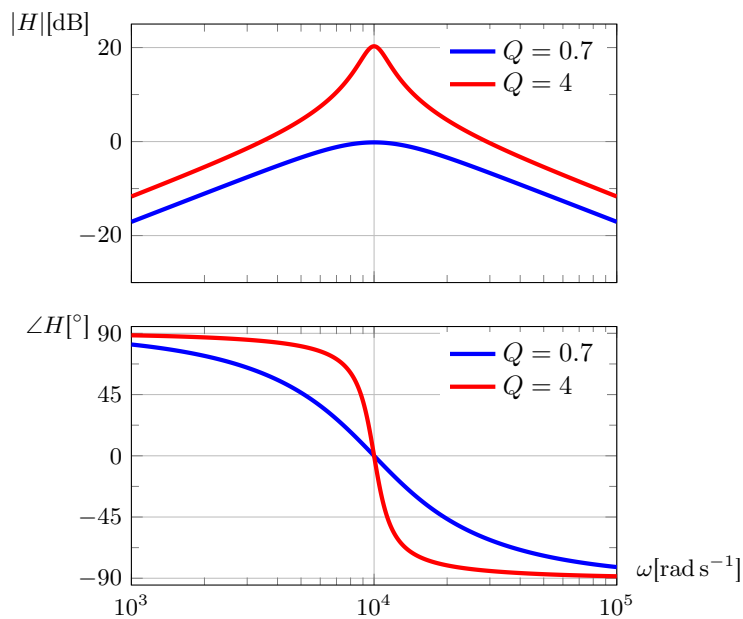


Slika 14.6: Bodeovi dijagrami za VF filtar drugog reda, $Z_1 = Z_2 = \frac{1}{s(10\text{nF})}$, $Z_3 = Z_4 = 1\text{k}\Omega$ i $R_a = R_b = 1\text{k}\Omega$

14.2.3 Band-Pass filtar



Slika 14.7: BP filtar drugog reda, $R_1 = R_2 = R_3 = 10\text{k}\Omega$, $C_1 = C_2 = 10\sqrt{2}\text{nF}$



Slika 14.8: Frekvencijske karakteristike BP filtra, $R_1 = R_2 = R_3 = 10\text{k}\Omega$, $C_1 = C_2 = C = 10\sqrt{2}\text{nF}$

$$1 : \frac{V_u - V_1}{R_1} + (V_2 - V_1) sC_2 + \frac{V_i - V_1}{R_2} = V_1 sC_1$$

$$2 : (V_1 - V_2) sC_2 = \frac{V_2}{R_3}$$

$$K1 : V_i = KV_2$$

$$K2 : K = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

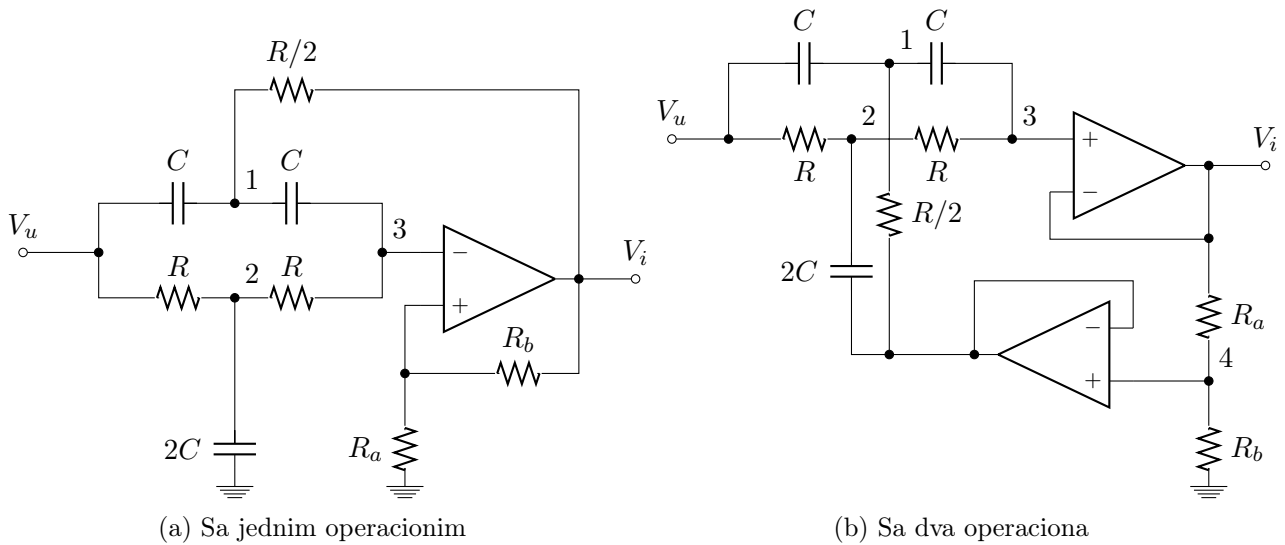
$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = K \cdot \frac{\frac{s}{R_1 C_1}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1-K}{R_2 C_1} \right) s + \frac{1}{(R_1 || R_2) R_3 C_1 C_2}} \quad (14.8)$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R, C_1 = C_2 = C \quad (14.9)$$

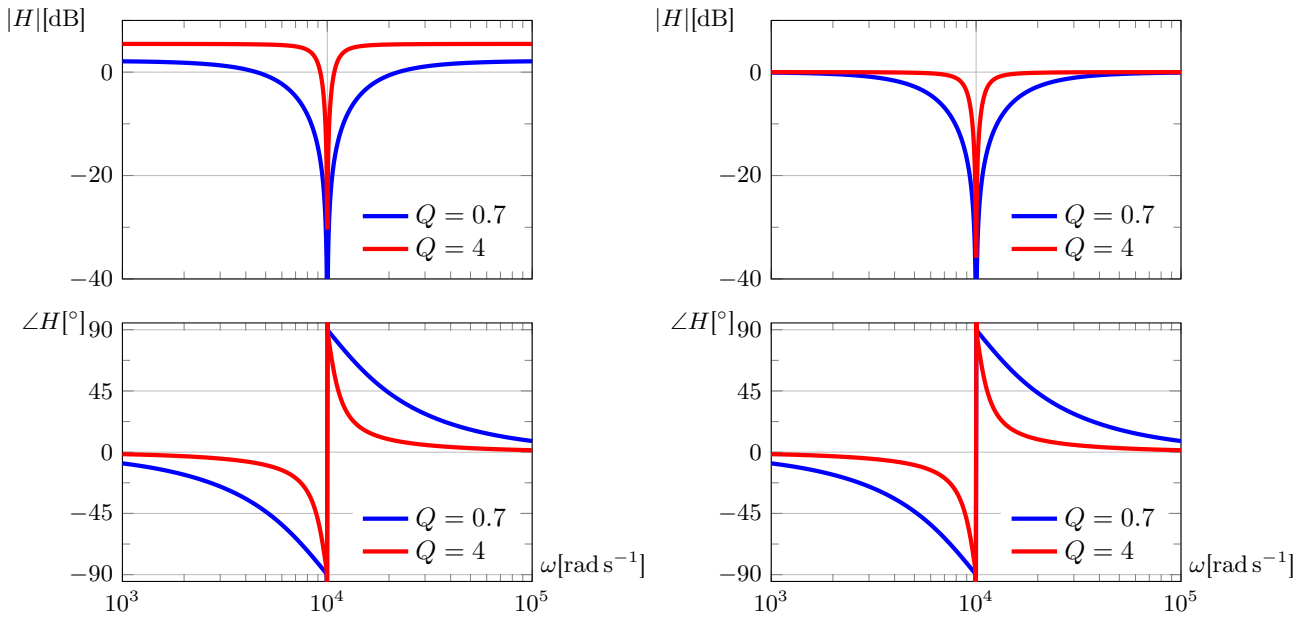
$$H(s) = G \cdot \frac{\frac{s}{\omega_0}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}, \quad (14.10)$$

$$G = \frac{K}{\sqrt{2}}, Q = \frac{\sqrt{2}}{4-K}, \omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC}, 1 < K < 4 \quad (14.11)$$

14.2.4 Band-Stop filter



Slika 14.9: BS filter drugog reda



(a) Za kolo sa slike 14.9a

(b) Za kolo sa slike 14.9b

Slika 14.10: Frekvencijske karakteristike BS filtra, $R_1 = R_2 = R_3 = 10\text{k}\Omega$, $C_1 = C_2 = C = 10\text{nF}$

Sa jednim operacionim

$$1: (V_u - V_1) sC + (V_3 - V_1) sC + \frac{V_i - V_1}{R/2} = 0$$

$$2: \frac{V_u - V_2}{R} + \frac{V_3 - V_2}{R} = 2sC \cdot V_2$$

$$\text{K1: } V_i = KV_2$$

$$\text{K2: } K = 1 + \frac{R_b}{R_a}.$$

$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = K \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}, \quad (14.12)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}, \quad Q = \frac{1}{(4 - 2K)}, \quad 1 < K < 2. \quad (14.13)$$

Sa dva operaciona

$$1: (V_u - V_1) sC + (V_i - V_1) sC = \frac{V_1 - V_4}{R/2}$$

$$2: \frac{V_u - V_2}{R} + \frac{V_i - V_2}{R} = (V_2 - V_4) 2sC$$

$$3: (V_1 - V_i) sC = \frac{V_i - V_2}{R}$$

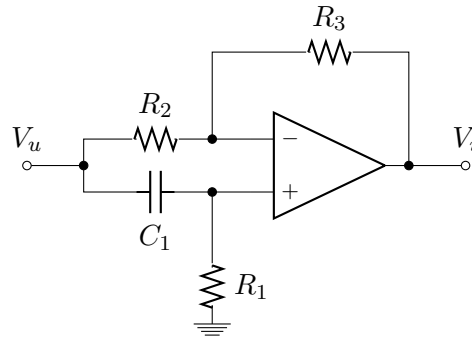
$$\text{K1: } V_4 = KV_i$$

$$\text{K2: } K = \frac{R_b}{R_b + R_a}.$$

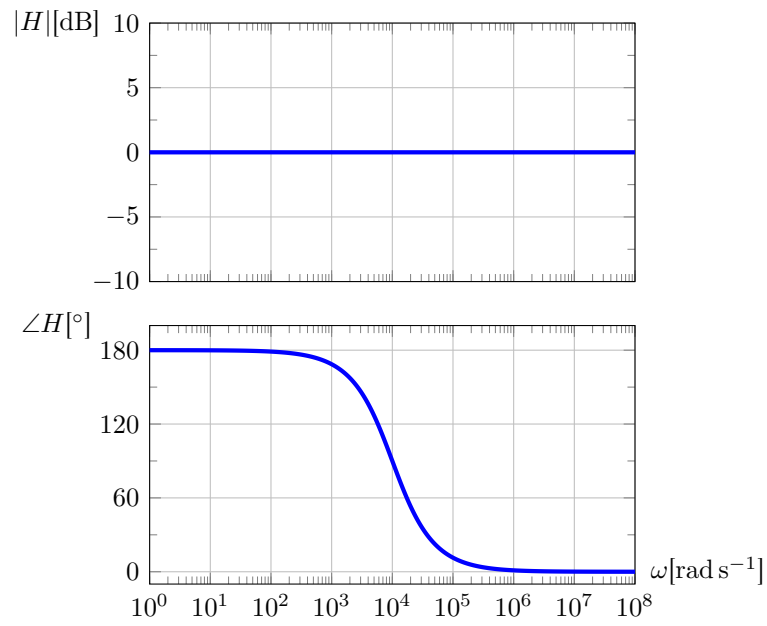
$$H(s) = \frac{V_i}{V_u} = \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}, \quad (14.14)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}, \quad Q = \frac{1}{4(1 - K)}, \quad 0 < K < 1. \quad (14.15)$$

14.2.5 All-Pass Filtar



Slika 14.11: Propusnik svih frekvencija (*All-pass*) prvog reda



Slika 14.12: Frekvencijske karakteristike *All-Pass* filtra, $R_1 = R_2 = R_3 = 10\text{k}\Omega$, $C_1 = 10\text{nF}$

$$V_i = -\frac{R_3}{R_2}V_u + \frac{sR_1C_1}{1 + sR_1C_1} \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) V_u,$$

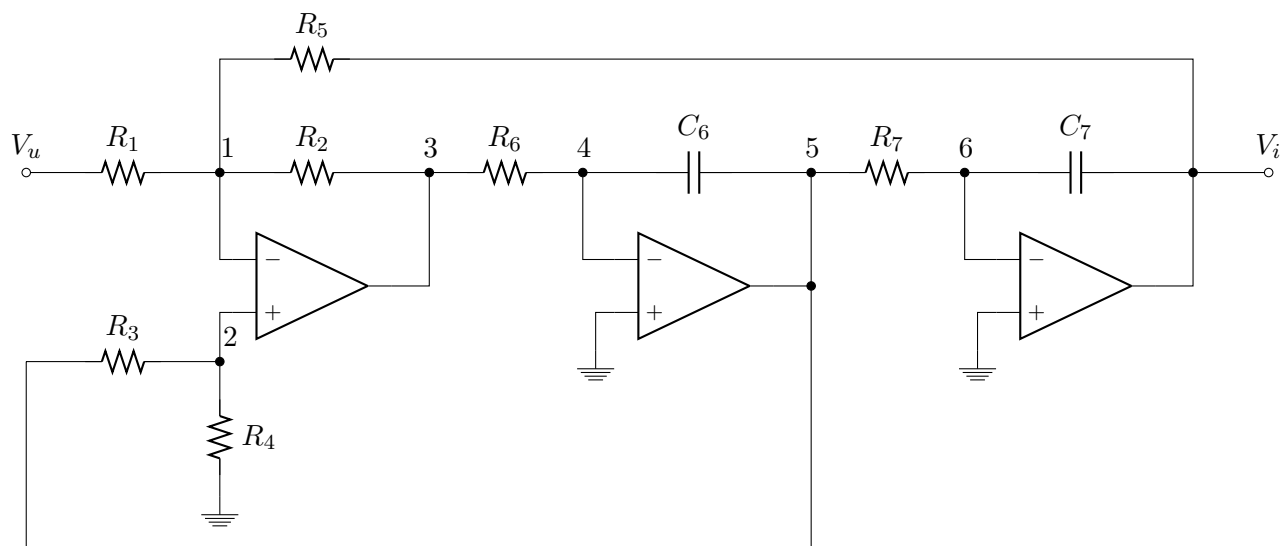
$$H(s) = -\frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{1 - sR_1C_1 \frac{R_2}{R_3}}{1 + sR_1C_1}. \quad (14.16)$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R, \quad C_1 = C. \quad (14.17)$$

$$H(s) = \frac{\frac{s}{\omega_0} - 1}{\frac{s}{\omega_0} + 1},$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (14.18)$$

14.2.6 State variable filter



Slika 14.13: State variable filter

Kolo sa slike 14.13 se može opisati sledećim sistemom jednačina:

$$1: \frac{V_u - V_1}{R_1} + \frac{V_{iz} - V_1}{R_5} + \frac{V_3 - V_1}{R_2} = 0$$

$$2: \frac{V_5 - V_2}{R_3} = \frac{V_2}{R_4}$$

$$4: \frac{V_3}{R_6} + V_5 s C_6 = 0$$

$$6: \frac{V_5}{R_7} + V_i s C_7 = 0$$

$$K: V_1 = V_2$$

$$\begin{aligned}
H_3(s) &= \frac{V_3}{V_u} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s^2 C_6 C_7 R_6 R_7 \frac{R_5}{R_2}}{s^2 C_6 C_7 R_6 R_7 \frac{R_5}{R_2} + s C_7 R_7 \frac{R_4}{R_4 + R_3} \left(1 + \frac{R_5}{R_1 || R_2}\right) + 1} \\
&= -K \cdot \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_1} + 1},
\end{aligned} \tag{14.19}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_6 C_7 R_6 R_7 \frac{R_5}{R_2}}}, \omega_1 = \frac{1}{C_7 R_7 \frac{R_4}{R_4 + R_3} \left(1 + \frac{R_5}{R_1 || R_2}\right)}, K = \frac{R_2}{R_1}.$$

$$\begin{aligned}
H_5(s) &= \frac{V_5}{V_u} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s C_7 R_7 \frac{R_5}{R_2}}{s^2 C_6 C_7 R_6 R_7 \frac{R_5}{R_2} + s C_7 R_7 \frac{R_4}{R_4 + R_3} \left(1 + \frac{R_5}{R_1 || R_2}\right) + 1} \\
&= K \cdot \frac{\frac{s}{\omega_2}}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_1} + 1}
\end{aligned} \tag{14.20}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{C_7 R_7 \frac{R_5}{R_2}} \tag{14.21}$$

$$\begin{aligned}
H(s) &= \frac{V_i}{V_u} = -\frac{R_5}{R_1} \cdot \frac{1}{s^2 C_6 C_7 R_6 R_7 \frac{R_5}{R_2} + s C_7 R_7 \frac{R_4}{R_4 + R_3} \left(1 + \frac{R_5}{R_1 || R_2}\right) + 1} \\
&= -K_1 \cdot \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_1} + 1}
\end{aligned} \tag{14.22}$$

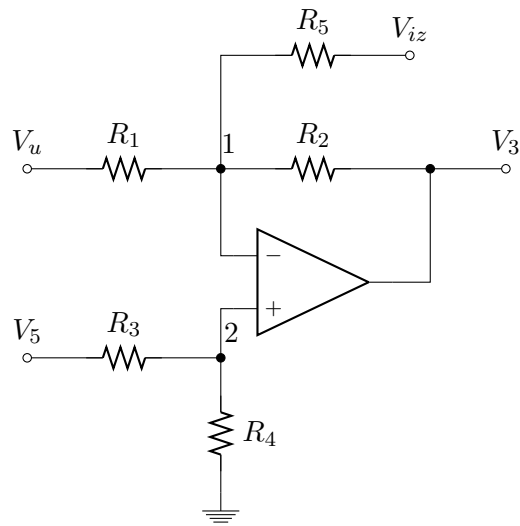
$$K_1 = \frac{R_5}{R_1} \tag{14.23}$$

Analiza kola primenom superpozicije

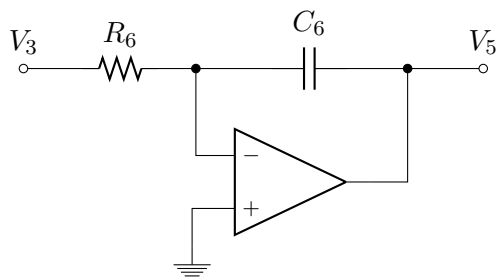
$$V_3 = -\frac{R_2}{R_5} V_i - \frac{R_2}{R_1} V_u + \frac{R_4}{R_4 + R_3} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_5 || R_1}\right) V_5$$

$$V_5 = -\frac{1}{s C_6 R_6} V_3$$

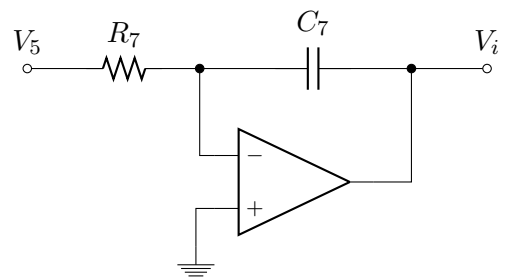
$$V_i = -\frac{1}{s C_7 R_7} V_5$$



(a) Prva sekcija

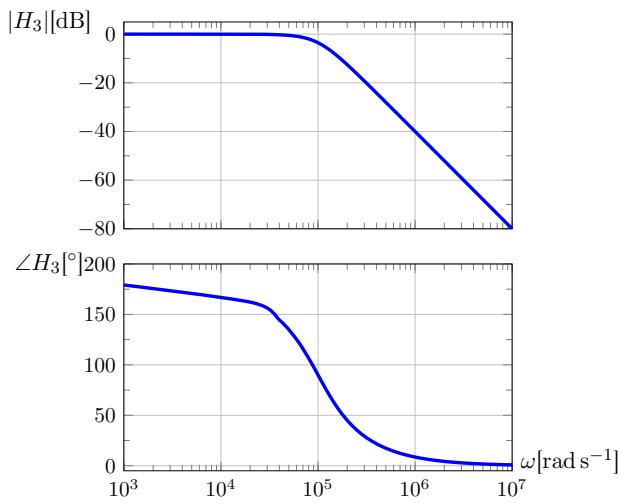


(b) Druga sekcija

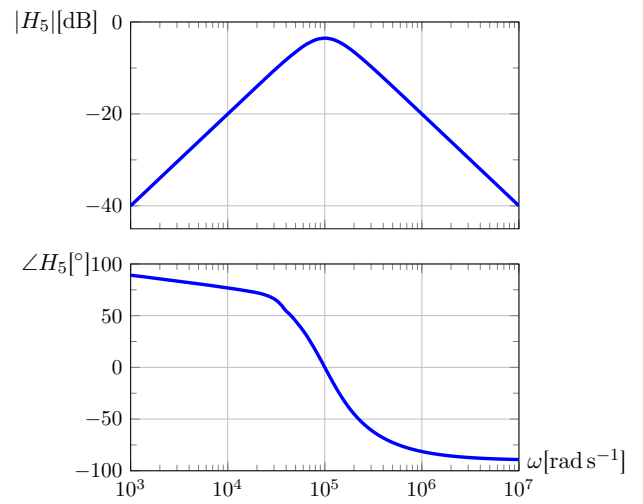


(c) Treća sekcija

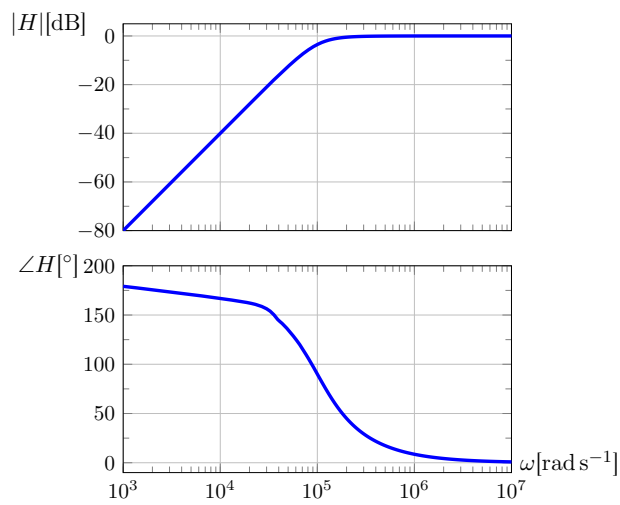
Slika 14.14: State variable filter rasčlanjen na sekcije



(a) Prva sekcija filtra (LP)



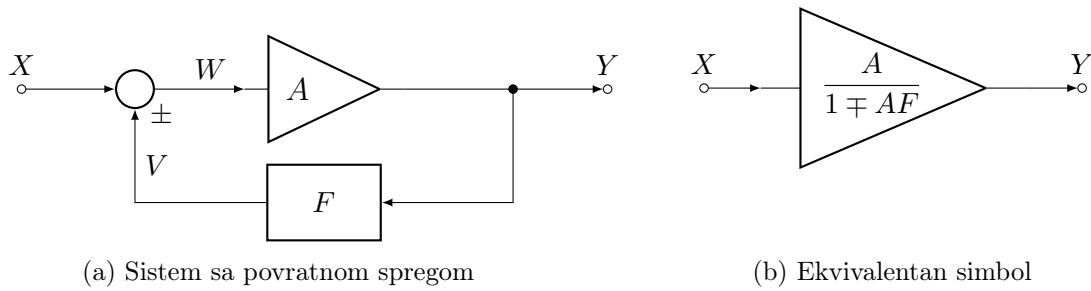
(b) Druga sekcija filtra (BP)



(c) Treća sekcija filtra (HP)

Slika 14.15: Bodeovi dijagram za State variable filter, $C_6 = C_7 = 10\text{nF}$, $R_n = R_{n+1} = 1\text{k}\Omega$, $n = 1 \dots 6$

15 Povratna sprega



Slika 15.1: Blok šema sistema sa povratnom spregom

Negativna sprega

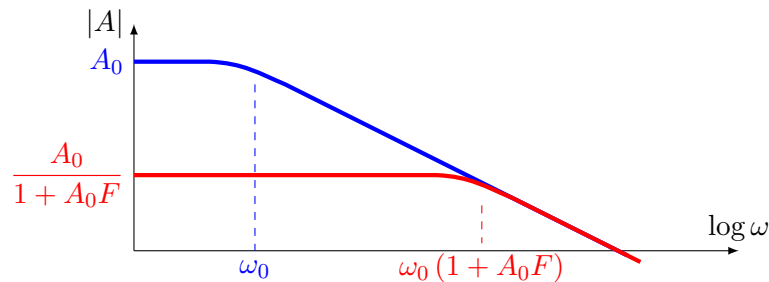
$$A_r = \frac{Y}{X} = \frac{A}{1 + AF}. \quad (15.1)$$

Pozitivna sprega

$$A_r = \frac{Y}{X} = \frac{A}{1 - AF}. \quad (15.2)$$

15.1 Uticaj na propusni opseg

$$\begin{aligned} A_r &= \frac{A_0 / (1 + s/\omega_0)}{1 + FA_0 / (1 + s/\omega_0)} \\ &= \frac{A_0}{1 + A_0F} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{(1 + A_0F)\omega_0}}. \end{aligned} \quad (15.3)$$



Slika 15.2: Uticaj negativne povratne sprege na propusni opseg i DC pojačanje

15.2 Tipovi povratne sprege

15.2.1 Paralelno-Naponska

$$Z_{Tr} = \frac{v_y}{i_x} = \frac{Z_T}{1 + Z_T Y_F} \quad (15.4)$$

$$R_{ur} = \frac{R_u}{1 + Z_T Y_F} \quad (15.5)$$

$$R_{ir} = \frac{R_i}{1 + Z_T Y_F}, \quad (15.6)$$

$$Z_T = \frac{v_y}{i_x} \Big|_{Y_F=0} = \frac{Z_A}{\left(1 + \frac{R_w}{R_x || R_v}\right) \left(1 + \frac{R_a}{R_y || R_f}\right)} \quad (15.7)$$

$$R_u = R_x || R_v || R_w \quad (15.8)$$

$$R_i = R_y || R_f || R_a. \quad (15.9)$$

15.2.2 Paralelno-Strujna

$$H_{Tr} = \frac{i_y}{i_x} = \frac{H_T}{1 + H_T G_F} \quad (15.10)$$

$$R_{ur} = \frac{R_u}{1 + H_T G_F} \quad (15.11)$$

$$R_{ir} = R_i (1 + H_T G_F), \quad (15.12)$$

$$H_T = \frac{i_y}{i_x} \Big|_{G_F=0} = \frac{H_A}{\left(1 + \frac{R_f + R_y}{R_a}\right) \left(1 + \frac{R_w}{R_x || R_v}\right)} \quad (15.13)$$

$$R_u = R_x || R_v || R_w \quad (15.14)$$

$$R_i = R_y + R_f + R_a. \quad (15.15)$$

15.2.3 Redno-Naponska

$$G_{Tr} = \frac{v_y}{v_x} = \frac{G_T}{1 + G_T H_F} \quad (15.16)$$

$$R_{ur} = R_u (1 + G_T H_F) \quad (15.17)$$

$$R_{ir} = \frac{R_i}{1 + G_T H_F}, \quad (15.18)$$

$$G_T = \frac{v_y}{v_x} \Big|_{H_F=0} = \frac{G_A}{\left(1 + \frac{R_x + R_v}{R_w}\right) \left(1 + \frac{R_a}{R_y || R_f}\right)}. \quad (15.19)$$

$$R_u = R_x + R_w + R_v \quad (15.20)$$

$$R_i = R_y || R_f || R_a. \quad (15.21)$$

15.2.4 Redno-Strujna

$$Y_{Tr} = \frac{i_y}{v_x} = \frac{Y_T}{1 + Y_T Z_F} \quad (15.22)$$

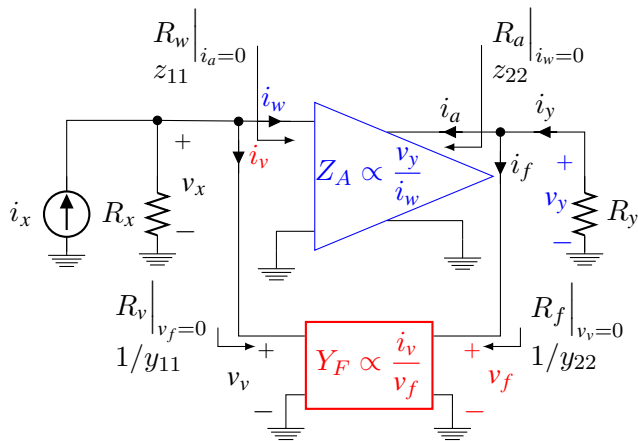
$$R_{ur} = R_u (1 + Y_T Z_F) \quad (15.23)$$

$$R_{ir} = R_i (1 + Y_T Z_F), \quad (15.24)$$

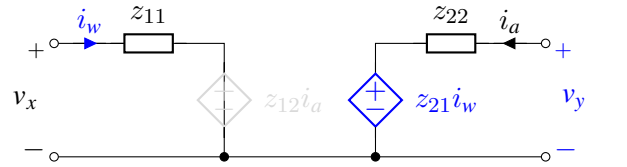
$$Y_T = \frac{i_y}{v_x} \Big|_{Z_F=0} = \frac{Y_A}{\left(1 + \frac{R_x + R_v}{R_w}\right) \left(1 + \frac{R_y + R_f}{R_a}\right)} \quad (15.25)$$

$$R_u = R_x + R_w + R_v \quad (15.26)$$

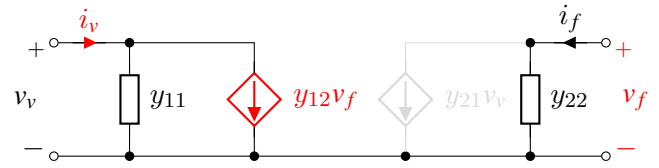
$$R_i = R_y + R_a + R_f. \quad (15.27)$$



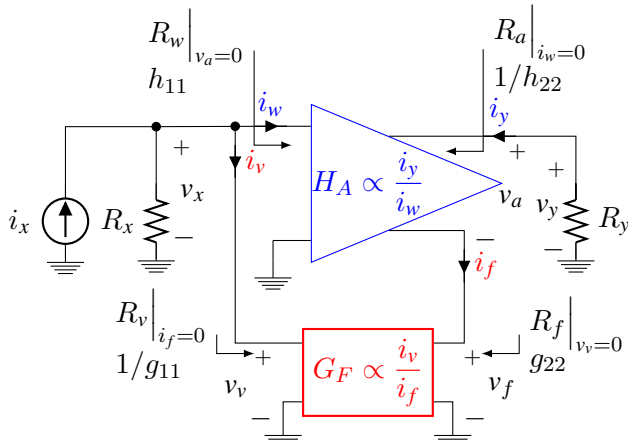
(a) Paralelno-Naponska (Z-Y)



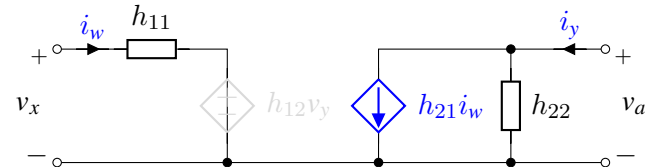
(b) Paralelno-Naponska, pojačavačko kolo
 $Z_A = z_{21}$, $R_w = z_{11}$, $R_a = z_{22}$



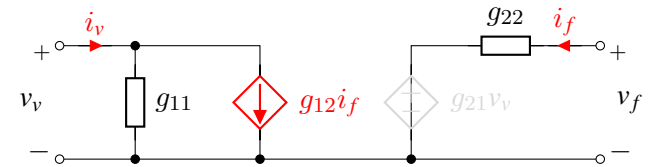
(c) Paralelno-Naponsak, kolo povratne sprege
 $Y_F = y_{12}$, $R_v = 1/y_{11}$, $R_f = 1/y_{22}$



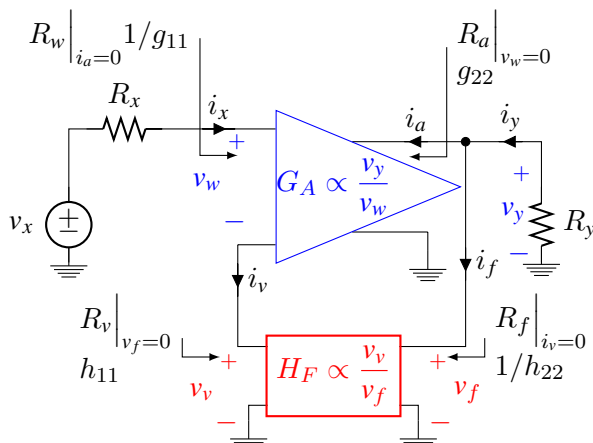
(d) Paralelno-Strujna (H-G)



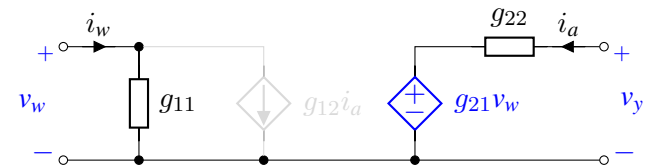
(e) Paralelno-Strujna, pojačavačko kolo,
 $H_A = h_{21}$, $R_w = h_{11}$, $R_a = 1/h_{22}$



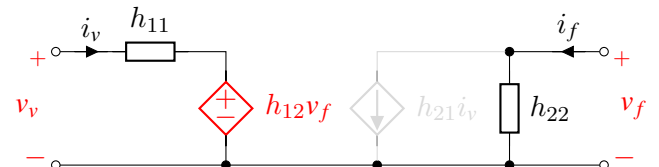
(f) Paralelno-Strujna, kolo povratne sprege
 $G_F = g_{12}$, $R_v = 1/g_{11}$, $R_f = g_{22}$



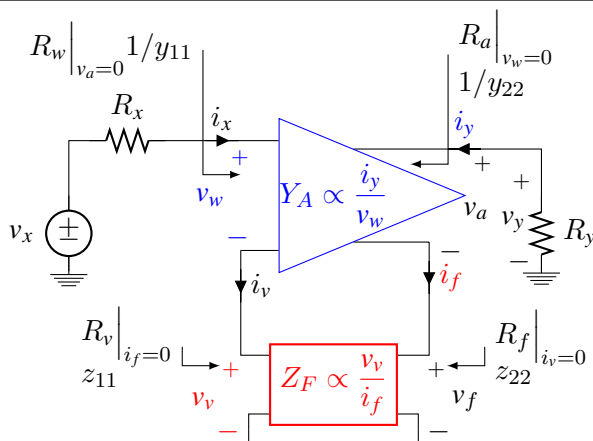
(g) Redno-Naponska (G-H)



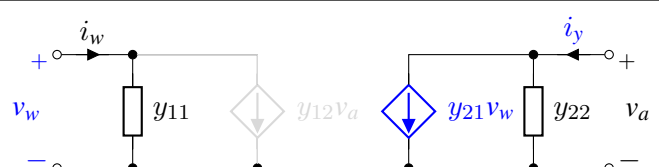
(h) Redno-Naponsak, pojačavako kolo,
 $G_A = g_{21}$, $R_w = 1/g_{11}$, $R_a = g_{22}$



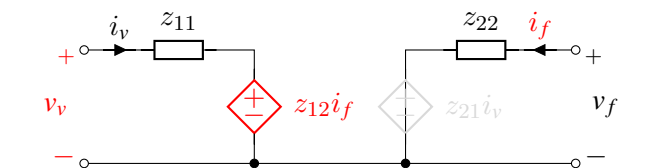
(i) Redno-Naponska, kolo povratne sprege
 $H_F = h_{12}$, $R_v = h_{11}$, $R_f = 1/h_{22}$



(j) Redno-Strujna (Y-Z)



(k) Redno-Strujna, pojačavako kolo
 $Y_A = y_{12}$, $R_w = 1/y_{11}$, $R_a = 1/y_{22}$



(l) Redno-Strujna, kolo povratne sprege
 $Z_F = z_{21}$, $R_v = z_{11}$, $R_f = z_{22}$

Slika 15.3: Konceptualne blok šeme kola sa reakcijom

Tabela 15.1: Metodologija za analizu kola sa povratnom spregom bez parametara četvoropola - intuitivni pristup

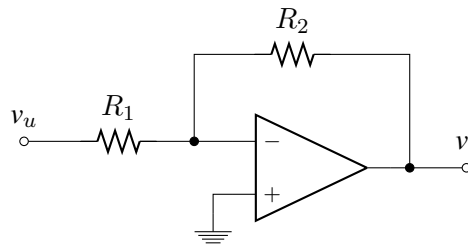
Tip	Topologija	“Otvorena” petlja	Koeficijent povratne sprege
Paralelno-Naponska <i>Trans-Impedance Amplifier</i>			
Paralelno-Strujna <i>Current Amplifier</i>			
Redno-Naponska <i>Voltage Amplifier</i>			
Redno-Strujna <i>Trans-Admittance Amplifier</i>			

15.3 Analiza kola sa povratnom spregom

- Inspekcijom kola utvrditi tip povratne sprege.
- Identifikovati kolo povratne sprege i opisati ga odgovarajućim parametrima.
- Analizirati kolo povratne sprege i odrediti F , R_v i R_f .
- Na osnovu tipa sprege prilagoditi pobudu (Nortonova-Tevenenova teorema) i formirati ekvivalentno kolo bez reakcije ($F = 0$).
- Odrediti prenosnu funkciju kola bez reakcije (A).
- Skalirati ulaznu i izlaznu otpornost i prenosnu funkciju kola kefcijentom $1 + AF$.

Napomena: Primeri u nastavku su rešeni upotrebom klasične teorije četvoropola (sa parametrima). Do istih rezultata se dolazi i primenom metodologije date u tabeli 15.1. Rešavanje zadataka primenom metodologije date u tabeli 15.1 se ostavlja čitaocu kao vežba.

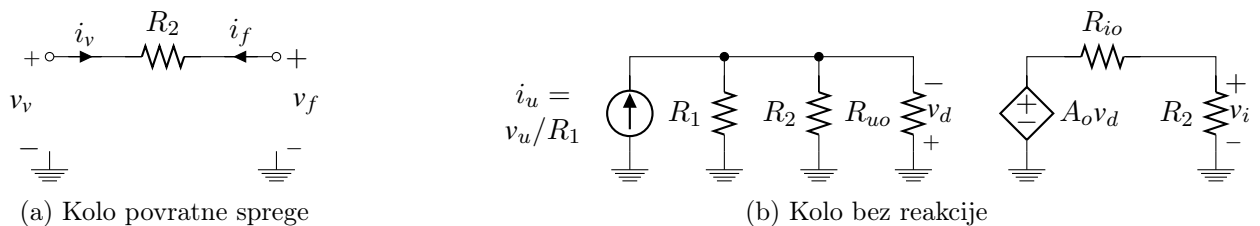
PRIMER 15.1: Za kolo sa slike 15.4 odrediti tip povratne sprege, a zatim odrediti ukupno naponsko pojačanje, ulaznu i izlaznu otpornost. Parametri modela operacionog pojačavača su: $R_{uo} = 2\text{M}\Omega$, $R_{io} = 100\Omega$ i $A_{\text{odB}} = 80\text{dB}$. Poznato je $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$.



Slika 15.4: Invertujući pojačavač

REŠENJE 15.1: Prvo što se može uočiti jeste da se u povratnoj sprezi operacionog pojačavača nalazi otpornost R_2 . Kada se pogleda izlaz pojačavača može se videti da otpornost R_2 i pojačavač dele isti izlazni napon, dakle radi se o naponskoj sprezi. Sa druge strane struja invertujućeg priključka operacionog pojačavača je zbir struja koje idu kroz otpornosti R_1 i R_2 . Dakle, pojačavač, i otpornost u povratnoj sprezi R_2 , ne dele istu struju što znači da je na ulazu ostvarena paralelna veza. Konačno, može se zaključiti da se radi o paralelno-naponskoj sprezi. Kolo povratne sprege čini samo otpornost R_2 , koji konvertuje izlazni napon, v_i , u struju pa kolo povratne sprege treba opisati ekvivalentnim Y parametrima.

Kolo povratne prege je prikazano na slici 15.5a. Parametri kola povratne sprege su



Slika 15.5: Invertujući pojačavač, paralelno-naponska sprega

$$Y_F = y_{12} = \left. \frac{i_v}{v_f} \right|_{v_v=0} = -\frac{1}{R_2}$$

$$R_v = \frac{1}{y_{11}} = \left. \frac{v_v}{i_v} \right|_{v_f=0} = R_2$$

$$R_f = \frac{1}{y_{22}} = \left. \frac{v_f}{i_f} \right|_{v_v=0} = R_2$$

Dakle, koeficijent povratne sprege je $Y_F = -100\mu\text{S}$. Analizom kola sa slike 15.5b dolazi se do transimpedansa kola bez reakcije

$$Z_T = \left. \frac{v_i}{i_u} \right|_{Y_F=0} = -A_o \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{io}} \cdot (R_1 || R_2 || R_{uo}) = -32.95\text{M}\Omega.$$

Transimpedansa kola sa reakcijom je

$$Z_{Tr} = \frac{v_i}{i_u} = \frac{Z_T}{1 + Z_T Y_F} = -9.99 \text{k}\Omega.$$

Naponsko pojačanje, ulazna i izlazna otpornost kola sa reakcijom su

$$A_r = \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i i_u}{i_u v_u} = \frac{Z_{Tr}}{R_1} = -1.99$$

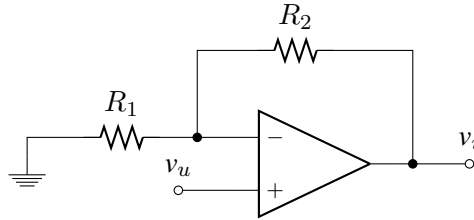
$$R_{ur} = \frac{R_1 || R_2 || R_{uo}}{1 + Z_T Y_F} = 1 \Omega$$

$$R_{ir} = \frac{R_2 || R_{io}}{1 + Z_T Y_F} = 0.03 \Omega.$$

Treba primetiti da je R_{ur} otpornost kola sa reakcijom koja se vidi od invertujućeg priključka prema masi. Kada se pogleda originalno kolo sa slike 15.4 ova otpornost se vidi na red sa otpornošću R_1 . Dakle, ulazna otpornost invertujućeg pojačavača je $R_1 + R_{ur} \approx R_1 = 5 \text{k}\Omega$.

Takođe treba primetiti da za idealni operacioni pojačavač tj. za $A_o \rightarrow 0$, $R_{uo} \rightarrow \infty \Omega$ i $R_{io} \rightarrow 0 \Omega$, naponsko pojačanje sa reakcijom teži već poznatoj vrednosti $A_r \rightarrow -R_2/R_1 = -2$.

PRIMER 15.2: Za kolo sa slike 15.6 odrediti tip povratne sprege, a zatim odrediti ukupno naponsko pojačanje, ulaznu i izlaznu otpornost. Parametri modela operacionog pojačavača su: $R_{uo} = 2 \text{M}\Omega$, $R_{io} = 100 \Omega$ i $A_{\text{odB}} = 80 \text{dB}$. Poznato je $R_1 = 5 \text{k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{k}\Omega$.



Slika 15.6: Neinvertujući pojačavač

REŠENJE 15.2: Ulazni napon pojačavača, $v_+ - v_-$, je razlika ulaznog, v_u , i napona na otpornosti R_1 . Dakle, radi se o rednoj sprezi pošto se reakcija ostvaruje oduzimanjem napona. Izlazna struja pojačavača se deli na struju kroz otpornost R_2 i na struju koja ide ka potencijalnom potrošaču (ka v_i). Prema tome radi se o redno-naponskoj sprezi. Takođe se može uočiti da se deo izlaznog napona vraća na ulaz pojačavača putem razdelnika R_1 i R_2 . Dakle, povratnu spregu čini naponski razdelnik prikazan na slici 15.7a i treba ga opisati H parametrima

$$H_F = h_{12} = \frac{v_v}{v_f} \Big|_{i_v=0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$R_v = h_{11} = \frac{v_v}{i_v} \Big|_{v_f=0} = R_1 || R_2$$

$$R_f = \frac{1}{h_{22}} = \frac{v_f}{i_f} \Big|_{i_v=0} = R_1 + R_2.$$

Koeficijent povratne sprege je $H_F = 0.33$. Naponsko pojačanje bez reakcije se dobija analizom kola sa slike 15.7b

$$G_T = \frac{v_i}{v_u} \Big|_{H_F=0} = A_0 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_{io}} \cdot \frac{R_{uo}}{R_{uo} + R_1 || R_2} = 6.61 \times 10^3.$$

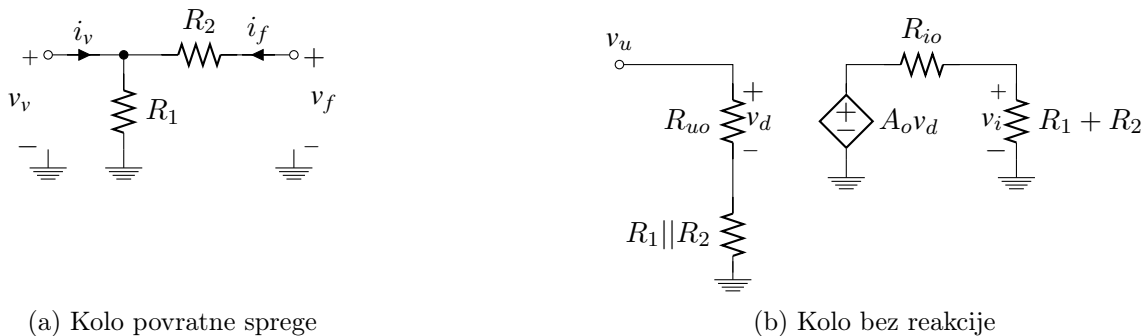
Naponsko pojačanje, ulazna i izlazna otpornost kola sa reakcijom su

$$A_r = G_{Tr} = \frac{v_i}{v_u} = \frac{G_T}{1 + G_T H_F} = 2.99$$

$$R_{ur} = (R_{uo} + R_1 || R_2) (1 + G_T H_F) = 4.41 \text{G}\Omega$$

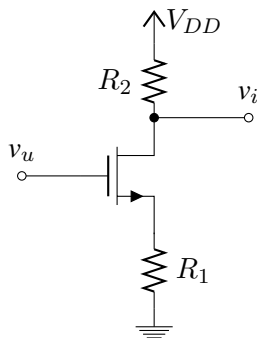
$$R_{ir} = \frac{R_{io} || (R_1 + R_2)}{1 + G_T H_F} = 0.045 \Omega.$$

Za idealni operacioni pojačavač tj. za $A_o \rightarrow 0$, $R_{uo} \rightarrow \infty\Omega$ i $R_{io} \rightarrow 0\Omega$, naponsko pojačanje sa reakcijom teži idealnoj vrednosti $A_r \rightarrow 1 + R_2/R_1 = 3$.



Slika 15.7: Neinvertujući pojačavač, redno-naponska sprega

PRIMER 15.3: Za kolo sa slike 15.8 odrediti tip povratne sprege, a zatim odrediti naponsko pojačanje ulaznu i izlaznu otpornost. DC vrednost ulaznog napona, v_u , je 1.5 V. Poznato je $A = 1\text{mA V}^{-2}$, $V_{TH} = 500\text{mV}$, $V_A = 80\text{V}$, $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $V_{DD} = 5\text{V}$.

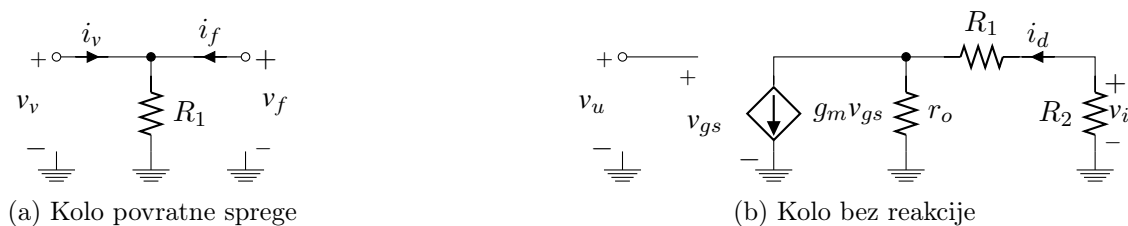


Slika 15.8: Zajednički sorsom sa negativnom reakcijom

REŠENJE 15.3: Prvo treba doći do parametara modela tranzistora za male signale. Rešavanjem konture od ulaza, preko priključaka Gejt-Sors i otpornosti R_1 dobija se kvadratna jednačina

$$V_{ov}^2 + \frac{1}{AR_1}V_{ov} - \frac{V_G - V_{TH}}{AR_1} = 0,$$

gde je $V_{ov} = V_{GS} - V_{TH}$ overdrajv napon, a $V_G = 1.5\text{V}$ zadata, jednosmerna, vrednost ulaznog napona, v_u . Smenom brojnih vrednosti dobija se $V_{ov} = 0.5\text{V}$, $I_D = AV_{ov}^2 = 250\mu\text{A}$, $r_o = V_A/I_D = 320\text{k}\Omega$ i $g_m = 2I_D/V_{ov} = 1\text{mS}$.



Slika 15.9: Zajednički sors, redno-strujna sprega

Preko otpornosti R_2 izlazna struja drejna se konvertuje u napon sorsa koji se dalje oduzima od ulaznog napona. Dakle, jasno je da se radi o redno-strujnoj sprezi. Kolo povratne sprege je prikazano na slici 15.9a.

Parametri kola povratne srpege su

$$Z_F = z_{12} = \left. \frac{v_v}{i_f} \right|_{i_v=0} = R_1$$

$$R_v = z_{11} = \left. \frac{v_v}{i_v} \right|_{i_f=0} = R_1$$

$$R_f = z_{22} = \left. \frac{v_f}{i_f} \right|_{i_v=0} = R_1.$$

Pošto je ulazna otpornost gejta izuzetno velika, otpornost R_v nema uticaj na ulazni deo kola. Otpornost R_f deli istu struju sa pojačavačem. Međutim, kada bi R_f ostalo u kolu sorsa reakcija bi i dalje bila ostvarena. Da bi se dobilo kolo bez reakcije R_f je premešteno u kolo drejna. Sa električne tačke gledišta ništa nije narušeno pošto R_f i dalje deli istu struju sa pojačavačem. Drugim rečima nije bitan redored elemenata u konturi, dokle god oni dele istu struju (II Kirhofov zakon). Analizom kola bez reakcije sa slike 15.9b dobija se transadmitansa bez reakcije

$$Y_T = \left. \frac{i_d}{v_u} \right|_{Z_F=0} = \frac{\mu}{r_o + R_1 + R_2} = 963.86 \mu\text{S}.$$

Transadmitansa kola sa reakcijom je

$$Y_{Tr} = \frac{i_d}{v_u} = \frac{Y_T}{1 + Y_T Z_F} = \frac{\mu}{r_o + R_2 + (1 + \mu) R_1} = 329.22 \mu\text{S},$$

pa se za naponsko pojačanje kola sa reakcijom dobija

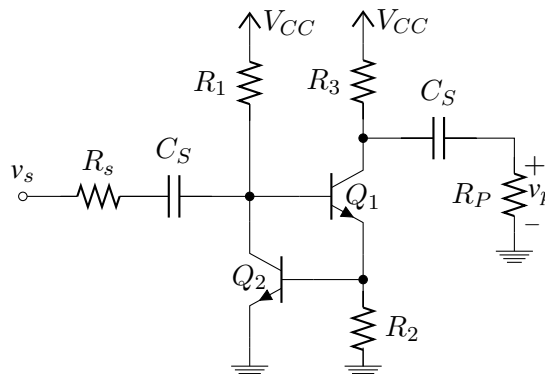
$$A_r = \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i}{i_d} \cdot \frac{i_d}{v_u} = -R_2 Y_{Tr} = -\frac{\mu R_2}{r_o + R_2 + (1 + \mu) R_1} = -3.29.$$

Za izlaznu otpornost kola sa reakcijom se dobija

$$R_{ir} = (r_o + R_1 + R_2) (1 + Y_T Z_F) = 972 \text{k}\Omega.$$

Usled negativne reakcije, izuzetno velika ulazna otpornost gejta se dodatno uvećava $1 + Y_T Z_F = 2.93$ puta.

PRIMER 15.4: Za kolo sa slike 15.10 odrediti tip povratne sprege, a zatim odrediti naponsko pojačanje, ulaznu i izlaznu otpornost. Poznato je $R_s = 50 \Omega$, $R_P = 2 \text{k}\Omega$, $R_1 = 1 \text{k}\Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 550 \Omega$, $V_{CC} = 5 \text{V}$ i $V_t \approx 26 \text{mV}$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike: $\{V_{BE}, V_A, \beta\}_1 = \{0.7 \text{V}, 150 \text{V}, 100\}$ i $\{V_{BE}, V_A, \beta\}_2 = \{0.7 \text{V}, 100 \text{V}, 80\}$. Smatrati da su sprežne kapacitivnosti C_S izuzetno velike.



Slika 15.10: Zajednički emitor, sa aktivnom negativnom reakcijom

REŠENJE 15.4: Najpre treba odrediti parametre modela tranzistora za male signale. Na osnovu konture koja ide od napona baterije, V_{CC} , preko otpornosti R_1 i napona Baza-Emitor, V_{BE1} i V_{BE2} , dobija se struja kroz otpornost R_1

$$I_{R_1} = \frac{V_{CC} - V_{BE1} - V_{BE2}}{R_1} = 3.6 \text{mA}.$$

Na osnovu struje I_{R_1} i veza između struja tranzistora Q_1 i Q_2 dobija se struja baze tranzistora Q_1

$$I_{B1} = \frac{I_{R_1} + \beta_2 V_{BE2}/R_2}{1 + \beta_2(1 + \beta_1)} = 35.09 \mu\text{A}.$$

Sada se mogu poračunati ostale relevantne struje,

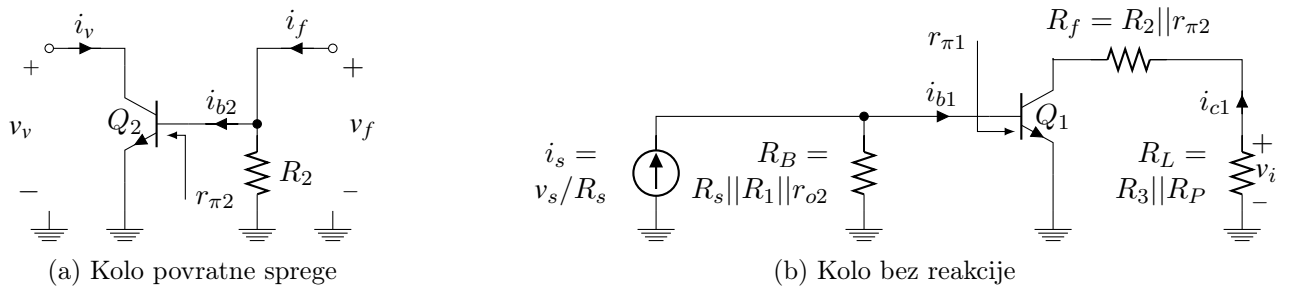
$$I_{B2} = (1 + \beta_1) I_{B1} - V_{BE2}/R_2 = 44.56 \mu\text{A}, \quad I_{C1} = \beta_1 I_{B1} = 3.5 \text{mA}, \quad I_{C2} = \beta_2 I_{B2} = 3.56 \text{mA}.$$

Parametrim modela za male signale su

$$g_{m1} = I_{C1}/V_t = 134.98 \text{mS}, \quad r_{o1} \approx V_{A1}/I_{C1} = 42.74 \text{k}\Omega, \quad r_{\pi1} = V_t/I_{B1} = 740.85 \Omega$$

$$g_{m2} = I_{C2}/V_t = 137.11 \text{mS}, \quad r_{o2} \approx V_{A2}/I_{C2} = 28.05 \text{k}\Omega, \quad r_{\pi2} = V_t/I_{B2} = 583.46 \Omega.$$

Pošto je u aktivnom režimu struja emitora približno jednaka struji kolektora ($I_E = (1 + 1/\beta) I_C \approx I_C$), može se zaključiti sledeće. Priraštaj izlazne struje, i_{c1} , se konvertuje u priraštaj napona Baza-Emitor tranzistora Q_2 putem otpornosti R_2 . Na dalje se priraštaj napona Baza-Emitor tranzistora Q_2 konvertuje u priraštaj struje kolektora tranzistora Q_1 . Ovaj priraštaj se oduzima od priraštaja struje baze tranzistora Q_1 . Dakle, radi se o paralelno-strujnoj sprezi, gde je kolo povratne sprege aktivno i čine ga otpornost R_2 i tranzistor Q_2 (slika 15.11a). Pošto se konvertuje struja u struju kolo povratne sprege treba opisati ekvivalentnim G parametrima



Slika 15.11: Zajednički emitor, paralelno-strujna sprega

$$G_F = g_{12} = \left. \frac{i_v}{i_f} \right|_{v_v=0} = \frac{i_v}{i_{b2}} \cdot \frac{i_{b2}}{i_f} = \beta_2 \frac{R_2}{R_2 + r_{\pi2}}$$

$$R_v = \frac{1}{g_{11}} = \left. \frac{v_v}{i_v} \right|_{i_f=0} = r_{o2}$$

$$R_f = g_{22} = \left. \frac{v_f}{i_f} \right|_{v_v=0} = R_2 || r_{\pi2}$$

Koeficijent povratne sprege je $G_F = 20.42$. Na slici 15.11b je prikazano kolo bez reakcije. Da bi se eliminisala reakcija otpornost R_f je premeštena u kolo kolektora. Analizom kola bez reakcije dolazi se do strujnog pojačanja kola bez reakcije

$$H_T = \left. \frac{i_{c1}}{i_s} \right|_{G_F=0} = \beta_1 \cdot \frac{r_{o1}}{r_{o1} + R_f + R_L} \cdot \frac{R_B}{R_B + r_{\pi1}} = 5.95.$$

Za strujno pojačanje kola sa reakcijom se bobija

$$H_{Tr} = \frac{i_{c1}}{i_s} = \frac{H_T}{1 + H_T G_F} = 4.856 \times 10^{-2},$$

pa je naponsko pojačanje kola sa reakcijom

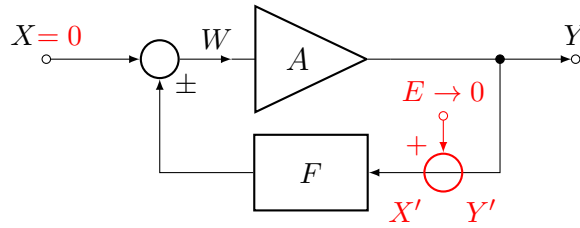
$$A_r = \frac{v_i}{v_s} = \frac{v_i}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_s} \cdot \frac{i_s}{v_s} = -R_L \cdot H_{Tr} \cdot \frac{1}{R_s} = -0.419.$$

Ulazna i izlazna otpornost kola sa reakcijom su

$$R_{ur} = \frac{R_B}{1 + H_T G_F} = 0.388 \Omega$$

$$R_{ir} = (R_f + R_L) (1 + H_T G_F) = 71.12 \text{k}\Omega.$$

16 Kružno pojačanje



Slika 16.1: Blok šema sistema sa povratnom spregom (kružno pojačanje)

$$H = \frac{A}{1 \mp B},$$

$$B = AF.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -A \\ \mp F & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ X \end{bmatrix} \Rightarrow \Delta = 1 \mp B, \quad (16.1)$$

$$A = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)},$$

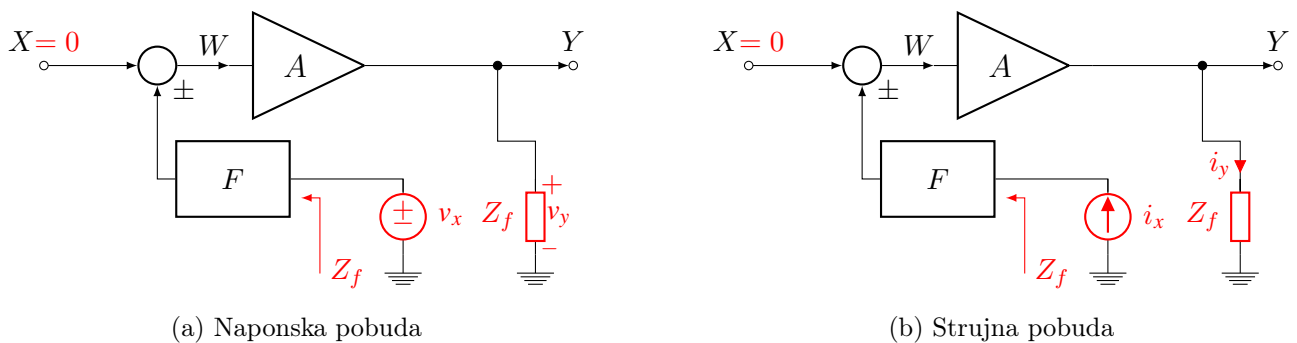
$$1 + \frac{A_0 F}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}, \quad (16.2)$$

$$1 + \frac{s}{1 + A_0 F} \left(\frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}} \right) + \frac{s^2}{(1 + A_0 F) \omega_{p1} \omega_{p2}} = 0. \quad (16.3)$$

$$Q = \frac{\sqrt{(1 + A_0 F) \omega_{p1} \omega_{p2}}}{\omega_{p1} + \omega_{p2}} < \frac{1}{2},$$

$$B_0 < \frac{(\omega_{p2} + \omega_{p1})^2}{4\omega_{p1}\omega_{p2}}, \quad (16.4)$$

16.1 Naponsko i strujno kružno pojačanje



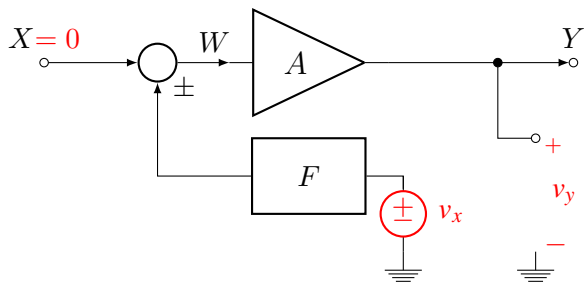
(a) Naponska pobuda

(b) Strujna pobuda

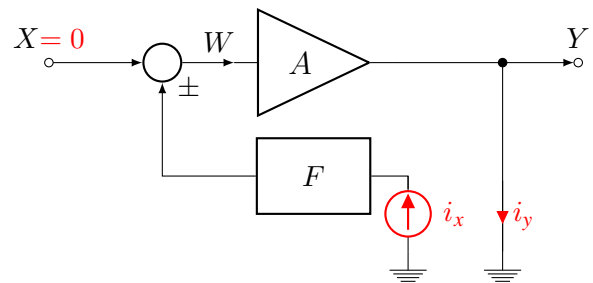
Slika 16.2: Određivanje kružnog pojačanja za unilateralnu petlju procenom impedansnog opterećenja tačke prekida

Procenom impedanse

$$B = -\frac{v_y}{v_x} = -\frac{i_y}{i_x} \Big|_{x=0}. \quad (16.5)$$



(a) Određivanje B_v



(b) Određivanje B_i

Slika 16.3: Određivanje kružnog pojačanja za unilateralanu petlju bez procene impedansnog opterećenja tačke prekida

Bez procene impedanse

$$B_v = - \left. \frac{v_y}{v_x} \right|_{x=0}, \quad (16.6)$$

$$B_i = - \left. \frac{i_y}{i_x} \right|_{x=0}. \quad (16.7)$$

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{B_v} + \frac{1}{B_i}. \quad (16.8)$$

16.2 Analiza kružnog pojačanja

Kao što je ranije napomenuto svi dosada korišćeni modeli poluprovodničkih komponenti za male signala ne niskim i srednjim frekvencijama podrazumevaju unilateralsnost. Prema tome, uglavnom se ručna analiza sprovodi pod pretpostavkom unilateralsnosti. Na osnovu prethodnog izlaganja može se ustanoviti procedura za analizu kružnog pojačanja za unilateralsnu petlju.

- Nacrtati ekvivalentno kolo za male signale i uočiti glavnu povratnu petlju.
- Izabrati čvor u kome treba prekinuti povratnu petlju.
- Ukinuti pobudu (za strujnu prekid, za naponsku kratak spoj).
- Koristiti jedan od metoda za određivanje kružnog pojačanja:
 - U tački prekida postaviti testni naponski generator, v_x , i odrediti naponsko kružno pojačanje u direktnom smeru,

$$B_v = -\frac{v_y}{v_x} \Big|_{i_u=0 \vee v_u=0},$$

gde je v_y napon praznog hoda tačke prekida. Zatim u tački prekida postaviti testni strujni generator, i_x , i odrediti strujno kružno pojačanje u direktnom smeru,

$$B_i = -\frac{i_y}{i_x} \Big|_{i_u=0 \vee v_u=0},$$

gde je i_y struja kratkog spoja tačke prekida. Odrediti ukupno kružno pojačanje iz,

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{B_v} + \frac{1}{B_i}.$$

- Odrediti ipedansno opterećenje, Z_f , koje se vidi u direktnom smeru od čvora u kome je prekinuta povratna petlja i pridružiti ga izlaznom naponu, v_y . Na mestu prekida, postaviti testni naponski, v_x , ili strujni, i_x , generator. Odrediti kružno pojačanje u direktnom smeru kao,

$$B = -\frac{v_y}{v_x} \Big|_{i_u=0 \vee v_u=0},$$

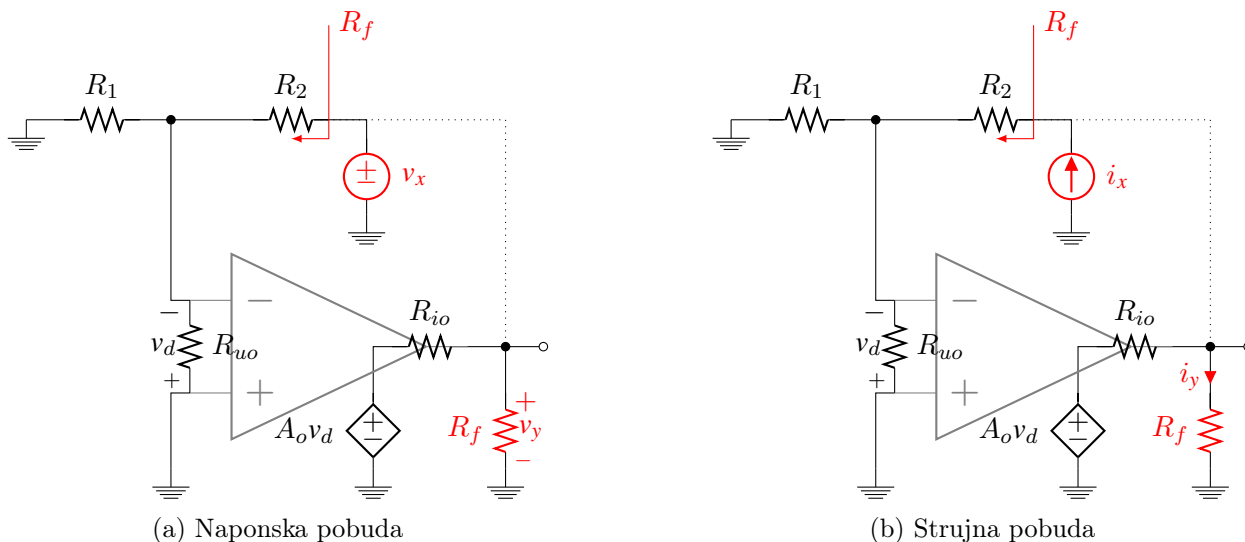
ili kao,

$$B = -\frac{i_y}{i_x} \Big|_{i_u=0 \vee v_u=0},$$

zavisno od izbora pobude. U prethodnim izrazima v_y je napon na impedansi Z_f , a i_y , struja kroz impedansu Z_f .

PRIMER 16.1: Odrediti kružno pojačanje za konfiguracije neinvertujućeg i invertujućeg pojačavača sa operacionim pojačavačem. Koristiti metod koji se bazira na proceni impedansnog opterećenja čvora u smeru signala u kome je prekinuta povratna petlja. Pokazati invarijantnost metoda u odnosu na mesto prekida povratne petlje i tip pobude. Parametri modela operacionog pojačavača su: $R_{uo} = 2\text{M}\Omega$, $R_{io} = 100\Omega$ i $A_{o\text{dB}} = 80\text{dB}$. Poznato je $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$.

REŠENJE 16.1: Prvo što treba uočiti jeste da ukidanjem pobude, $v_u = 0\text{V}$, konfiguracije invertujućeg i neinvertujućeg pojačavača postaju ekvivalentne. Na slici 16.4 su prikazana kola za određivanje kružnog pojačanja kada se povratna petlja prekine na izlazu pojačavača. Ekvivalentno kolo sa naponskom pobudom je dato na



Slika 16.4: Ekvivalentna kola za određivanje kružnog pojačanja prekidanjem petlje na izlazu pojačavača

slici 16.4a. Ekvivalentna otpornost koja se vidi od tačke prekida u smeru kretanja signala se lako određuje vizuelnom inspekcijom kola tj., $R_f = R_2 + R_1 || R_{uo}$. Za kružno pojačanje se dobija,

$$v_y = A_o \frac{R_f}{R_f + R_{io}} v_d, \quad v_d = - \frac{R_1 || R_{uo}}{R_1 || R_{uo} + R_2} v_x$$

$$B = - \frac{v_y}{v_x} \Big|_{v_u=0} = A_o \frac{R_1 || R_{uo}}{R_{io} + R_1 || R_{uo} + R_2}.$$

Kolo sa strujnom pobudom je prikazano na slici 16.4b. Sada se kružno pojačanje dobija iz,

$$v_d = - (R_1 || R_{uo}) i_x, \quad i_y = \frac{A_o v_d}{R_{io} + R_f}$$

$$B = - \frac{i_y}{i_x} \Big|_{v_u=0} = A_o \frac{R_1 || R_{uo}}{R_{io} + R_1 || R_{uo} + R_2}.$$

Dakle, dobija se indentičan rezultat kao i uslučaju naponske pobude što dokazuje da je metod invarijantan na tip pobude.

Na slici 16.5 su data ekvivalentna kola za slučaj kada se povratna petlja prekine na ulazu pojačavača. Sa slike 16.5a (ili slike 16.5b) očigledno važi, $R_f = R_{uo}$. Analizom kola sa slike 16.5a za naponsku pobudu dobija se,

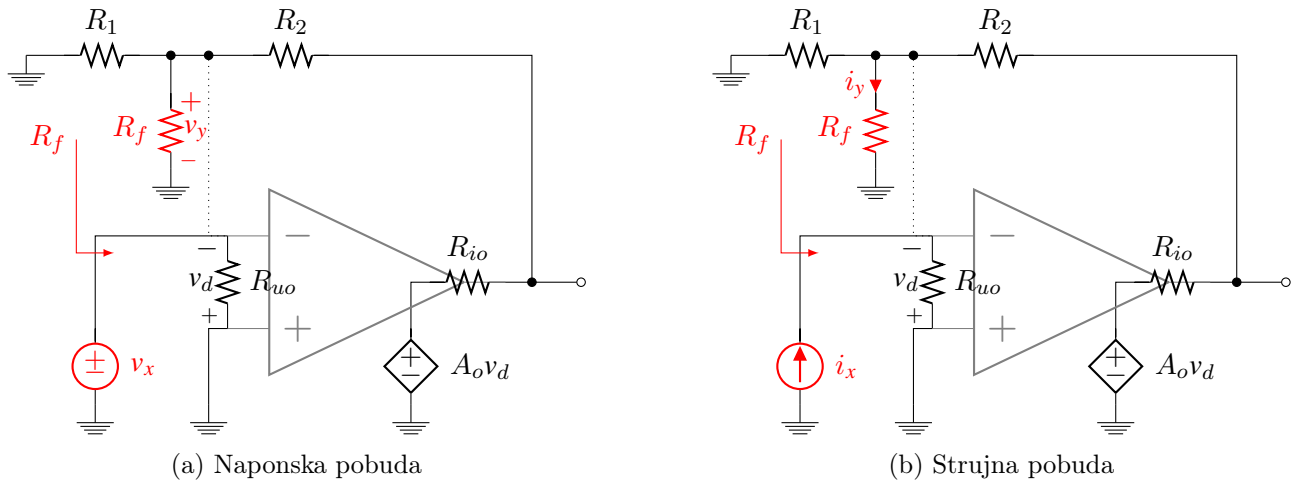
$$v_y = \frac{R_f || R_1}{R_f || R_1 + R_2 + R_{io}} A_o v_d, \quad v_d = -v_x$$

$$B' = - \frac{v_y}{v_x} \Big|_{v_u=0} = A_o \frac{R_1 || R_{uo}}{R_{io} + R_1 || R_{uo} + R_2}.$$

Konačno analizom kola sa slike 16.5b za strujnu pobudu dobija se,

$$v_d = -R_{uo} i_x, \quad i_y = \frac{1}{R_f} \frac{R_f || R_1}{R_f || R_1 + R_2 + R_{io}} A_o v_d$$

$$B' = - \frac{i_y}{i_x} \Big|_{v_u=0} = A_o \frac{R_1 || R_{uo}}{R_{io} + R_1 || R_{uo} + R_2}.$$

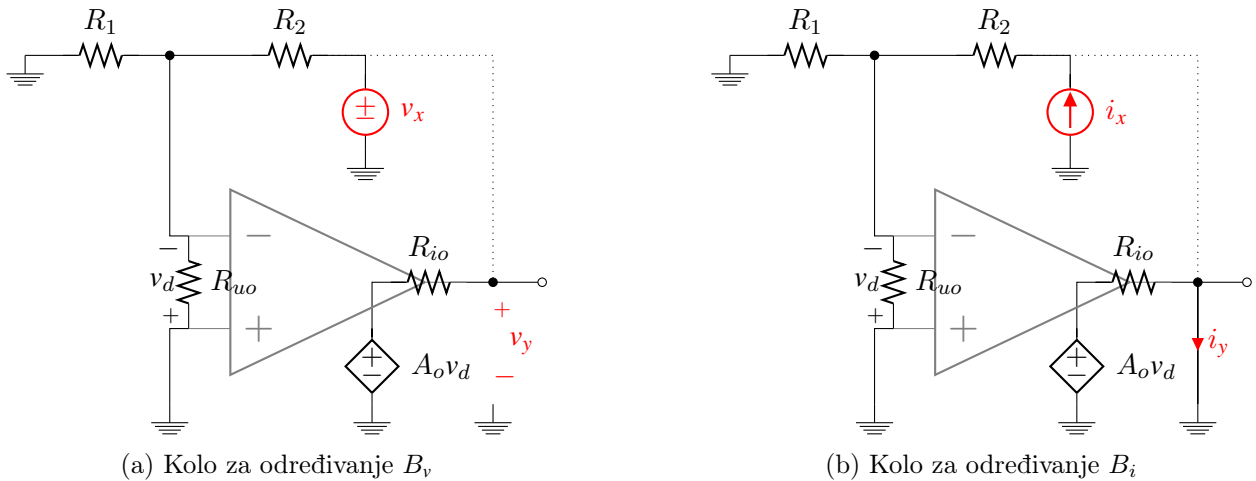


Slika 16.5: Ekvivalentna kola za određivanje kružnog pojačanja prekidanjem petlje na ulazu pojačavača

Pošto je $B = B'$ metod je invarijantan u odnosu na mesto prekida povratne petlje. Za konkretne brojne vrednosti dobija se, $B = 3305.73$. Na osnovu brojne vrednosti za kružno pojačanje može se zaključiti da je primenjena veoma "jaka" negativna reakcija.

PRIMER 16.2: Odrediti kružno pojačanje za konfiguracije neinvertujućeg i invertujućeg pojačavača sa operacionim pojačavačem. Koristiti metod koji se bazira na strujnom, B_i , i naponskom, B_v , kružnom pojačanju. Pokazati invarijantnost metoda u odnosu na mesto prekida povratne petlje. Parametri modela operacionog pojačavača su: $R_{uo} = 2\text{M}\Omega$, $R_{io} = 100\Omega$ i $A_{o\text{dB}} = 80\text{dB}$. Poznato je $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$.

REŠENJE 16.2: Na slici 16.6 su data kola za određivanje B_v i B_i za slučaj kada se povratna petlja prekine na izlazu pojačavača. Za kolo sa slike 16.7a važi,



Slika 16.6: Ekvivalentna kola za određivanje kružnog pojačanja prekidanjem petlje na izlazu pojačavača

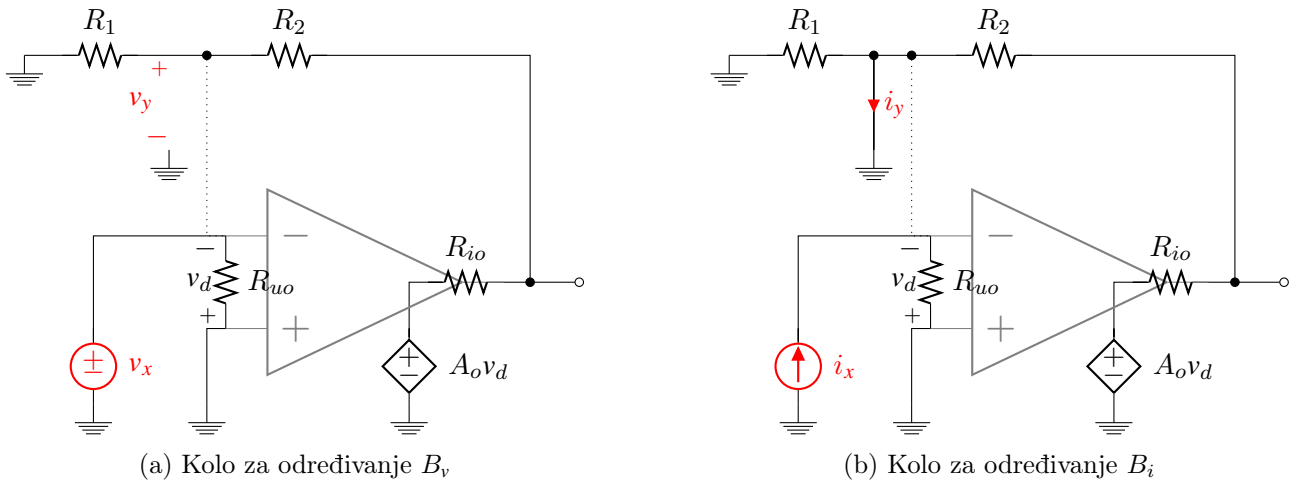
$$v_d = -\frac{R_1 \parallel R_{uo}}{R_1 \parallel R_{uo} + R - 2} v_x, \quad v_y = A_o v_d$$

$$B_v = -\left. \frac{v_y}{v_x} \right|_{v_u=0} = A_o \frac{R_1 \parallel R_{uo}}{R_1 \parallel R_{uo} + R_2} = 3327.79.$$

B_i se dobija analizom kola sa slike 16.6b,

$$v_d = -(R_1 \parallel R_{uo}) i_x, \quad i_y = \frac{A_o v_d}{R_{io}}$$

$$B_i = -\left. \frac{i_y}{i_x} \right|_{v_u=0} = A_o \frac{R_1 \parallel R_{uo}}{R_{io}} = 498753.12.$$



Slika 16.7: Ekvivalentna kola za određivanje kružnog pojačanja prekidanjem petlje na ulazu pojačavača

Ukupno kružno pojačanje se dobija iz,

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{B_i} + \frac{1}{B_v} = \frac{R_{io}}{A_o(R_1 || R_{uo})} + \frac{R_1 || R_{uo} + R_2}{A_o(R_1 || R_{uo})}$$

$$B = A_o \frac{R_1 || R_{uo}}{R_{io} + R_1 || R_{uo} + R_2} = 3305.73.$$

Ukoliko se povratna petlja prekine na ulazu pojačavača, za traženje kružnog pojačanja treba koristiti ekvivalentna kola sa slike 16.7. Analizom kola sa slike 16.7a dolazi se do B'_v ,

$$v_y = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_{io}} A_o v_d, \quad v_d = -v_x$$

$$B'_v = -\left. \frac{v_y}{v_x} \right|_{v_u=0} = A_o \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_{io}} = 3311.26.$$

U ovom slučaju B'_i se dobija analizom kola sa slike 16.7b,

$$i_y = \frac{A_o R_1}{R_1 + R_2 + R_{io}}, \quad v_d = -i_x R_{uo}$$

$$B'_i = -\left. \frac{i_y}{i_x} \right|_{v_u=0} = A_o \frac{R_{uo}}{R_{io} + R_2} = 1980198.02.$$

Sada se za ukupno kružno pojačanje, B' , dobija,

$$\frac{1}{B'} = \frac{1}{B'_i} + \frac{1}{B'_v} = \frac{R_{io} + R_2}{A_o R_{uo}} + \frac{R_1 + R_2 + R_{io}}{A_o R_1}$$

$$= \frac{R_{io} + R_2}{A_o} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{uo}} \right) + \frac{1}{A_o} = \frac{R_{io} + R_2}{A_o (R_1 || R_{uo})} + \frac{1}{A_o}$$

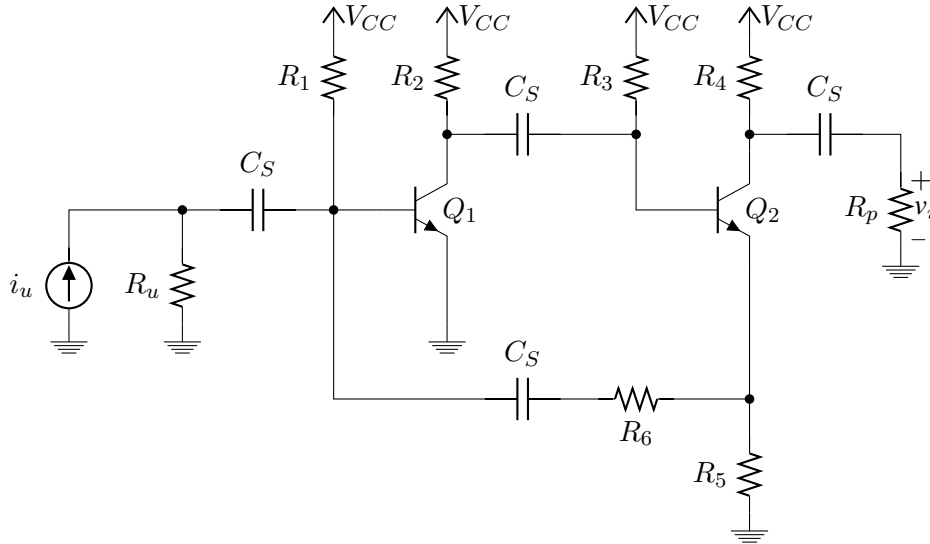
$$B' = A_o \frac{R_1 || R_{uo}}{R_{io} + R_1 || R_{uo} + R_2} = 3305.73.$$

Pošto je $B = B'$ metod za traženje kružnog pojačanja na bazi B_i i B_v je invarijantan u odnosu na mesto prekida kola povratne sprege. To znači da ne mora da se vodi računa o impedansnom opterećenju čvora u kome je prekinuta povratna petlja. Treba primetiti da su individualni rezultati za naponsko, odnosno, strujno kružno pojačanje međusobno različiti tj. $B_i \neq B'_i$ i $B_v \neq B'_v$, ali je zato krajnji rezultat za ukupno kružno pojačanje isti.

Na osnovu prethodne analize može se izvući sledeći bitan zaključak. Ako se kolo povratne sprege prekine u čvoru koji ima visoku impedansu (ulaz opearciong, gejt MOS-FET tranzistora) važi, $B_i \gg B_v$, odnosno, $B \approx B_v$. Ako se analizira kolo sa slike 16.7b u idealnom slučaju, $R_{uo} \rightarrow \infty \Omega$, može se zaključiti sledeće. Struja $i_x \rightarrow 0A$ pa $B_i \rightarrow \infty$, što konačno daje $1/B = 1/B_i + 1/B_v = 1/B_v$, tj. $B = B_v$. Praktično, ukoliko se u povratnoj petlji uoči čvor od koga se u smeru kretanja signala vidi, uslovno rečeno, beskonačna impedansa, na tom mestu je pogodno prekinuti kolo povratne sprege. Tada je dovoljno odrediti samo naponsko kružno pojačanje, B_v .

U ovom slučaju strujno kružno pojačanje je beskonačno i ne utiče na ukupno kružno pojačanje. Na osnovu dualnosti takođe važi da ukoliko se povratna petlja prekine u čvoru od koga se u smeru kretanja signala vidi nulta impedansa, tada važi $v_x = 0V$, odnosno $B_v \rightarrow \infty$, pa je ukupno kružno pojačanje $B = B_i$. Dakle, i čvor od koga se u smeru signala vidi nulta impedansa je takođe pogodno mesto za prekidanje povratne petlje. Generalno, na visokim frekvencijama uz svaki čvor se neminovno formiraju konačne impedanse/admitanse pa ove aproksimacije nisu od značaja. Međutim, na srenjim i niskim frekvencijama nekada mogu uštedeti jedan korak u analizi.

PRIMER 16.3: Za kolo sa slike 16.8 odrediti kružno pojačnje. Tranzistori imaju sledeće parametre, $\{V_{BE}, \beta, V_A\}_1 = \{0.7V, 60, \infty V\}$, $\{V_{BE}, \beta, V_A\}_2 = \{0.7V, 80, \infty V\}$. Poznato je, $R_1 = R_3 = 100k\Omega$, $R_2 = R_4 = R_5 = 1k\Omega$, $R_6 = 5k\Omega$, $R_u = 200k\Omega$, $R_p = 10k\Omega$ i $V_{CC} = 5V$. Smatrati $C_S \rightarrow \infty F$.



Slika 16.8: Dvostepeni, transimpedansni, pojačavač sa BJT tranzistorima

REŠENJE 16.3: Prov što se može uočiti jeste da je u pitanju dvostepeni pojačavača sa indirektnom spregom (preko sprežnih kondenzatora). Oba pojačavačka stepena su u konfiguraciji sa zajedničkim emitorom. Da bi se došlo do parametara za male signale, treba rešiti DC režim. S obzirom da C_S predstavljaju prekid za DC signal, polarizacija tranzistora Q_1 i Q_2 je nezavisno izvedena. Za prvi pojačavački stepen dobija se,

$$I_{B1} = \frac{V_{CC} - V_{BE1}}{R_1} = 43\mu A \Rightarrow I_{C1} = \beta_1 I_{B1} = 2.58mA,$$

$$g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} = 99.23mS, r_{\pi 1} = \frac{V_T}{I_{B1}} = 604.65\Omega.$$

Treba primetiti da za DC režim kroz R_6 ne teče jednosmerna struja, pa za dugi pojačavački stepen važi,

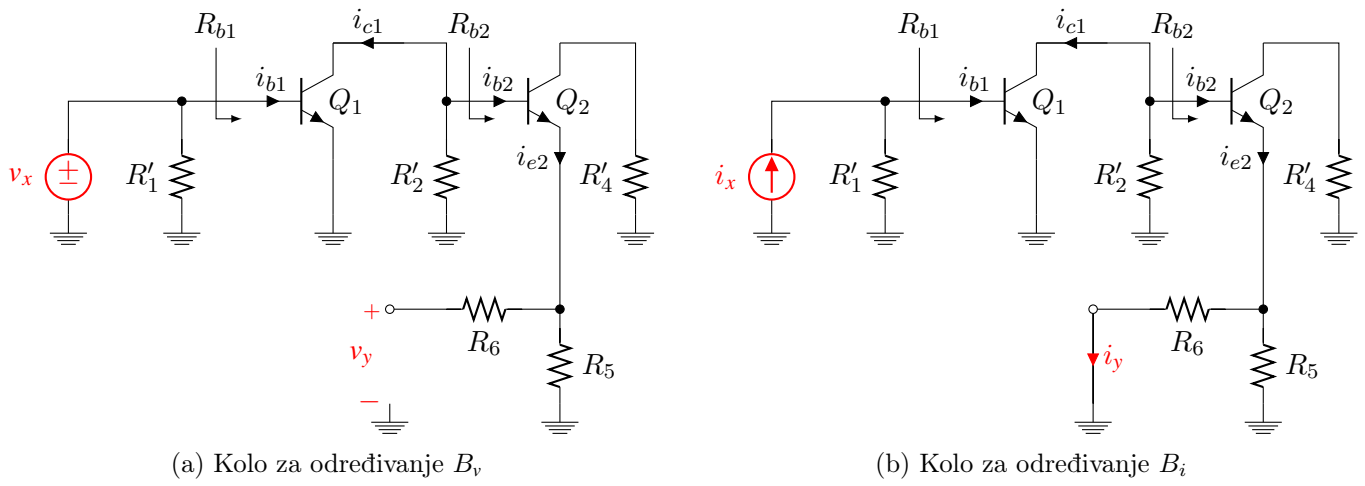
$$I_{B2} = \frac{V_{CC} - V_{BE2}}{R_3 + (1 + \beta_2) R_5} = 23.75\mu A \Rightarrow I_{C2} = \beta_2 I_{B2} = 1.9mA,$$

$$g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} = 73.1mS, r_{\pi 2} = \frac{V_T}{I_{B2}} = 1.094k\Omega.$$

Izlazna struja, koja je proporcionalna struji kolektora tranzistora Q_2 , se putem strujnog razdelnika $R_5 / (R_5 + R_6)$ konvertuje u struju, i_{R_6} , koja se sumira u čvoru baze tranzistora Q_1 sa ulaznom strujom i proizvodi struju baze, $i_{b1} = i_u + i_{R_6}$. Dakle, radi se o paralelno-strujnoj sprezi. Pošto važe sledeći priraštaji, $i_{b1} \uparrow \Rightarrow v_{c1} = v_{b2} \downarrow \Rightarrow i_{e2} \downarrow \Rightarrow i_{R_6} \downarrow$, što se konačno protivi inicijalnom porastu struje i_{b1} , radi se o negativnoj reakciji. Ekvivalentno kolo za traženje B_v je dato na slici 16.9a. Treba primetiti da je kolo povratne petlje prekinuto između baze tranzistora Q_1 i otpornosti R_6 . Ekvivalentne otpornosti su, $R'_1 = R_1 || R_u$, $R'_2 = R_2 || R_3$, $R'_4 = R_4 || R_p$. Naponsko kružno pojačanje je,

$$B_v = - \frac{v_y}{v_x} \Big|_{i_u=0} = - \frac{v_y}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{b2}} \cdot \frac{i_{b2}}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{v_x} = R_5 \cdot (1 + \beta_2) \cdot \frac{R'_2}{R'_2 + R_{b2}} \cdot \beta_1 \cdot \frac{1}{r_{\pi 1}} = 95.78,$$

gde su $R_{b1} = r_{\pi 1}$ i $R_{b2} = r_{\pi 2} + (1 + \beta_2) R_5$, otpornosti koje se vide na bazama tranzistora u smeru kretanja signala. Pošto se traži napon praznog hoda, v_y , mali signal struje ne teče kroz R_6 .



Slika 16.9: Ekvivalentna kola za određivanje kružnog pojačanja

Za strujno kružno pojačanje dobija se,

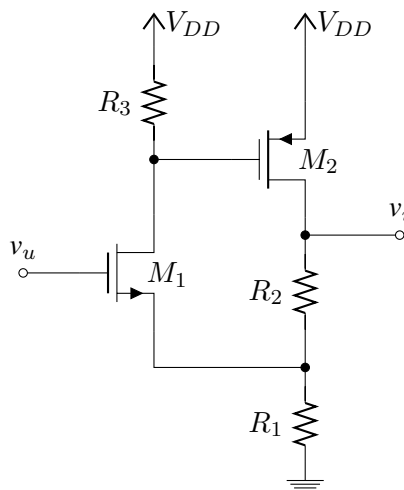
$$B_i = -\frac{i_y}{i_x} \Big|_{i_u=0} = -\frac{i_y}{i_{e2}} \cdot \frac{i_{e2}}{i_{b2}} \cdot \frac{i_{b2}}{i_{c1}} \cdot \frac{i_{c1}}{i_{b1}} \cdot \frac{i_{b1}}{i_x} = \frac{R_5}{R_5 + R_6} \cdot (1 + \beta_2) \cdot \frac{R'_2}{R'_2 + R_{b2}} \cdot \beta_1 \cdot \frac{R'_1}{R'_1 + r_{\pi 1}} = 11.42,$$

gde je sada otpornost koja se vidi na bazi tranzistora Q_2 u smeru kretanja signala, $R_{b2} = r_{\pi 2} + (1 + \beta_2)(R_5 || R_6)$. U ovom slučaju od emitora tranzistora Q_2 se vidi $R_5 || R_6$. Pošto je $B_i < B_v$, može se zaključiti da je tačka prekida povratne petlje čvor sa relativno niskom impedansom. Ukupno kružno pojačanje je,

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{B_i} + \frac{1}{B_v} \Rightarrow B = 10.2.$$

Pošto je za prekid povratne petlje izabran čvor sa relativno niskom impedansom dobio se očekivani rezultat tj. $B \approx B_i$.

PRIMER 16.4: Za kolo sa slike 16.10 odrediti neophodni jednosmerni nivo napona na ulazu kola, a zatim odrediti kružno pojačanje. Poznato je $R_1 = 40\text{k}\Omega$, $R_2 = 240\text{k}\Omega$, $R_3 = 200\text{k}\Omega$, $V_{DD} = 3.3\text{V}$ i $I_{D2} = I_{D1}$. Tranzistori imaju sledeće karakteristike: $\{A, V_{TH}, V_A\}_1 = \{100\mu\text{A}/\text{V}^2, 0.4\text{V}, 70\text{V}\}$ i $\{A, V_{TH}, V_A\}_2 = \{100\mu\text{A}/\text{V}^2, 0.5\text{V}, 50\text{V}\}$.



Slika 16.10: Dvostepeni MOS-FET pojačavač sa negativnom reakcijom

REŠENJE 16.4: Prvo što treba uočiti jeste da se radi o dvostepenom pojačavaču. Oba pojačavačak stepena su u konfiguraciji sa zajedničkim sorosm. Međutim, sada je upotrebljena direktna sprega (nema sprežnih kondenzatora). Dakle, polarizacija pojačavačkih stepena je međusobno zavisna. Pošto je dat odnos struja, $I_{D1} = I_{D2}$, dovoljno je naći jednomernu struju jednog od stepena. Sa druge strane jednosmerna vrednost

ulaznog napna je za sada nepoznata pa ostaje da se reši DC režim za drugi pojačavački stepen (tranzistor M_2),

$$V_{SG2} = I_{D1}R_3 = I_{D2}R_3 \Rightarrow V_{ov2}^2 - \frac{1}{A_2R_3}V_{ov2} - \frac{V_{TH2}}{A_2R_3} = 0,$$

$$V_{ov2} = 185\text{mV}, I_{D2} = A_2V_{ov2}^2 = 3.425\mu\text{A}$$

$$g_{m1} = \frac{2I_{D2}}{V_{ov2}} = 37.02\mu\text{S}, r_{o2} = \frac{V_{A2}}{I_{D2}} = 14.6\text{M}\Omega.$$

Pošto je $I_{D1} = I_{D2} = 3.425\mu\text{A}$, za drugi pojačavački stepen se dobija,

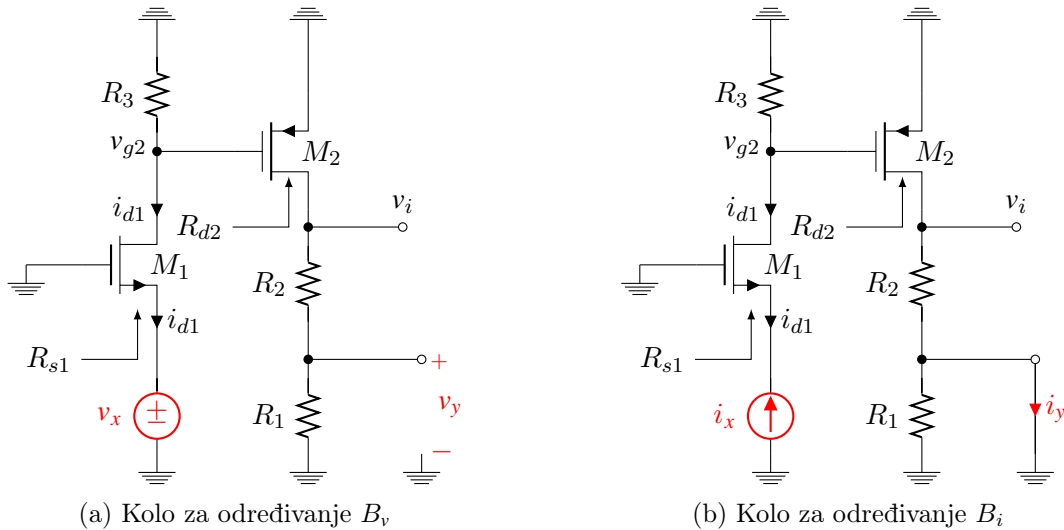
$$V_{ov1} = \sqrt{\frac{I_{D1}}{A_1}} = 185\text{mV}, g_{m2} = \frac{2I_{D1}}{V_{ov1}} = 37.02\mu\text{S}, r_{o2} = \frac{V_{A1}}{I_{D1}} = 20.44\text{M}\Omega.$$

Pošto je $V_{GS1} = V_{TH1} + V_{ov1} = 585\text{mV}$, za jednosmerni nivo ulaznog, V_U , i izlaznog, V_I , napna dobija se,

$$V_U = V_{GS1} + (I_{D1} + I_{D2})R_1 = 0.859\text{V}$$

$$V_I = V_{D2} = I_{D1}R_2 + (I_{D1} + I_{D2})R_1 = 1.096\text{V}.$$

Izlani napno, v_i , se putem napnskog razdelnika $R_1/(R_1 + R_2)$ konvertuje u napon koji je direktno proporcionalan naponu sorsa tranzistora M_1 , v_{s1} . S obzirom da je ulazni napon pojačavača, odnosno tranzistora M_1 , $v_{gs1} = v_u - v_{s1}$, jasno je da se radi o redno-naponskoj sprezi. U ovom slučaju važe sledeći priraštaji, $v_u \uparrow \Rightarrow i_{d1} \propto g_{m1}v_u \uparrow \Rightarrow v_{d1} = v_{g2} \downarrow \Rightarrow v_{d2} = v_i \uparrow \Rightarrow v_{s1} \propto v_i \uparrow \Rightarrow v_{gs1} \downarrow$, što konačno protivi inicijalnom porastu struje i_{d1} usled porasta napnoa v_u . Prema tome, primenjena je negativna sprega. Ekvivalentno kolo za određivanje napnskog kružnog pojačanja je prikazano na slici 16.11a.



Slika 16.11: Ekvivalentna kola za određivanje kružnog pojačanja

Ekvivalentne otpornosti koje se vide na sorsu tranzistora M_1 i dreznu tranzistora M_2 su, $R_{s1} = \frac{r_{o1} + R_3}{1 + \mu_1}$ i $R_{d2} = r_{o2}$, respektivno. Za napnsko kružno pojačanje dobija se,

$$B_v = -\left. \frac{v_y}{v_x} \right|_{v_u=0} = -\frac{v_y}{v_i} \cdot \frac{v_i}{v_{g2}} \cdot \frac{v_{g2}}{i_{d1}} \cdot \frac{i_{d1}}{v_x} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot g_{m2} [R_{d2} || (R_1 + R_2)] \cdot R_3 \cdot \frac{1}{R_{s1}} = 10.66.$$

Za strujno kružno pojačanje (slika 16.11b) dobija se,

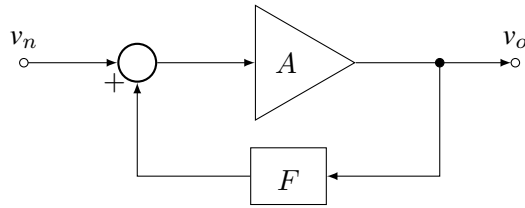
$$B_v = -\left. \frac{i_y}{i_x} \right|_{v_u=0} = -\frac{i_y}{v_i} \cdot \frac{v_i}{v_{g2}} \cdot \frac{v_{g2}}{i_{d1}} \cdot \frac{i_{d1}}{i_x} = \frac{1}{R_2} \cdot g_{m2} (R_{d2} || R_2) R_3 = 7.28.$$

Ukupno kružno pojačanje je,

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{B_i} + \frac{1}{B_v} \Rightarrow B = 4.33.$$

Na osnovu brojne vrednosti za B može se zaključiti da je primenjena slaba povratna sprega. Ovo se može i intuitivno uvideti s obzirom da je razdelnik $R_1/(R_1 + R_2) = 0.143$ značajno manji od jedan.

17 Oscilatori

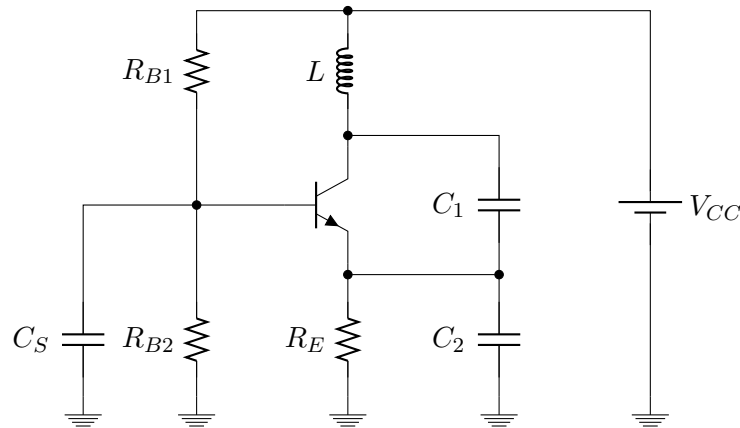


Slika 17.1: Blok šema oscilatora

17.1 Analiza kola oscilatora

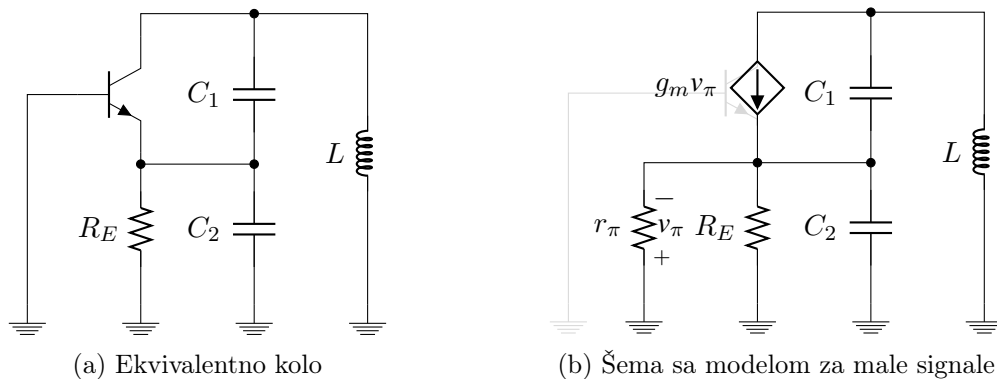
17.2 LC Oscilatori

PRIMER 17.1: Za Kolpicov (Colpitts) oscilator sa slike 17.2 odrediti uslov za strminu tranzistora, g_m , i frekvenciju oscilovanja, f_0 . Smatrati da je tranzistor idealan tj. $r_o \rightarrow \infty$ i da je vrednost spreznog kondenzatora izuzetno velika, $C_S \rightarrow \infty$.



Slika 17.2: Kolpicov oscilator sa NPN tranzistorom u konfiguraciji sa zajedničkom bazom

REŠENJE 17.1: Ekvivalentno kolo je prikazano na slici 17.3. Prilikom analize kola oscilatora polazi se od pretpostavke da su elementi kola odgovarajućih vrednosti te su u kolu ostvarene prostoperiodične oscilacije napona/struja. Dakle, pretpostavlja se da je u kolu prisutan vremenski promenljiv signal tj. treba primeniti analizu za male signale. Da bi se došlo do rešenja prvo treba formirati sistem jednačina koje opisuju kolo. Kako



Slika 17.3: Ekvivalentno kolo za male signale

kolo nema eksterni izvor vremenski promenljivog signala (generator), već ono samo treba da ga generiše, očekuje

se da slobodni vektor u sistemu jednačina bude jednak nuli. Kolo sa slike 17.3b se može opisati sa

$$\begin{aligned} \text{E} : \frac{v_\pi}{r_\pi} + \frac{v_\pi}{R_E} + v_\pi s C_2 + g_m v_\pi + (v_c + v_\pi) s C_1 &= 0 \\ \text{C} : g_m v_\pi + (v_c + v_\pi) s C_1 + \frac{v_c}{sL} &= 0. \end{aligned}$$

Sistem jednačina se može zapisati i u matričnom obliku kao

$$\begin{bmatrix} G_X + s(C_1 + C_2) & sC_1 \\ g_m + sC_1 & sC_1 + \frac{1}{sL} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_\pi \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

gde je,

$$G_X = \frac{1 + \beta}{r_\pi} + \frac{1}{R_E}.$$

Bitno je naglasiti da su elementi matrice sistema kompleksni brojevi. Dalje treba uočiti da je slobodni vektor jednak nuli što znači da sistem ima beskonačno mnogo rešenja (matematički sistem ima netrivialno rešenje) što uslovljava da je determinanta sistema, Δ , jednaka nuli. Determinanta sistema je,

$$\Delta = \begin{vmatrix} G_X + s(C_1 + C_2) & sC_1 \\ g_m + sC_1 & sC_1 + \frac{1}{sL} \end{vmatrix} = s^2 C_1 C_2 + s(G_X - g_m) C_1 + \frac{C_1 + C_2}{L} + \frac{G_X}{sL}.$$

Za $s = j\omega_0$ dobija se,

$$\Delta = \frac{C_1 + C_2}{L} - \omega_0^2 C_1 C_2 + j\omega_0 \left(C_1 (G_X - g_m) - \frac{1}{\omega_0^2 L} G_X \right).$$

Izjednačavanjem determinante sistema sa nulom dobijaju se dva uslova za realni (17.1) i imaginarni (17.2) deo,

$$\frac{C_1 + C_2}{L} - \omega_0 C_1 C_2 = 0 \quad (17.1)$$

$$\omega_0 \left(C_1 (G_X - g_m) - \frac{1}{\omega_0^2 L} G_X \right) = 0. \quad (17.2)$$

Iz (17.1) se dobija frekvencija oscilovanja,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_{ek}}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{ek}}}$$

gde je,

$$C_{ek} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Iz (17.2) se dobija uslov za transkonduktansku (strminu) tranzisotra,

$$g_m = \frac{C_1}{C_2 + C_1} G_X = \frac{C_1}{C_2 + C_1} \left(g_m + \frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_E} \right) \Rightarrow g_m \geq \frac{C_1}{C_2} \left(\frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_E} \right).$$

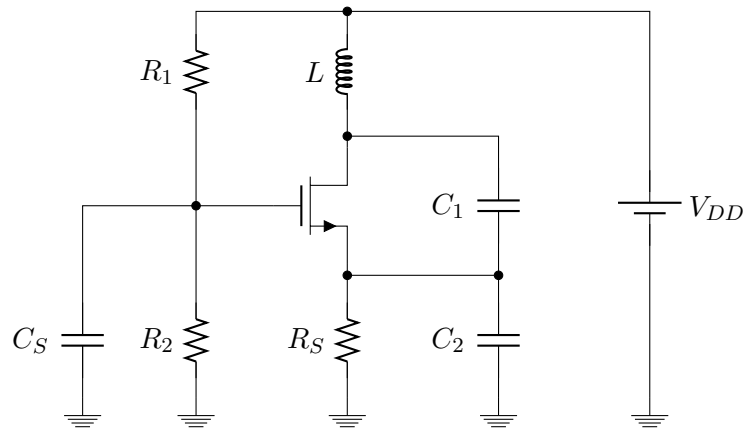
PRIMER 17.2: Za Kolpicov (Colpitts) oscilator sa slike 17.4 odrediti uslov za strminu tranzistora, g_m , i frekvenciju oscilovanja, f_0 . Smatrati da je tranzistor idealan sa beskonačnom unutrašnjom otpornošću ($r_o \rightarrow \infty$). Takođe uzeti i $C_S \rightarrow \infty$.

REŠENJE 17.2: Evkivalentno kolo je prikazano na slici 17.5. Sistem se može opisati sledećim jednačinama

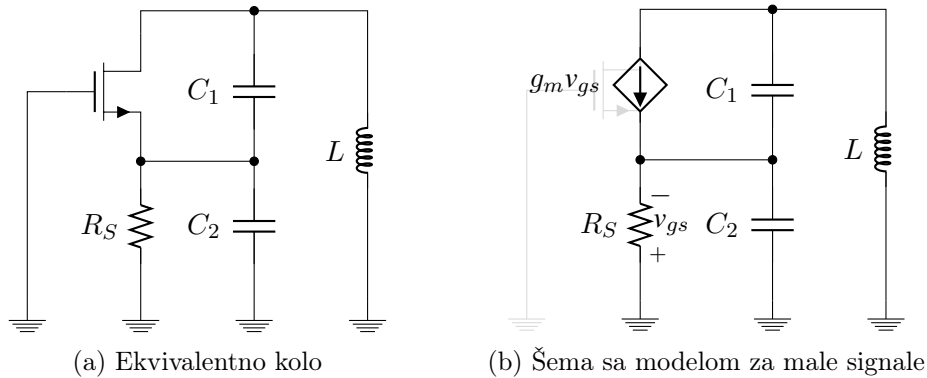
$$\text{D} : g_m v_{gs} + (v_d - v_s) s C_1 + \frac{v_d}{sL} = 0 \quad (17.3)$$

$$\text{S} : -g_m v_{gs} - (v_d - v_s) s C_1 + \frac{v_s}{R_S} + v_s s C_2 = 0 \quad (17.4)$$

$$\text{K} : v_{gs} = -v_s. \quad (17.5)$$



Slika 17.4: Kolpikov oscilator sa NMOS tranzistorom u konfiguraciji sa zajedničkim gejtom



(a) Ekvivalentno kolo

(b) Šema sa modelom za male signale

Slika 17.5: Ekvivalentno kolo za male signale

Zamenom dodatne jednačine DJ u jednačinu za drejn D i sors S, dobija se konačni sistem jednačina

$$D : \left(sC_1 + \frac{1}{sL} \right) v_d - (g_m + sC_1) v_s = 0$$

$$S : -sC_1 v_d + \left(g_m + s(C_1 + C_2) + \frac{1}{R_S} \right) v_s = 0.$$

Dalke determinanta sistema je

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} sC_1 + \frac{1}{sL} & -(g_m + sC_1) \\ -sC_1 & g_m + s(C_1 + C_2) + \frac{1}{R_S} \end{vmatrix} = s^2 C_1 C_2 + s \frac{C_1}{R_S} + \frac{1}{sL} \left(g_m + \frac{1}{R_S} \right) + \frac{C_1 + C_2}{L} \\ &= \frac{C_1 + C_2}{L} - \omega_0^2 C_1 C_2 + j \left(\omega_0 \frac{C_1}{R_S} - \frac{1}{\omega_0 L} \left(g_m + \frac{1}{R_S} \right) \right) = 0 + j0. \end{aligned} \quad (17.6)$$

Uslov za realni i imaginarni deo determinante sistema su dati u (17.7) i (17.8), respektivno.

$$\frac{C_1 + C_2}{L} - \omega_0^2 C_1 C_2 = 0 \quad (17.7)$$

$$\omega_0 \frac{C_1}{R_S} - \frac{1}{\omega_0 L} \left(g_m + \frac{1}{R_S} \right) = 0 \quad (17.8)$$

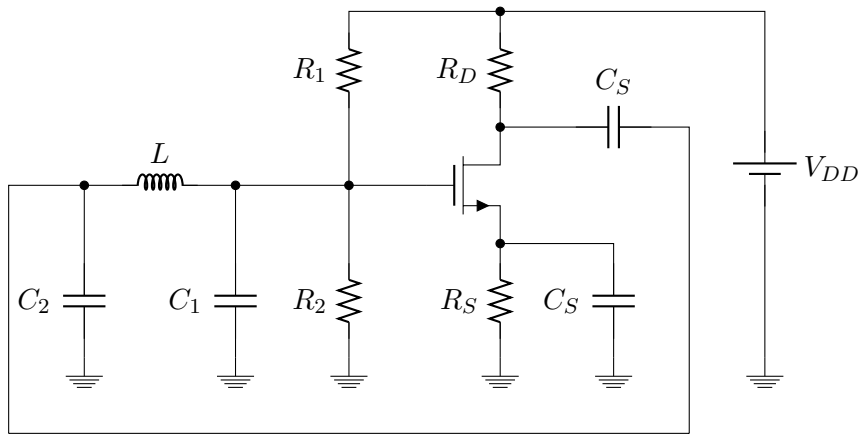
Frekvencija oscilovanja je

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{ek}}}, C_{ek} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

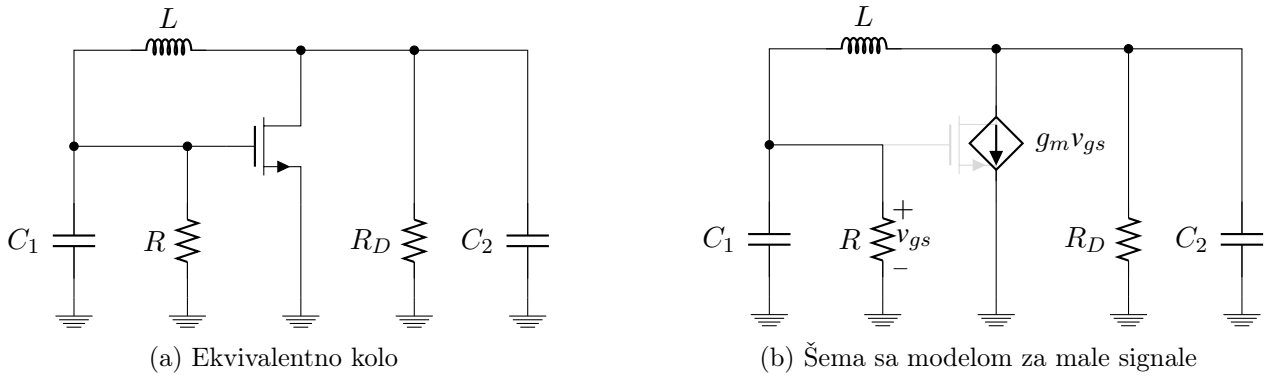
dok za strminu tranzistora treba da važi

$$g_m = \frac{1}{R_S} \cdot \frac{C_1}{C_2}.$$

PRIMER 17.3: Za Kolpikov oscilator sa slike 17.6 odrediti uslov za strminu tranzistora, g_m , i frekvenciju oscilovanja, f_0 . Smatrati $r_o \rightarrow \infty$ i $C_S \rightarrow \infty$.



Slika 17.6: Kolpikov oscilator sa NMOS tranzistorom u konfiguraciji sa zajedničkim sorsom



(a) Ekvivalentno kolo

(b) Šema sa modelom za male signale

Slika 17.7: Ekvivalentno kolo za male signale

REŠENJE 17.3: Sistem jednačina za male signale je,

$$D : g_m v_{gs} + v_d \left(\frac{1}{R_d} + sC_2 \right) + (v_d - v_g) \frac{1}{sL} = 0$$

$$G : -(v_d - v_g) \frac{1}{sL} + v_g \left(\frac{1}{R} + sC_1 \right) = 0$$

$$K : v_{gs} = v_g, R = R_1 || R_2,$$

odakle se dobija,

$$D : \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{sL} + sC_2 \right) v_d + \left(g_m - \frac{1}{sL} \right) v_g = 0$$

$$G : -\frac{1}{sL} v_d + \left(\frac{1}{sL} + \frac{1}{R} + sC_1 \right) v_g = 0$$

Determinanta sistema je

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} \frac{1}{R_D} + \frac{1}{sL} + sC_2 & g_m - \frac{1}{sL} \\ -\frac{1}{sL} & \frac{1}{sL} + \frac{1}{R} + sC_1 \end{vmatrix} \\ &= \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{sL} + sC_2 \right) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC_1 \right) + \frac{1}{sL} \left(g_m - \frac{1}{sL} \right) \\ &= \frac{1}{RR_D} + \frac{1}{sR_D L} + s \frac{C_1}{R_D} + \frac{1}{sLR} + \frac{1}{s^2 L^2} + \frac{C_1}{L} + s \frac{C_2}{R} + \frac{C_2}{L} + s^2 C_1 C_2 + \frac{g_m}{sL} - \frac{1}{s^2 L^2} \\ &= \frac{1}{RR_D} + \frac{C_1 + C_2}{L} - \omega_0^2 C_1 C_2 + j \left(\omega_0 \frac{C_1}{R_D} + \omega_0 \frac{C_2}{R} - \frac{1}{\omega_0 LR} - \frac{1}{\omega_0 LR_D} - \frac{g_m}{\omega_0 L} \right) = 0 + j0. \end{aligned}$$

Uslov za realni i imaginarni deo su

$$\frac{1}{RR_D} + \frac{C_1 + C_2}{L} - \omega_0^2 C_1 C_2 = 0$$

$$\omega_0 \frac{C_1}{R_D} + \omega_0 \frac{C_2}{R} - \frac{1}{\omega_0 LR} - \frac{1}{\omega_0 LR_D} - \frac{g_m}{\omega_0 L} = 0.$$

Kružna frekvencija oscilovanja je,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} + \frac{1}{C_1 C_2 R R_D}}.$$

Za striminu tranzistora treba da važi

$$g_m = \frac{1}{R_D} (\omega_0^2 L C_1 - 1) + \frac{1}{R} (\omega_0^2 L C_2 - 1).$$

Ukoliko i $R \rightarrow \infty$ onda je

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_{ek}}} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

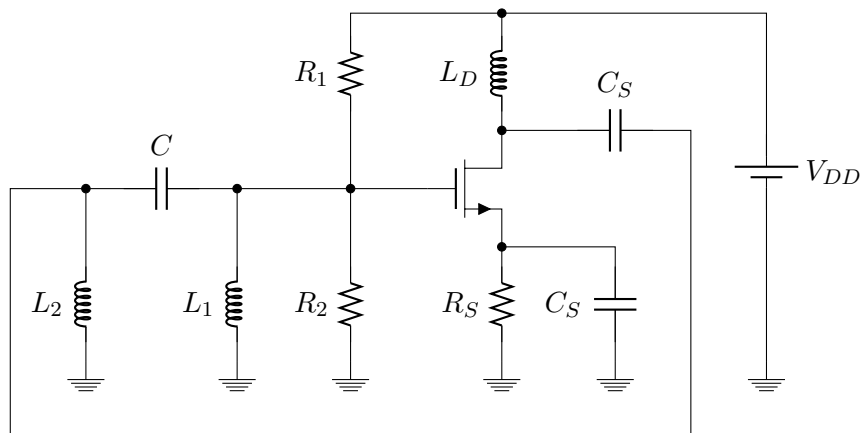
$$g_m = \frac{1}{R_D} \frac{C_1}{C_2}$$

$$C_{ek} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

PRIMER 17.4: Za Hartlijev (Hartley) oscilator prikazan na slici 17.8 odrediti uslov za strminu tranzistora, g_m , i frekvenciju oscilovanja, f_0 pri čemu:

- Smatrati da unutrašnja otpornost tranzistora $r_o \rightarrow \infty$
- Smatrati da tranzistor ima konačnu unutrašnju otpornost r_o dok $R_1, R_2 \rightarrow \infty$
- Smatrati da i unutrašnja otpornost tranzistora r_o i otpornici za polarizaciju R_1, R_2 imaju konačnu vrednost

U svim slučajevima uzeti $L_D \rightarrow \infty, C_S \rightarrow \infty$.



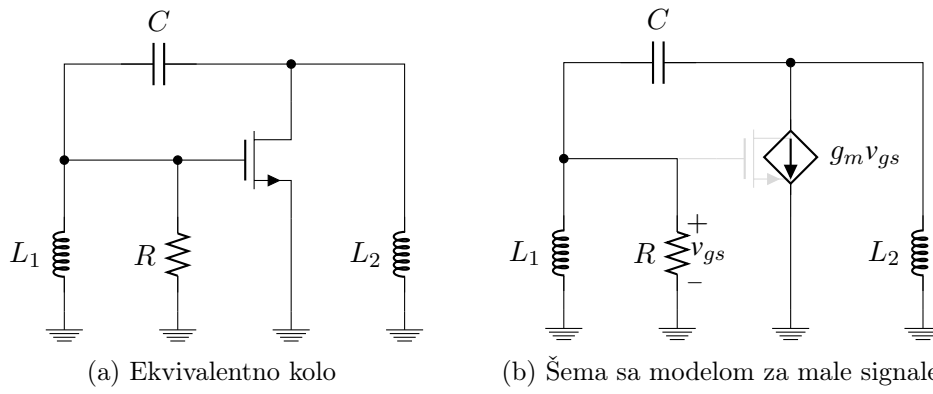
Slika 17.8: Hartlijev oscilator sa MOS-FET tranzistorom u konfiguraciji sa zajedničkim sorsom

REŠENJE 17.4: Za slučaj pod (a), slika 17.9, važi sledeći sistem jednačina

$$G : v_g \left(\frac{1}{sL_1} + \frac{1}{R} \right) + (v_g - v_d) sC = 0$$

$$D : g_m v_{gs} + v_d \frac{1}{sL_2} + (v_d - v_g) sC = 0$$

$$K : v_{gs} = v_g, R = R_1 || R_2,$$



Slika 17.9: Ekvivalentno kolo za male signale

odakle se dobija,

$$G : \left(\frac{1}{sL_1} + \frac{1}{R} + sC \right) v_g - sC v_d = 0$$

$$D : (g_m - sC) v_g + \left(\frac{1}{sL_2} + sC \right) v_d = 0$$

Determinanta sistema je

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{sL_1} + \frac{1}{R} + sC & -sC \\ g_m - sC & \frac{1}{sL_2} + sC \end{vmatrix} = \frac{1}{s^2 L_1 L_2} + \frac{C}{L_1} + \frac{1}{s R L_2} + s \frac{C}{R} + \frac{C}{L_2} + s^2 C^2 + s g_m C - s^2 C^2$$

$$= \frac{C}{L_1} + \frac{C}{L_2} - \frac{1}{\omega_0^2 L_1 L_2} + j \left(g_m \omega_0 C + \omega_0 \frac{C}{R} - \frac{1}{\omega_0 R L_2} \right) = 0 + j0$$

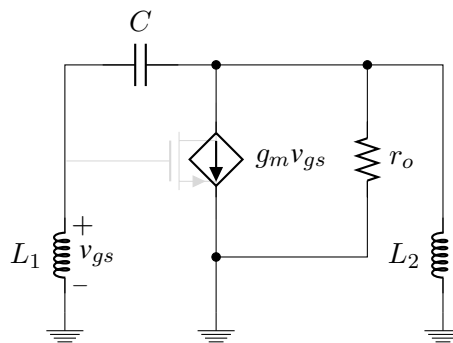
Frekvencija oscilovanja je

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

Za strminu tranzistora važi

$$g_m = \frac{1}{R} \frac{L_1}{L_2}$$

Za slučaj pod (b), slika 17.10, važi sledeći sistem jednačina



Slika 17.10: Šema sa modelom za male signale

$$G : (v_d - v_g) sC = \frac{v_g}{sL_1}$$

$$D : (v_d - v_g) sC + g_m v_{gs} + v_d \left(\frac{1}{sL_2} + \frac{1}{r_o} \right) = 0$$

$$K : v_{gs} = v_g,$$

odakle sledi,

$$G : sCv_d - \left(sC + \frac{1}{sL_1} \right) v_g = 0$$

$$D : \left(\frac{1}{r_o} + \frac{1}{sL_2} + sC \right) v_d + (g_m - sC) v_g = 0$$

U ovom slučaju determinanta sistema je

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} sC & sC + \frac{1}{sL_1} \\ \frac{1}{r_o} + \frac{1}{sL_2} + sC & g_m - sC \end{vmatrix} \\ &= sCg_m - s^2C^2 + s\frac{C}{r_o} + \frac{C}{L_2} + s^2C^2 + \frac{1}{sL_1r_o} + \frac{1}{s^2L_1L_2} + \frac{C}{L_1} \\ &= \frac{C}{L_1} + \frac{C}{L_2} - \frac{1}{\omega_0^2L_1L_2} + j \left(\frac{\omega_0C}{r_o} + \omega_0Cg_m - \frac{1}{\omega_0L_1r_o} \right) = 0 + j0. \end{aligned}$$

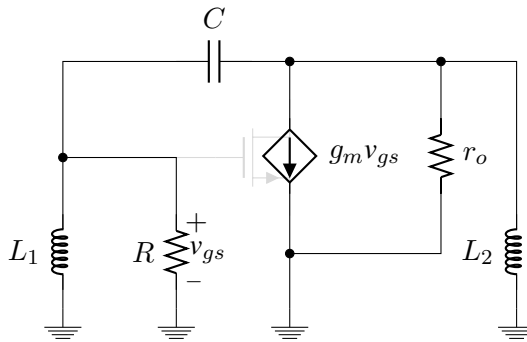
Frekvencija oscilovanja je

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}.$$

Za transkonduktansu tranzistora važi

$$g_m = \frac{1}{r_o} \frac{L_2}{L_1}.$$

Za slučaj pod (c), slika 17.11, važi sledeći sistem jednačina,



Slika 17.11: Šema sa modelom za male signale

$$G : v_g \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL_1} \right) + (v_g - v_d) sC = 0$$

$$D : g_mv_{gs} + (v_d - v_g) sC + v_d \left(\frac{1}{r_o} + \frac{1}{sL_2} \right) = 0$$

$$K : v_{gs} = v_g, R = R_1 || R_2,$$

odakle se dobija,

$$G : \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL_1} + sC \right) v_g - sCv_d = 0$$

$$D : (g_m - sC) v_g + \left(\frac{1}{r_o} + \frac{1}{sL_2} + sC \right) v_d = 0$$

Determinanta sistema je

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} \frac{1}{R} + \frac{1}{sL_1} + sC & -sC \\ g_m - sC & \frac{1}{r_o} + \frac{1}{sL_2} + sC \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{Rr_o} + \frac{1}{sL_2R} + s\frac{C}{R} + \frac{1}{sL_1r_o} + \frac{1}{s^2L_1L_2} + \frac{C}{L_1} + s\frac{C}{r_o} + \frac{C}{L_2} + s^2C^2 + sCg_m - s^2C^2 \\ &= \frac{1}{Rr_o} + \frac{C}{L_1} + \frac{C}{L_2} - \frac{1}{\omega_0^2L_1L_2} + j \left(\omega_0C \left(g_m + \frac{1}{R} + \frac{1}{r_o} \right) - \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{1}{RL_2} + \frac{1}{r_oL_1} \right) \right) = 0 + j0 \end{aligned}$$

Frekvencija oscilovanja je

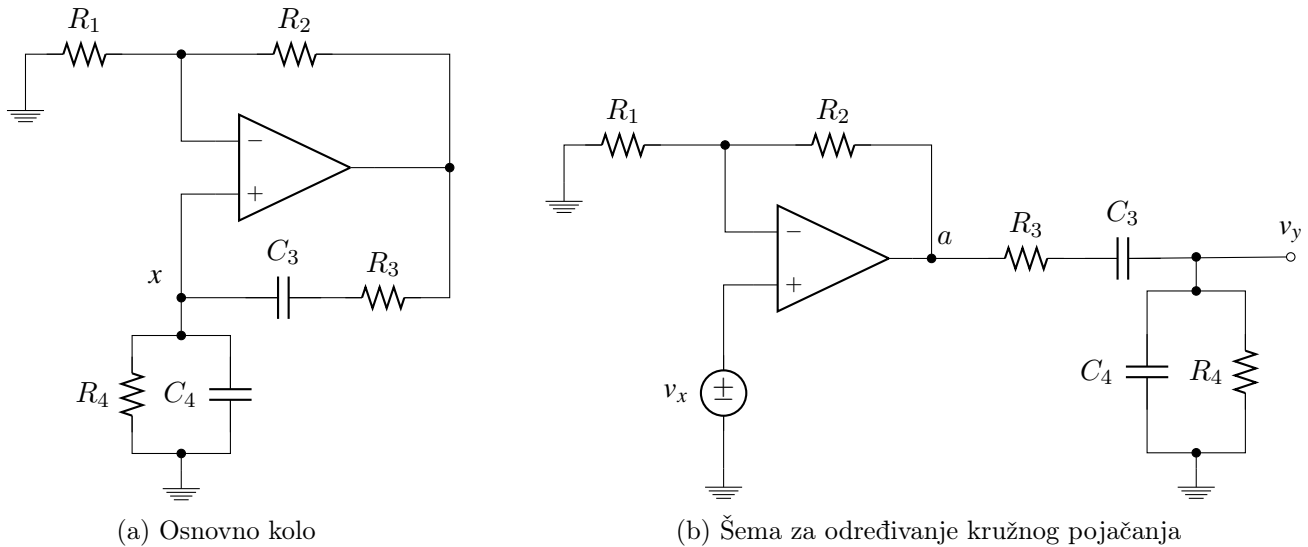
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)} + \frac{L_1 L_2}{R r_o}} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}.$$

Strmina tranzistora treba da ispuni sledeći uslov

$$g_m = \left(\frac{1}{R L_2} + \frac{1}{r_o L_1} \right) \left(\frac{1}{\omega_0^2 C} - 1 \right).$$

17.3 RC Oscilatori

PRIMER 17.5: Za oscilator sa Vinovim mostom sa slike 17.12 odrediti odnos otpornika R_2 i R_1 u kolu neinvertujućeg pojačavača sa operacionim pojačavačem i frekvenciju oscilovanja, f_0 . Operacioni pojačavač je idealan. Koristiti Barkhausenov kriterijum stabilnosti.



Slika 17.12: Oscilator sa Vinovim mostom

REŠENJE 17.5: Za rešavanje ovog zadatka biće upotrebljen Barkhausenov kriterijum. Ovaj kriterijum je ustanovio nemački fizičar Hajnrih Barkhausen (*Heinrich Georg Barkhausen*) još 1921. godine pa se ovaj kriterijum u literaturi obično sreću kao Barkhausenov kriterijum stabilnosti (*Barkhausen stability criterion*). Prema Barkhausenovom kriterijumu do oscilacija u kolu sa povratnom spregom može da dođe ako je:

- moduo kružnog pojačanja jednak jedinici $|AF| = |B| = 1$ i
- fazni pomeraj po kružnoj petlji jednak nuli ili celobrojnom umnošku 2π .

Bitno je naglasiti da je Barkhausenov kriterijum neophodan ali ne i dovoljan uslov za postojanje oscilacija u kolu. Sve jedno, Barkhausenov kriterijum je dovoljno tačan za ručnu procenu prilikom aproksimativne analize kola oscilatora.

Na osnovu kriterijuma jasno je da treba pronaći izraz za kružno pojačanje. Pošto je u pitanju idealni operacioni pojačavač najpogodnije je prekinuti kolo na samom ulazu u operacioni pojačavač tj. u čvoru x kao što je prikazano na slici 17.12a. Naime, ekvivalentna otpornost koja se vidi od čvora x prema operacionom pojačavaču je bekonačna što efektivno predstavlja prazan hod za kolo reaktivne povratne sprege. Generalno, za tačku prekida treba, kada god je to moguće, izabati čvoru koji ima veliku impedansu pošto onda, $B_i \rightarrow \infty$, pa je ukupno kružno pojačanje $B = B_v$.

Prema Barkhausenovom kriterijumu moduo proizvoda pojačanja pojačavača (A) i prenosne funkcije kola reaktivne povratne sprege (F) u kolu oscilatora mora da bude jednak jedinici. Dakle kružno pojačanje, $|AF| = |B| = 1$. Pošto je u pitanju pozitivna reakcija $B > 0$ absolutna vrednost se obično izoatavlja. Ovo se i intuitivno može zaključiti posmatranjem slika 17.12a i 17.12b. Da bi ove dve šeme bile ekvivalentne, naponi v_x i v_y moraju biti jednaki. Odnos ovih napona se može izraziti kao

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{v_a} \cdot \frac{v_a}{v_x}$$

Sa slike 17.12b je evidentno da odnos v_y/v_a predstavlja prenosnu funkciju kola reaktivne povratne sprege F (redno i paralelno RC kolo), dok odnos v_a/v_x predstavlja naponsko pojačanje pojačavača A (u ovom slučaju radi se o neinvetujućoj konfiguraciji). Pošto na osnovu ekvivalencije kola sa slike 17.12 mora da važi, $v_y = v_x$, onda je,

$$\frac{v_y}{v_x} = AF = B = 1.$$

Da bi se rešio zadatak na osnovu kola sa slike 17.12b treba doći do izraza za kružno pojačanje, a zatim taj izraz izjednačiti sa 1. Dakle

$$\begin{aligned} B &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{Z_p}{Z_p + Z_r} \\ &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\frac{R_4}{1 + sR_4C_4}}{\frac{R_4}{1 + sC_4R_4} + R_3 + \frac{1}{sC_3}} \\ &= K \frac{sR_4C_3}{sR_4C_3 + sR_3C_3(1 + sC_4R_4) + 1 + sR_4C_4} \end{aligned}$$

gde je,

$$\begin{aligned} Z_p &= \frac{R_4}{1 + sR_4C_4} \\ Z_r &= R_3 + \frac{1}{sC_3} \\ K &= 1 + \frac{R_2}{R_1}. \end{aligned}$$

Pošto je prema Barkhausenovom kriterijumu $B = 1$ onda važi,

$$K \frac{sR_4C_3}{sR_4C_3 + sR_3C_3(1 + sC_4R_4) + 1 + sR_4C_4} = 1$$

Da bi se izbegla racionalizacija prethodnog izraza zgodno je prvo rešiti se razlomka pa tek onda uvesti smenu $s = j\omega_0$.

$$\begin{aligned} s^2 R_3 R_4 C_3 C_4 + s (R_4 C_3 (1 - K) + R_3 C_3 + R_4 C_4) + 1 &= 0 \\ 1 - \omega_0^2 R_3 R_4 C_3 C_4 + j\omega_0 (R_4 C_3 (1 - K) + R_3 C_3 + R_4 C_4) &= 0 + j0 \end{aligned}$$

Uslov za realni i imaginarni deo je

$$\begin{aligned} 1 - \omega_0^2 R_3 R_4 C_3 C_4 &= 0 \\ \omega_0 (R_4 C_3 (1 - K) + R_3 C_3 + R_4 C_4) &= 0 \end{aligned}$$

Treba primetiti da bi se do apsolutno istog rešenja došlo i izjednačavanjme determinante sistema sa nulom⁴. Frekvencija oscilovanja je

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_3 R_4 C_3 C_4}} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}.$$

Uslov koji treba da ispuni pojačanje neinvertujućeg pojačavača je

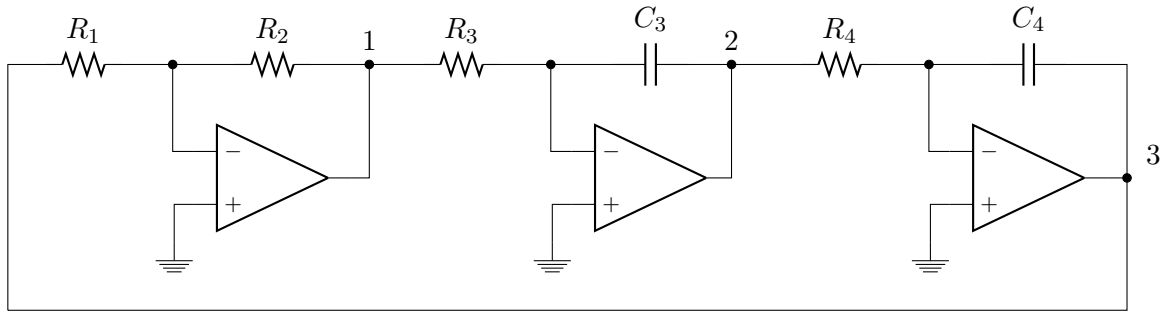
$$K = 1 + \frac{R_3 C_3 + R_4 C_4}{R_4 C_3} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3 C_3 + R_4 C_4}{R_4 C_3} = \frac{R_3}{R_4} + \frac{C_4}{C_3}.$$

Ukoliko je $R_3 = R_4$ i $C_3 = C_4$ prethodno dobijeni izrazi se svode na

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi RC} \\ \frac{R_2}{R_1} &= 2. \end{aligned}$$

⁴Reševanja zadatka na ovaj način se ostavlja čitaocu kao vežba.

PRIMER 17.6: Za oscilator sa slike 17.13 odrediti frekvenciju oscilovanja. Poznato je $R_1 = 20\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $R_3 = 5\text{k}\Omega$, $R_4 = 15\text{k}\Omega$, $C_3 = 10\text{nF}$, $C_4 = 20\text{nF}$.



Slika 17.13: RC oscilator sa duplom integracijom

REŠENJE 17.6: Treba uočiti da je kao pojačavač iskorišćena invertujuća konfiguracija (čvor 1). Kolo reaktivne povratne sprege je aktivno i sačinjeno je od kaskadne veze dva integratora (čvor 2 i 3). Pošto se izlaz operacionog pojačavača u prvoj aproksimaciji ponaša kao idealan naponski generator (sa izuzetno malom unutrašnjom otpornošću) kolo povratne sprege se može prekinuti u bilo kom od čvorova 1, 2 ili 3. Prekidanjem povratne sprege i analizom tako dibijenog kola dolazi se do izraza za kružno pojačanje,

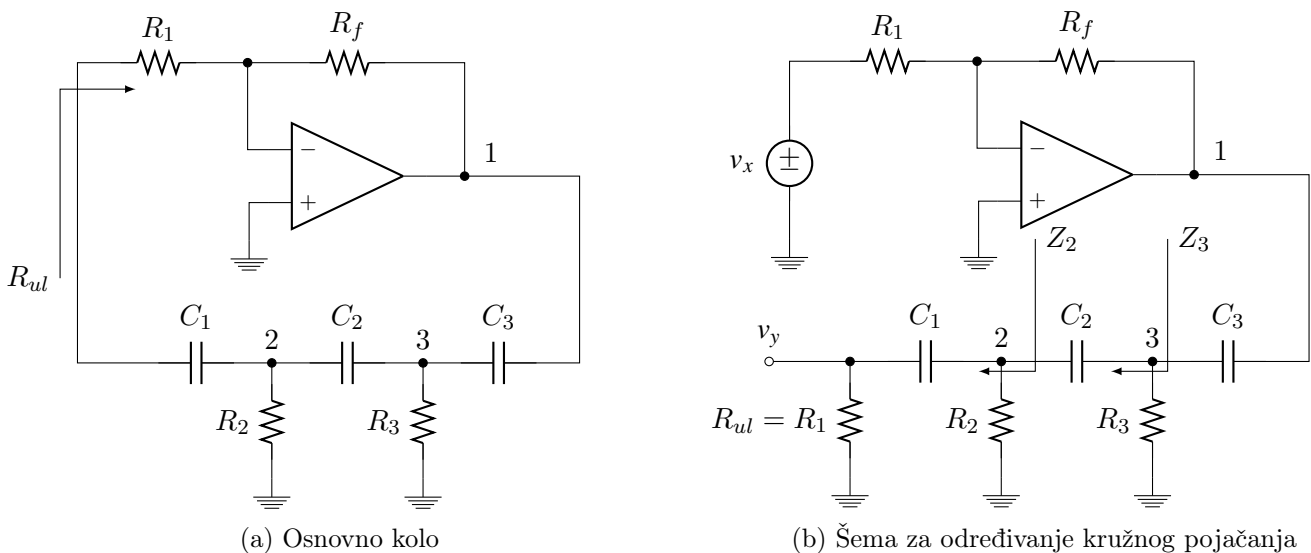
$$B = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{s^2 R_3 C_3 R_4 C_4}.$$

Kada se AF izjednači sa jedinicom, za frekvenciju oscilovanja se dobija

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_3 C_3 R_4 C_4 \frac{R_1}{R_2}}} \approx 918.88\text{Hz}.$$

Takođe treba naglasiti da ovo kolo teoretski uvek osciluje pa nije potrebno tražiti uslov oscilovanja već samo frekvenciju.

PRIMER 17.7: Za oscilator sa faznim pomerajem (phase shift) prikazan na slici 17.14a odrediti uslov tj. vrednost otpornosti R_f , i frekvenciju oscilovanja. Usvojiti $R_1 = R_2 = R_3 = 4\text{k}\Omega$ i $C_1 = C_2 = C_3 = 22\text{nF}$.



Slika 17.14: Oscilator sa faznim pomerajem

REŠENJE 17.7: Ekvivalentno kolo za određivanje kružnog pojačanja je prikazano na slici 17.14b. U ovom slučaju kao pojačavač je iskorišćena invertujuća konfiguracija. Za razliku od oscilatora sa Vinovim mostom, gde je iskorišćena neinvertujuća konfiguracija, upotrebljeni pojačavač ima ulaznu otpornost, R_{ul} . Dakle, prilikom prekidanja povratne sprege na ulazu invertujućeg pojačavača treba uzeti u obzir i otpornost R_{ul} . Drugim rečima

da bi kola sa slike 17.14a i 17.14b bila ekvivalentna, otpornost koja se vidi levo od kondenzatora C_1 prema masi mora da bude ista u oba slučaja. Obzirom da su ulazni priključci operacionog pojačavača na približno istom potencijalu (u ovom slučaju potencijalu mase) ulazna otpornost pojačavača je $R_{ul} = R_1$. Kružno pojačanje je,

$$B = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{v_2} \cdot \frac{v_2}{v_3} \cdot \frac{v_3}{v_1} \cdot \frac{v_1}{v_x} = \frac{s\tau}{1+s\tau} \cdot \frac{sCZ_2}{1+sCZ_2} \cdot \frac{sCZ_3}{1+sCZ_3} \cdot (-K)$$

gde je $\tau = RC$, a

$$Z_2 = R \frac{1+s\tau}{1+2s\tau}$$

$$Z_3 = R \frac{1+3s\tau+s^2\tau^2}{1+4s\tau+3s^2\tau^2}$$

$$K = \frac{R_f}{R}$$

Sređivanjem izraza za kružno pojačanje dobija se

$$B = -\frac{Ks^3\tau^3}{1+5s\tau+6s^2\tau^2+s^3\tau^3}$$

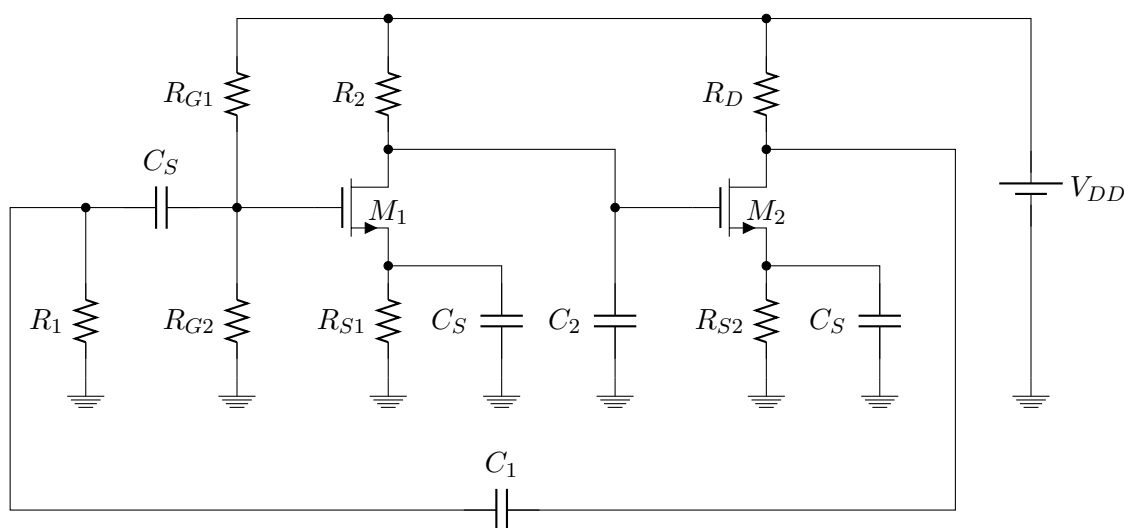
Izjednačavanje kružnog pojačanja sa jednicom za frekvenciju oscilovanja se dobija,

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{6}} = 738.35\text{Hz}$$

Da bi se održale oscilacije u kolu pojačanje invertujućeg pojačavača treba da bude $K = 29$ tj. otpornost u negativnoj povratnoj sprezi invertujućeg pojačavača iznosi,

$$R_f = K \cdot R = 116\text{k}\Omega$$

PRIMER 17.8: Za oscilator prikazan na slici 17.15 poznato je $C_1 = C_2 = 1\text{nF}$, $R_D = 10\text{k}\Omega$, $R_1 = 10\text{k}\Omega$, $R_2 = 40\text{k}\Omega$, $R_{G1} = R_{G2} \rightarrow \infty$, $C_S \rightarrow \infty$. Za unutrašnje otpornosti MOS-FET tranzistora važi, $r_{o1} = r_{o2} = r_o \rightarrow \infty$. Odrediti frekvenciju oscilovanja i vrednosti strmina tranzistora $g_{m1} = g_{m2} = g_m$ potrebne da bi se održale oscilacije u kolu.



Slika 17.15: RC oscilator sa kaskadnom vezom MOS-FET pojačavača

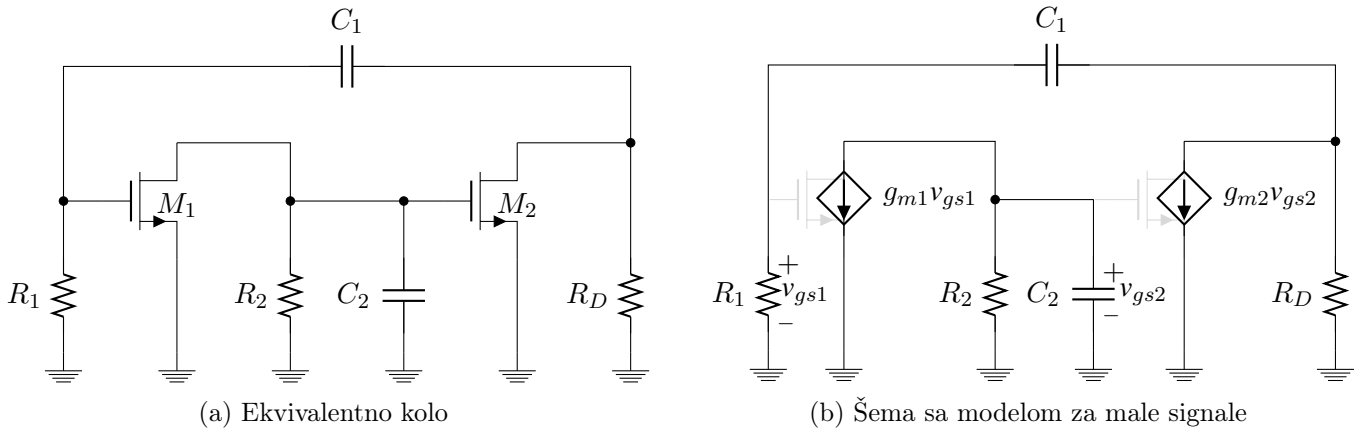
REŠENJE 17.8: Sistem jednačina je,

$$G1 : \frac{v_{g1}}{R_1} = (v_{d2} - v_{g1}) sC_1$$

$$G2 : g_{m1}v_{gs1} + v_{g2} \left(sC_2 + \frac{1}{R_2} \right) = 0$$

$$D2 : g_{m2}v_{gs2} + \frac{v_{d2}}{R_D} + (v_{d2} - v_{g1}) sC_1 = 0$$

$$K : v_{gs1} = v_{g1}, v_{gs2} = v_{g2}, g_{m1} = g_{m2} = g_m,$$



Slika 17.16: Ekvivalentno kolo za male signale

odakle se daljim sređivanjem dobija,

$$\begin{aligned}
 G1 : v_{d2} &= v_{g1} \left(1 + \frac{1}{sR_1C_1} \right) \\
 G2 : g_m v_{g1} + \left(sC_2 + \frac{1}{R_2} \right) v_{g2} &= 0 \\
 D2 : g_m v_{g2} - sC_1 v_{g1} + \left(\frac{1}{R_D} + sC_1 \right) v_{d2} &= 0,
 \end{aligned}$$

odnosno,

$$\begin{aligned}
 G2 : g_m v_{g1} + \left(sC_2 + \frac{1}{R_2} \right) v_{g2} &= 0 \\
 D2 : \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{sR_1C_1R_D} \right) v_{g1} + g_m v_{g2} &= 0.
 \end{aligned}$$

Determinanta sistema je

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \begin{vmatrix} g_m & \frac{1}{R_2} + sC_2 \\ \frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{sR_1C_1R_D} & g_m \end{vmatrix} \\
 &= g_m^2 - \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_1} \right) - \frac{1}{sR_D R_2 R_1 C_1} - sC_2 \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_1} \right) - \frac{C_2}{R_D R_1 C_1} \\
 &= g_m^2 - \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_1} \right) - \frac{C_2}{R_D R_1 C_1} + j \left(\frac{1}{\omega_0 R_D R_2 R_1 C_1} - \omega_0 C_2 \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_1} \right) \right) = 0 + j0
 \end{aligned}$$

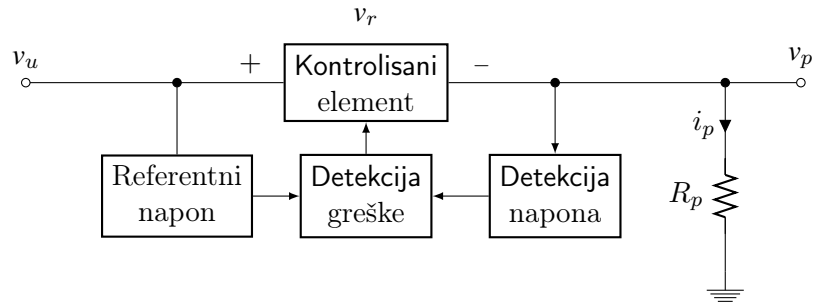
Frekvencija oscilovanja je

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_1 C_2 R_2 (R_1 + R_D)}} \approx 2.82 \text{ MHz}.$$

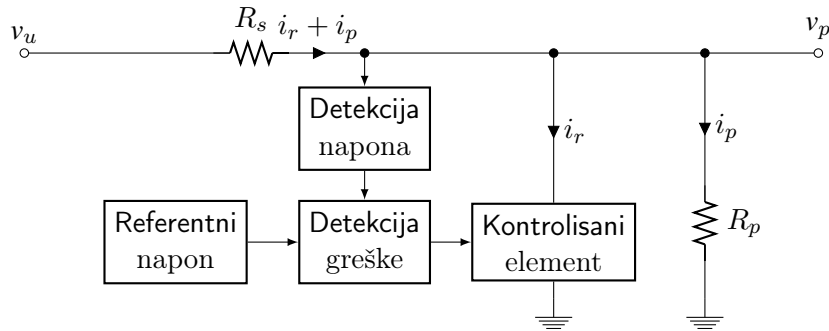
Strmine tranzistora treba da budu

$$g_{m1} = g_{m2} = g_m = \sqrt{\frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_1} \right) + \frac{1}{R_D R_1} \frac{C_2}{C_1}} \approx 122.47 \mu\text{S}.$$

18 Regulacija napona



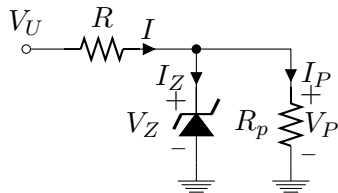
(a) Regulator sa rednim, kontrolisanim, elementom



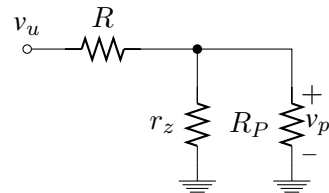
(b) Regulator sa paralelnim, kontrolisanim, elementom

Slika 18.1: Konceptualne blok šeme regulatora

18.1 Regulatori na bazi zener diode



(a) Osnovno kolo



(b) Model za male signale

Slika 18.2: Linearni regulator napona sa Zener diodom

Veliki signali

$$I \approx \frac{V_U - V_{Z0}}{R} = I_{Zmin} + I_{Pmax} = I_{Zmax} + I_{Pmin}. \quad (18.1)$$

$$V_{Umin} \approx (I_{Zmin} + I_{Pmin}) R + V_{Z0} \quad (18.2)$$

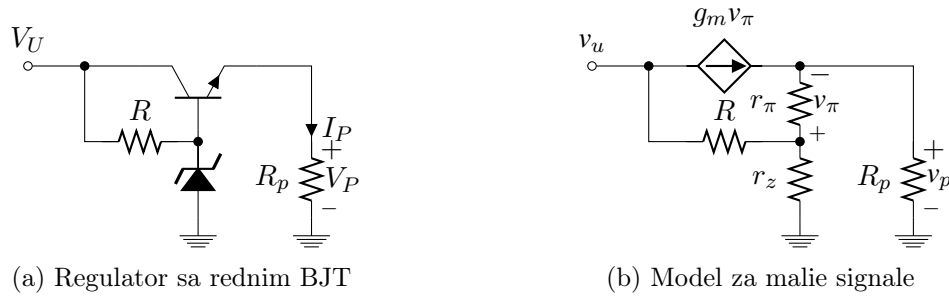
$$V_{Umax} \approx (I_{Zmax} + I_{Pmax}) R + V_{Z0}. \quad (18.3)$$

Osetljivost i izlazna otpornost

$$S_V = \frac{r_z || R_p}{r_z || R_p + R} \quad (18.4)$$

$$R_{iz} = R || r_z. \quad (18.5)$$

Regulator sa Zener diodom i rednim BJT



Slika 18.3: Linearni regulator napona sa Zener diodom i rednim BJT

Veliki signali

$$V_P \approx V_{Z0} - V_{BE}. \quad (18.6)$$

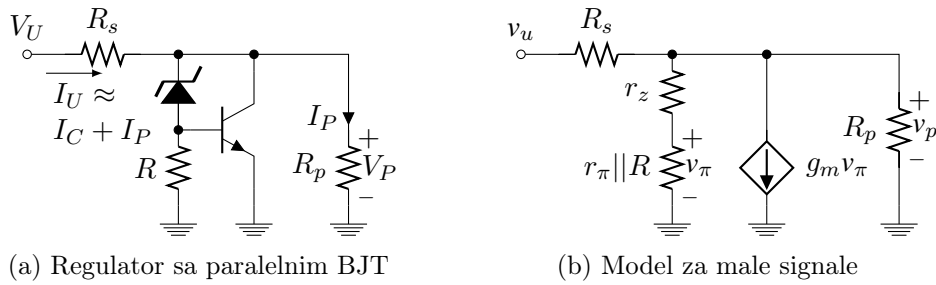
Osetljivost i izlazna otpornost

$$\begin{aligned} E: \frac{1 + \beta}{r_\pi} v_\pi &= \frac{v_p}{R_p} \\ B: \frac{v_u - v_\pi - v_p}{R} &= \frac{v_\pi + v_p}{r_z} + \frac{v_\pi}{r_\pi}. \end{aligned}$$

$$S_V = \frac{1}{1 + \frac{R}{r_z} + \left(1 + \frac{R}{r_\pi || r_z}\right) \cdot \frac{r_\pi}{(1 + \beta) R_p}} \quad (18.7)$$

$$R_{iz} = \frac{v_0}{i_0} = \frac{r_\pi + R || r_z}{1 + \beta}. \quad (18.8)$$

Regulator sa Zener diodom i paralelnim BJT



Slika 18.4: Linearni regulator napona sa Zener diodom i paralelnim BJT

Veliki signali

$$V_P \approx V_{Z0} + V_{BE}. \quad (18.9)$$

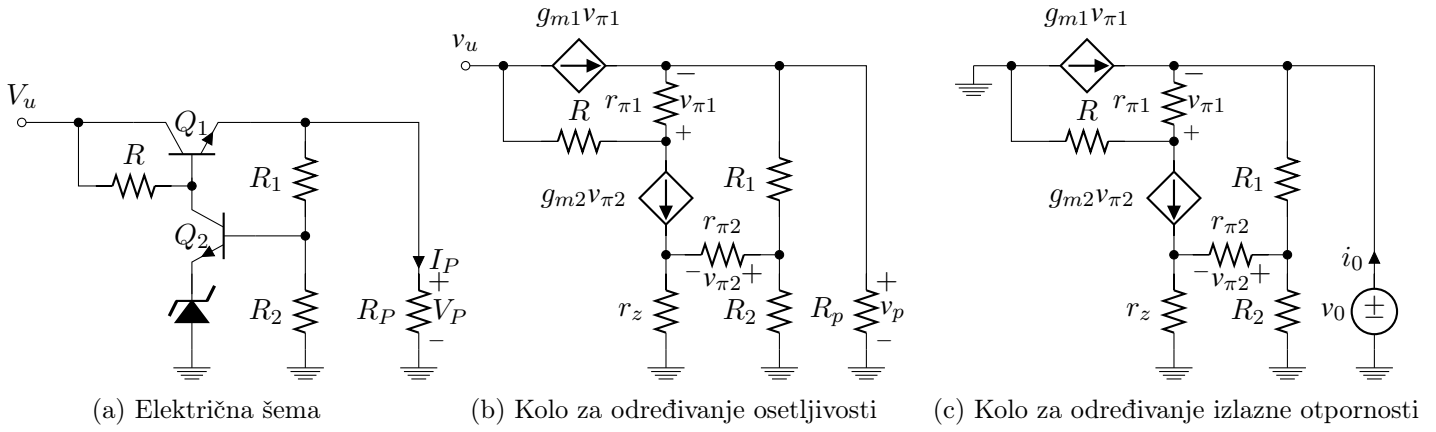
Osetljivost i izlazna otpornost

$$\begin{aligned} C: \frac{v_u - v_p}{R_s} &= \frac{v_\pi}{r_\pi || R} + g_m v_\pi + \frac{v_p}{R_p} \\ K: v_p &= \frac{v_\pi}{r_\pi || R} r_z + v_\pi. \end{aligned}$$

$$S_V = \frac{1}{1 + R_s \left(\frac{1}{R_p} + \frac{1 + g_m (R || r_\pi)}{r_z + r_\pi || R} \right)} \quad (18.10)$$

$$R_{iz} = R_s || \frac{r_z + r_\pi || R}{1 + g_m (R || r_\pi)}. \quad (18.11)$$

Regulator sa Zener diodom i dvostepenom, negativnom, reakcijom



Slika 18.5: Regulator sa rednim BJT i negativnom reakcijom

Veliki signali

$$K1 : V_u = (I_{B1} + \beta_2 I_{B2}) R + V_{BE1} + V_P$$

$$K2 : V_P = I_{R1} R_1 + V_{BE2} + V_{Z0}$$

$$B2 : I_{R1} = I_{B2} + \frac{V_{BE2} + V_{Z0}}{R_2}$$

$$E1 : (1 + \beta_1) I_{B1} = I_{R1} + \frac{V_P}{R_P},$$

$$V_P = \frac{V_u - V_{BE1} + \frac{R}{R_A} (V_{BE2} + V_{Z0})}{1 + \frac{R}{R_B}} \quad (18.12)$$

$$R_A = \left[(1 + \beta_1) R_1 \right] \parallel \left[(R_1 \parallel R_2) / \beta_2 \right] \quad (18.13)$$

$$R_B = \left[(1 + \beta_1) (R_1 \parallel R_P) \right] \parallel \left[R_1 / \beta_2 \right]. \quad (18.14)$$

$$V_P \Big|_{\beta \gg 1} \approx \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot (V_{BE2} + V_{Z0}). \quad (18.15)$$

Osetljivost

$$E1 : \frac{1 + \beta_1}{r_{\pi 1}} v_{\pi 1} = \frac{v_p - v_{\pi 2} - v_{e2}}{R_1} + \frac{v_p}{R_P}$$

$$B1 : \frac{v_u - v_{\pi 1} - v_p}{R} = \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi 1}} + g_{m2} v_{\pi 2}$$

$$E2 : \frac{1 + \beta_2}{r_{\pi 2}} v_{\pi 2} = \frac{v_{e2}}{r_z}$$

$$B2 : \frac{v_p - v_{\pi 2} - v_{e2}}{R_1} = \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi 2}} + \frac{v_{\pi 2} + v_{e2}}{R_2},$$

$$S_V = \frac{1}{K \cdot \frac{r_{\pi 1} + R}{(1 + \beta_1) R_1} + \frac{R}{R_Y}} \quad (18.16)$$

$$R_X = \left[R_1 \parallel R_2 \parallel r_{\pi 2} \right] \parallel \left[r_{\pi 2} \frac{R_1 \parallel R_2}{(1 + \beta_2) r_z} \right] \quad (18.17)$$

$$K = 1 + \frac{R_1}{R_P} - \left[1 + (1 + \beta_2) \frac{r_z}{r_{\pi 2}} \right] \frac{R_X}{R_1} \quad (18.18)$$

$$R_Y = R \parallel \left[\frac{R_1}{g_{m2} R_X} \right]. \quad (18.19)$$

Izlazna otpornost

$$\begin{aligned} \text{E1} : i_0 + \frac{1 + \beta_1}{r_{\pi 1}} v_{\pi 1} &= \frac{v_0 - v_{\pi 2} - v_{e2}}{R_1} \\ \text{B1} : \frac{v_{\pi 1} + v_0}{R} + \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi 1}} + g_{m2} v_{\pi 2} &= 0 \\ \text{E2} : \frac{1 + \beta_2}{r_{\pi 2}} v_{\pi 2} &= \frac{v_{e2}}{r_z} \\ \text{B2} : \frac{v_0 - v_{\pi 2} - v_{e2}}{R_1} &= \frac{v_{\pi 2}}{r_{\pi 2}} + \frac{v_{\pi 2} + v_{e2}}{R_2}, \end{aligned}$$

$$R_{iz} = \frac{v_0}{i_0} = \frac{1}{\frac{1 + \beta_1}{r_{\pi 1} + R} \frac{R}{R_Y} + \frac{K_1}{R_1}} \quad (18.20)$$

$$K_1 = 1 - \left[1 + (1 + \beta_2) \frac{r_z}{r_{\pi 2}} \right] \frac{R_X}{R_1}. \quad (18.21)$$

$$S_V \Big|_{r_z \rightarrow 0\Omega} \approx \frac{1}{1 + \beta_2 \frac{RR_2}{(r_{\pi 2} + R_2)R_Z} + \frac{1}{R_p || R_Z} \cdot \frac{r_{\pi 1} + R}{1 + \beta_1}} \quad (18.22)$$

$$R_{iz} \Big|_{r_z \rightarrow 0\Omega} \approx \frac{1}{\frac{1}{R_Z} + \frac{1 + \beta_1}{r_{\pi 1} + R} \cdot \left(1 + \beta_2 \frac{R_2 R}{(r_{\pi 2} + R_2) R_Z} \right)}, \quad (18.23)$$

$$R_Z = R_1 + r_{\pi 2} || R_2 \quad (18.24)$$

Regulator sa BJT i naponskim pojačavačem sa negativnom spregom

Veliki signali

$$V_P \Big|_{A_0 \rightarrow \infty} \approx \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) V_{Z0}. \quad (18.25)$$

Sa rednim BJT

Oseteljivost

$$\text{E} : \frac{1 + \beta}{r_{\pi}} v_{\pi} = \frac{v_p}{(R_1 + R_2) || R_p}$$

$$\text{K1} : A_0 v_x = v_{\pi} + v_p$$

$$\text{K2} : v_x = \frac{r_z}{r_z + R} v_u - \frac{R_2}{R_2 + R_1} v_p.$$

Izlazna otpornost

$$\text{E} : i_0 + \frac{1 + \beta}{r_{\pi}} v_{\pi} = \frac{v_p}{(R_1 + R_2) || R_p}$$

$$\text{K1} : A_0 v_x = v_{\pi} + v_0$$

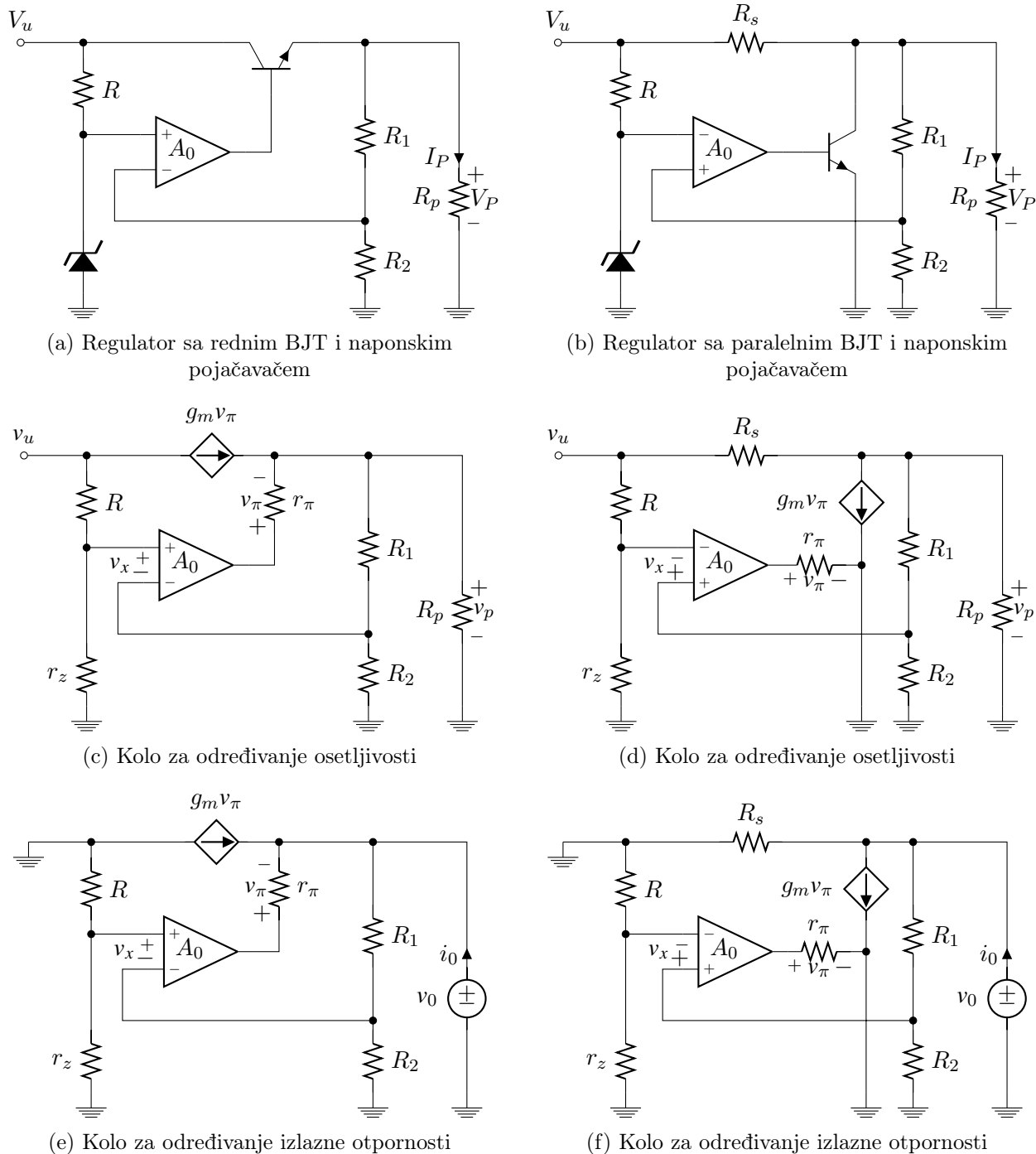
$$\text{K2} : v_x = -\frac{R_2}{R_2 + R_1} v_0.$$

$$S_V = \frac{A_0 \cdot G}{1 + A_0 \cdot F + \frac{r_{\pi}}{1 + \beta} \cdot \frac{1}{(R_1 + R_2) || R_p}} \quad (18.26)$$

$$R_{iz} = (R_1 + R_2) || \frac{r_{\pi}}{(1 + \beta)(1 + A_0 F)} \quad (18.27)$$

$$G = \frac{r_z}{r_z + R} \quad (18.28)$$

$$F = \frac{R_2}{R_2 + R_1}. \quad (18.29)$$



Slika 18.6: Varijante regulatora sa BJT tranzistorom i naponskim pojačavačem u povratnoj sprezi

Sa paralelnim BJT

Osetljivost

$$E : \frac{v_u - v_p}{R_s} = \frac{v_p}{(R_1 + R_2) || R_p} + g_m v_\pi$$

$$K : v_\pi = A_0 v_x = A_0 \left(\frac{R_2}{R_2 + R_1} v_p - \frac{r_z}{r_z + R} v_u \right)$$

Izlazna otpornost

$$E : i_0 = g_m v_\pi + \frac{v_0}{R_s || (R_1 + R_2)}$$

$$K : v_\pi = \frac{R_2}{R_2 + R_1} v_0$$

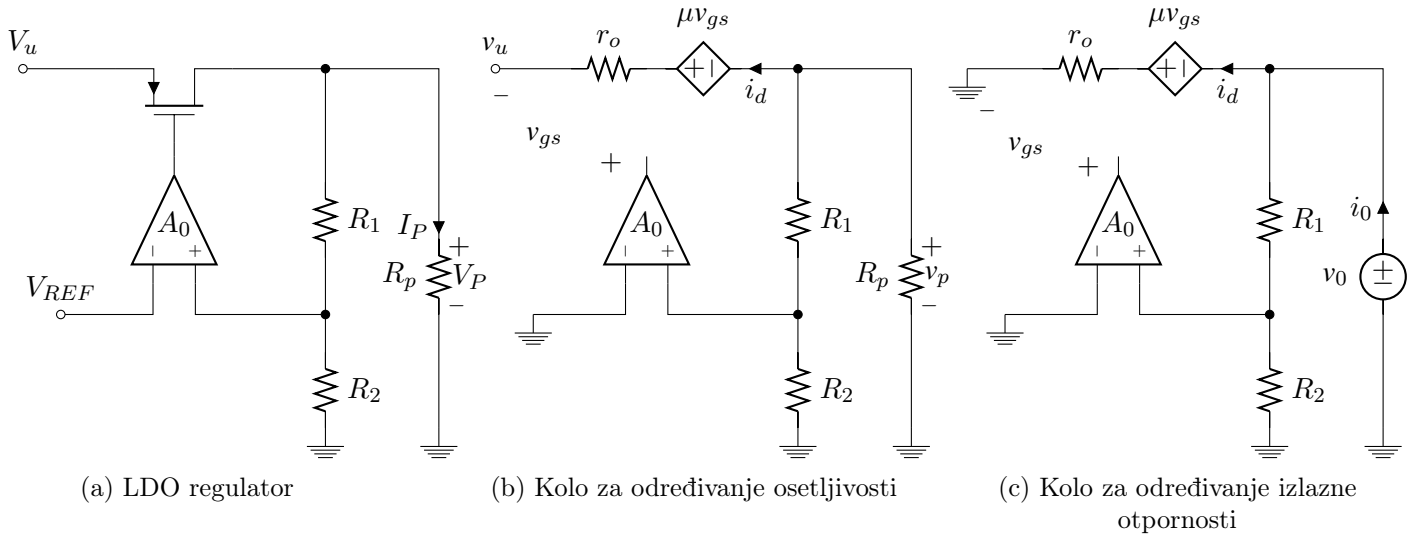
$$S_V = \frac{1 + g_m R_s A_0 G}{1 + g_m R_s A_0 F + \frac{R_s}{R_s \parallel (R_1 + R_2)}} \quad (18.30)$$

$$R_{iz} = \left[R_s \parallel (R_1 + R_2) \right] \parallel \frac{1}{g_m F} \quad (18.31)$$

$$G = \frac{r_z}{r_z + R} \quad (18.32)$$

$$F = \frac{R_2}{R_2 + R_1}. \quad (18.33)$$

18.2 LDO regulator



Slika 18.7: Osnovno kolo LDO regulatora

Veliki signali

$$V_P \approx \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) V_{REF}. \quad (18.34)$$

Osetljivost

$$D : i_d + \frac{v_p}{(R_1 + R_2) \parallel R_p} = 0$$

$$K1 : v_p = -\mu v_{gs} + i_d r_o + v_u$$

$$K2 : v_{gs} = A_0 \frac{R_2}{R_2 + R_1} v_p - v_u.$$

Izlazna otpornost

$$D : i_0 = i_d + \frac{v_0}{R_1 + R_2}$$

$$K1 : v_0 = -\mu v_{gs} + i_d r_o$$

$$K2 : v_{gs} = A_0 \frac{R_2}{R_2 + R_1} v_0.$$

$$S_V = \frac{1 + \mu}{1 + \frac{r_o}{R_p \parallel (R_1 + R_2)} + \mu A_0 F} \quad (18.35)$$

$$R_{iz} = (R_1 + R_2) \parallel \frac{r_o}{1 + \mu A_0 F}. \quad (18.36)$$

18.3 Analiza kola regulatora

PRIMER 18.1: Za regulator sa rednim BJT tranzistorom sa slike 18.3 odrediti izlazni stabilisani napon, osetljivost i izlaznu otpornost. Poznato je: $R = 1.2\text{k}\Omega$, $r_z = 5\Omega$, $V_{Z0} = 6.8\text{V}$, $\beta = 100$, $V_{BE} = 0.7\text{V}$, $V_u = 20\text{V}$, $R_P = 200\Omega$.

REŠENJE 18.1: Smenom brojnih vrednosti u izraze za osetljivost i izlaznu otpornost regulatora sa rednim BJT sa slike 18.3 dobija se $S_V = 4.13 \times 10^{-3}$ i $R_{iz} = 0.901\Omega$. Izlazni stabilisani napon je $V_P = V_{Z0} - V_{BE} = 6.1\text{V}$.

PRIMER 18.2: Za regulator sa rednim BJT tranzistorom i negativnom reakcijom sa slike 18.5a odrediti izlazni stabilisani napon, osetljivost i izlaznu otpornost. Poznato je: $R_1 = 50\text{k}\Omega$, $R_2 = 50\text{k}\Omega$, $r_z = 20\Omega$, $V_{Z0} = 6.8\text{V}$, $\beta_1 = 50$, $V_{BE1} = 0.7\text{V}$, $\beta_2 = 100$, $V_{BE2} = 0.7\text{V}$, $R_p = 100\Omega$, $V_u = 40\text{V}$

REŠENJE 18.2: Smenom brojnih vrednosti u prethodno izvedene izraze dobija se

$$\begin{aligned}V_P &= 21.291\text{V}, I_P = \frac{V_P}{R_p} = 183.87\text{mA} \\I_{B1} &= \frac{1}{1 + \beta_1} \cdot \left(\frac{V_P}{R_p || R_1} - \frac{V_{BE1} + V_{Z0}}{R_1 || R_2} \right) = 3.61\text{mA} \Rightarrow r_{\pi 1} = \frac{V_T}{I_{B1}} = 7.2\Omega, \\I_{B2} &= \frac{V_P}{R_1} - \frac{V_{BE2} + V_{Z0}}{R_1 || R_2} = 67.75\mu\text{A} \Rightarrow r_{\pi 2} = \frac{V_T}{I_{B2}} = 383.79\Omega, \\I_{C1} &= \beta_1 I_{B1} = 180.48\text{mA} \Rightarrow g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} = 6.94\text{S}, \\I_{C2} &= \beta_2 I_{B2} = 6.77\text{mA}, \Rightarrow g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} = 260.56\text{mS}, \\S_V &= 0.193, R_{iz} = 8.46\Omega.\end{aligned}$$

Literatura

- [1] B. Razavi, *Fundamentals of Microelectronics*. Wiley, 2008. [Online]. Available: <https://books.google.rs/books?id=nXb1OgAACAAJ>
- [2] A. S. Sedra and K. C. Smith, *Microelectronic Circuits Revised Edition*, 5th ed. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 2007.
- [3] W. Sansen, *Analog Design Essentials*, ser. The Springer International Series in Engineering and Computer Science. Springer US, 2007. [Online]. Available: <https://books.google.rs/books?id=d-Mv4nxmaPMC>
- [4] V. B. Litovski, *Osnovi elektronike: teorija, rešeni zadaci i ispitna pitanja*. Akademska misao, 2006.
- [5] M. Popović, “Osnovi elektronike,” *Elektrotehnički fakultet, Beograd*, 2004.